

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Уральский государственный университет путей сообщения
Кафедра «Автоматика, телемеханика и связь
на железнодорожном транспорте»

В. А. Баранов
В. Л. Нестеров
Н. Л. Ракина

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Теоретические основы автоматике,
телемеханики и связи на железнодорожном транспорте»
для студентов специальности 190402 – «Автоматика,
телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»
всех форм обучения

Екатеринбург
Издательство УрГУПС
2013

УДК 681.Б53
Б24

Баранов, В. А.

Б24 Системы автоматического управления : учеб.-метод. пособие / В. А. Баранов, В. Л. Нестеров, Н. Л. Ракина. – Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2013. – 89, [3] с.

Рассмотрен расчет звеньев для экспериментального определения параметров и характеристик звеньев при их моделировании, приведены краткие сведения по теории автоматического управления: дифференциальные уравнения, передаточная и переходная функции звеньев, виды соединения, частотные характеристики, критерии устойчивости САР, построение кривых переходного процесса, оценка качества регулирования и коррекция САР на примерах решения задач. Сформулированы требования к оформлению пояснительной записки, включены 8 заданий на курсовую работу.

Предназначено для студентов специальности 190402 – «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» всех форм обучения.

УДК 681.Б53

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета университета.*

Авторы: В. А. Баранов, доцент кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», канд. техн. наук, УрГУПС
В. Л. Нестеров, профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», д-р техн. наук, УрГУПС
Н. Л. Ракина, старший преподаватель кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», УрГУПС

Рецензенты: Е. А. Мальгин, проректор по учебной работе, канд. техн. наук, УрГУПС
С. А. ЩигOLEV, зав. лабораторией «Автоматика и телемеханика» УО ВНИИЖТ, генеральный директор ВНТЦ «Уралжелдоравтоматизация», канд. техн. наук

© Уральский государственный университет
путей сообщения (УрГУПС), 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие указания к выполнению работы	5
1. Экспериментальное определение параметров и характеристик звеньев ..	6
1.1. Модель инерционного звена	6
1.2. Модель реального дифференциального звена.....	7
1.3. Модель интегрирующего звена	8
1.4. Модель колебательного звена	9
1.5. Расчет параметров звеньев	11
1.6. Инструкция по включению ПЭВМ и исследование звеньев.....	12
2. Дифференциальные уравнения, передаточная и переходная функции звеньев	13
2.1. Определение дифференциального уравнения.....	13
2.2. Переходная и передаточная функции звена	14
2.3. Параллельный и последовательный виды соединения звеньев.....	16
2.4. Обратные связи. Положительная, отрицательная, гибкая и жесткая обратные связи	18
3. Частотные характеристики динамических звеньев и систем автоматического регулирования.....	20
3.1. Частотная передаточная функция. Амплитудно-фазовая частотная характеристика, амплитудная и фазовая частотные характеристики.....	20
3.2. Вещественная частотная характеристика	21
3.3. Логарифмические частотные характеристики	21
4. Критерии устойчивости САР.....	23
4.1. Понятие устойчивости, характеристическое уравнение	23
4.2. Критерий Гурвица	23
4.3. Критерий Михайлова	24
5. Построение кривых переходного процесса.....	26
5.1. Классический метод решения дифференциальных уравнений.....	26
5.2. Использование преобразования Лапласа и Карсона-Хевисайда....	27
6. Оценка качества регулирования	29
6.1. Показатели качества переходных процессов.....	29
7. Коррекция САР.....	35
7.1. Корректирующие устройства. Последовательные корректирующие устройства.....	36
7.2. Реальная интегрирующая цепь.....	38

7.3. Интегро-дифференцирующая цепь	39
7.4. Коррекция САР с помощью обратной связи	41
7.5. Пример коррекции САР с помощью обратной связи	43
8. Задания на курсовую работу	46
Задание 1	46
Задание 2	58
Задание 3	62
Задание 4	66
Задание 5	73
Задание 6	76
Задание 7	81
Задание 8	84
Литература	90

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Цель работы состоит в том, чтобы овладеть навыками решения задач в области теории автоматического управления и выработать у студента умение формулировать требования к системам автоматизации и самостоятельно решать задачи построения систем управления объектами.

2. Работа состоит из расчетно-пояснительной записки, включающей в себя необходимые рисунки и замечания, решения задач.

Записка должна содержать:

1. Титульный лист.
2. Введение.
3. Формулировку задачи.
4. Решение задачи.
5. Выводы (заключение).
6. Литературу.

Примерный объем расчетно-исполнительной записки – 15 рукописных страниц формата А4. Записка должна быть оформлена только с одной стороны листа. Графические построения могут быть выполнены на миллиметровой бумаге, вшитой в общий текст записки. Все графические построения должны отвечать требованиям ГОСТов и ЕСКД.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ЗВЕНЬЕВ

1.1. Модель инерционного звена

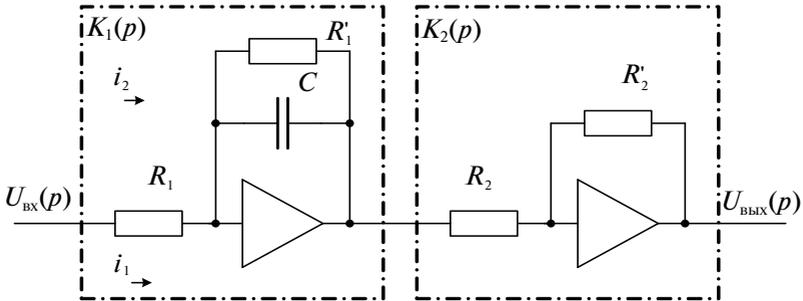


Рис. 1.1. Принципиальная схема инерционного звена

В общем виде:

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} \approx -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)}; K(p) = K_1(p) \cdot K_2(p); K_1(p) = \frac{-\frac{1}{pC} \cdot R_1'}{\left(\frac{1}{pC} + R_1'\right) \cdot R_1};$$

$$K_2(p) = -\frac{R_2'}{R_2}; \text{откуда } K(p) = \frac{k}{Tp+1} \text{ — это выражение совпадает с выражением для инерционной цепи, где } K = \frac{R_1' \cdot R_2'}{R_1 \cdot R_2}, T = R_1' \cdot C.$$

Определяются 2 параметра K и T .

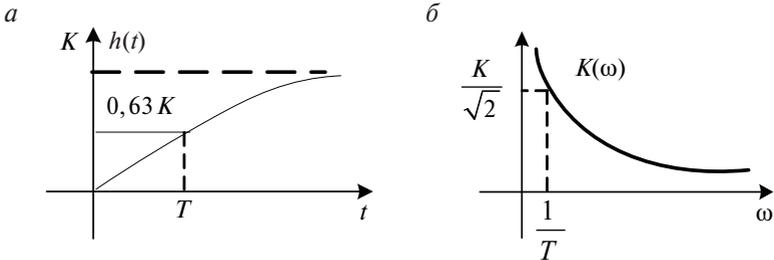


Рис. 1.2. Кривые для расчета параметров K и T :
 а – переходная характеристика; б – амплитудно-частотная характеристика

Коэффициент усиления K находится как отношение выходного напряжения к входному, измеренных по истечении времени переходного процесса.

1.2. Модель реального дифференциального звена

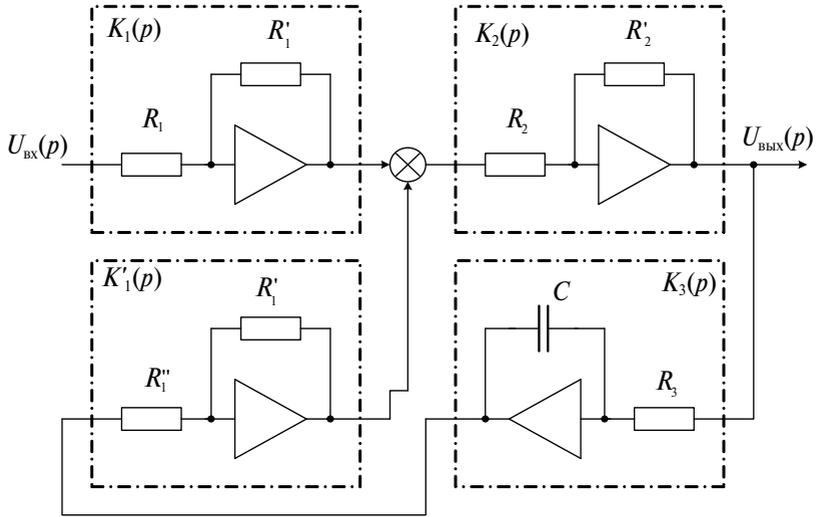


Рис. 1.3. Принципиальная схема дифференциального звена

В общем виде:

$$K(p) = \frac{K_1(p) \cdot K_2(p)}{1 - K_1'(p) \cdot K_2(p) \cdot K_3(p)}; \quad K_1(p) = -\frac{R_1'}{R_1}; \quad K_2(p) = -\frac{R_2'}{R_2};$$

$$K_3(p) = \frac{-1}{pC \cdot R_3}; \quad K_1'(p) = -\frac{R_1'}{R_1''}, \quad \text{откуда } K(p) = \frac{k \cdot p}{Tp + 1} \text{ — выражение}$$

совпадает с выражением для реального дифференциального звена,

$$\text{где } K = \frac{R_1'' \cdot R_3 \cdot C}{R_1}, \quad T = \frac{R_1'' \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot C}{R_2 \cdot R_1'}$$

Определяются параметры K и T .

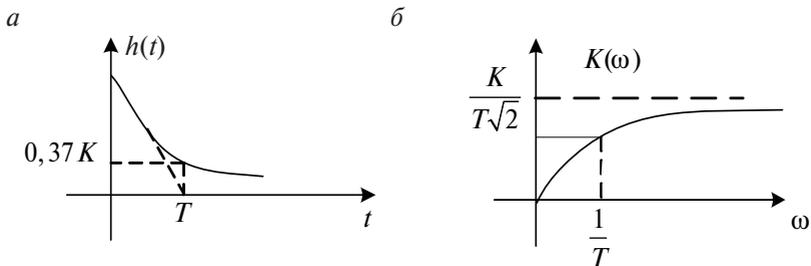


Рис. 1.4. Кривые для расчета параметров K и T :
 а – переходная характеристика; б – амплитудно-частотная характеристика

Для определения T надо измерить момент времени, в который характеристика звена достигает уровня $0,37$ от начального скачка.

T определяется проведением касательной к переходной кривой. Найдя постоянную времени T и измерив начальный скачок (начальное максимальное значение амплитуды переходной характеристики), можно рассчитать коэффициент усиления как их произведение.

1.3. Модель интегрирующего звена

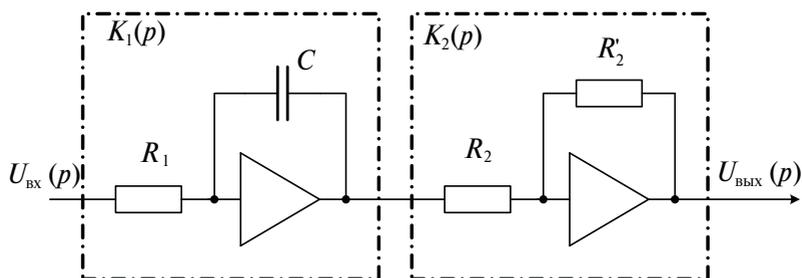


Рис. 1.5. Принципиальная схема интегрирующего звена

В общем виде:

$$K(p) = K_1(p) \cdot K_2(p); \quad K_1(p) = -\frac{1}{pC \cdot R_1}; \quad K_2(p) = -\frac{R'_2}{R_2}; \quad \text{откуда}$$

$$K(p) = \frac{k}{p}, \quad \text{где } k = \frac{1}{C \cdot R_1} \cdot \frac{R'_2}{R_2}.$$

Определяется только параметр K , он равен тангенсу угла наклона переходной характеристики и может быть найден, если зафиксировать момент времени ее пересечения с линией входного воздействия.

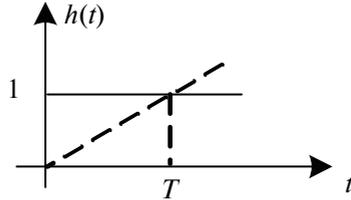


Рис. 1.6. Переходная характеристика для определения параметра K

1.4. Модель колебательного звена

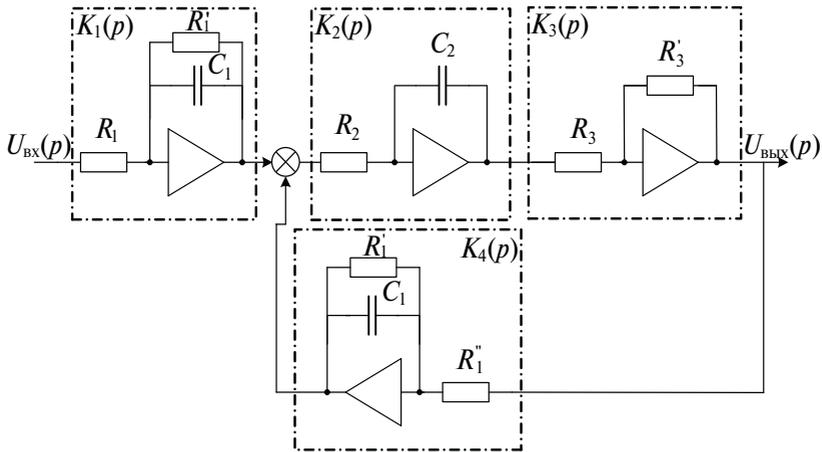


Рис. 1.7. Принципиальная схема колебательного звена

В общем виде:

$$K(p) = \frac{K_1(p) \cdot K_2(p) \cdot K_3(p)}{1 - K_4(p) \cdot K_2(p) \cdot K_3(p)}; \quad K_1(p) = \frac{-\frac{1}{pC_1} \cdot R_1'}{\left(\frac{1}{pC_1} + R_1'\right) R_1};$$

$$K_2(p) = -\frac{1}{pC_2 \cdot R_2}; \quad K_3(p) = -\frac{R'_3}{R_3}; \quad K_4(p) = \frac{-\frac{1}{pC_1} \cdot R'_1}{\left(\frac{1}{pC_1} + R'_1\right) R'_1},$$

откуда $K(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$; где $K = \frac{R''_1}{R_1}$; $T = \sqrt{C_1 C_2 \frac{R_3 \cdot R_2 \cdot R''_1}{R'_3}}$;

$$\xi = \frac{1}{2R'_1} \sqrt{\frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{R_2 \cdot R_3 \cdot R''_1}{R'_3}}; \quad \left(T = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}; \xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 \cdot a_2}}; K = \frac{b_0}{a_0} \right)$$

$$a_2 \frac{a^2 U_{\text{ВЫХ}}(t)}{at^2} + a_1 \frac{a U_{\text{ВЫХ}}(t)}{at} + a_0 U_{\text{ВЫХ}}(t) = b_0 U_{\text{ВХ}}(t).$$

Исследование рассмотренных характеристик производится путем снятия их переходных характеристик, а также их амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик.

Определяются три параметра: K , T и ξ .

K — находится так же, как и для инерционного звена. T и коэффициент затухания ξ находятся через величину σ и момент времени t_m достижения переходной характеристикой своего макс значения.

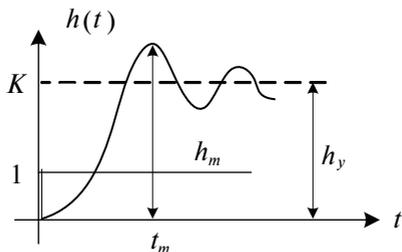


Рис.1.8. Переходная характеристика колебательного звена

$$\sigma = \frac{h_m - h_y}{h_y}; \quad t_m = \frac{\pi}{\Omega}$$

Постоянная времени и коэффициент затухания: $T = \frac{t_m}{\pi} \sqrt{1 - \xi^2}$ $\xi = \frac{-\ln \sigma}{\sqrt{(\ln \sigma)^2 + \pi^2}}$.

1.5. Расчет параметров звеньев

Все сопротивления в МОм, $C_1 = 1$ мкф, $C_2 = 0,5$ мкф.

Для инерционного, интегрирующего и реального дифференцирующих звеньев:

$$R_2 = 1 \text{ МОм}, R_3 = 0,5 \text{ МОм}, R'_3 = 1 \text{ МОм}.$$

Таблица 1.1

Значение сопротивлений для расчета параметров звеньев

Вариант	Инерционное и интегрирующее звено			Реальное дифференцирующее звено		Колебательное звено				
	R_1	R'_1	R_2	R_1	R''_1	R_1	R''_1	R'_2	R_3	R'_3
1	0,1	0,5	1	1	1	1	1	1	0,5	1
2	0,2	0,5	1	1	0,5	1	0,5	0,5	1	1
3	0,5	0,5	1	0,2	0,5	1	0,4	0,5	0,5	1
4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,1	1	1	1
5	0,1	0,2	1	0,1	0,2	1	0,2	0,3	0,3	0,3
6	0,2	0,2	1	0,1	0,5	0,5	1	0,25	0,25	0,25
7	0,5	0,2	0,5	0,2	0,2	0,4	0,8	0,6	0,6	0,6
8	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1	0,3	0,2	0,5	0,5	0,5
9	0,4	0,5	0,3	0,4	0,4	0,7	0,8	0,25	0,25	0,25
10	0,4	0,4	0,4	0,6	0,3	0,9	0,3	0,1	0,1	0,1
11	0,4	0,4	0,2	0,5	0,3	0,25	0,75	0,4	0,8	0,4
12	0,3	0,5	0,6	0,3	0,3	0,1	0,8	0,7	0,7	0,7
13	0,4	0,6	1	1	0,2	0,2	0,4	1	0,1	0,1
14	0,7	0,2	0,8	0,7	0,8	0,35	0,75	1	0,2	0,2
15	0,7	0,1	0,3	0,7	0,3	0,6	0,6	1	0,9	0,9
16	0,8	0,2	0,4	0,4	0,6	0,3	0,3	0,9	0,1	0,9
17	0,35	0,35	0,35	0,5	0,1	0,5	0,1	0,9	0,5	0,05
18	0,9	0,1	0,1	0,7	0,1	0,8	0,2	0,35	0,35	1

Окончание табл. 1.1

Вариант	Инерционное и интегрирующее звено			Реальное дифференцирующее звено		Колебательное звено				
19	0,9	0,2	0,2	0,35	0,35	0,4	0,1	1	0,3	1
20	0,9	0,4	0,23	0,25	0,25	0,25	0,5	0,2	1	0,2
21	0,8	0,5	0,07	0,4	0,1	0,1	0,9	0,7	0,1	0,7
22	0,7	0,8	0,3	0,1	0,8	1	0,25	0,1	0,8	0,1
23	0,6	0,7	0,8	0,9	0,25	0,8	0,3	0,75	0,75	0,75
24	0,25	0,3	0,25	0,8	0,4	0,1	0,1	0,1	1	0,1
25	0,5	0,25	0,5	0,6	0,25	0,7	0,7	0,2	0,2	1

1.6. Инструкция по включению ПЭВМ и исследование звеньев

1. Запустить matlab.
2. После того как Matlab загрузится – появится приглашение.
3. >>
4. Ввести следующие команды:
5. cd work.
6. toat8.
7. Вам будет предложено ввести фамилию и номер группы. После этого будет задано 5 вопросов. Необходимо дать правильный ответ на любые 4 вопроса из 5, в противном случае следует вновь выбрать toat8 и попытаться еще раз.
8. В случае правильных ответов откроется окно Microsoft Word с шаблоном курсовой работы. В ней нужно изменить значения коэффициентов K , T , t на рассчитанные вами значения.
9. В Microsoft Word выбрать пункт меню Notebook-> Evaluate M-book. Matlab на основе введенных вами данных сделает необходимые расчеты и построит графики.

Возможные неисправности:

Не запускается Matlab. Решение: запустите Reinit Shares, который расположен на рабочем столе.

2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ПЕРЕДАТОЧНАЯ И ПЕРЕХОДНАЯ ФУНКЦИИ ЗВЕНЬЕВ

2.1. Определение дифференциального уравнения

Динамический режим работы систем автоматического управления (САУ) наблюдается в том случае, когда система выведена из состояния равновесия. Ситуация, соответствующая динамическому режиму, является следствием изменения задающего воздействия или влиянием возмущающего воздействия (помех).

При изменении задающего или возмущающего воздействия в САУ возникает переходный процесс. Основной задачей динамики САУ является описание поведения системы во время переходного процесса.

Решение задачи производится с помощью дифференциального уравнения системы, которое составляется в несколько этапов:

- разделение системы на отдельные звенья;
- составление дифференциального уравнения для каждого звена;
- используя законы преобразований уравнений при разных соединениях звеньев, составляют общее дифференциальное уравнение системы.

– В теории САУ применяют следующие обозначения:

– $Y, Y', Y'', \dots Y^{(n)}$ – регулируемая величина и ее производные;

– $X, X', X'', \dots X^{(n)}$ – задающее воздействие и его производные;

– $f, f', f'', \dots f^{(n)}$ – возмущающее воздействие и его производные.

В общем виде для любой САУ дифференциальное уравнение можно записать следующим образом:

$F_1(Y, Y', Y'', \dots Y^{(n)}) = F_2(X, X', X'', \dots X^{(n)}; f, f', f'', \dots f^{(m)})$ или если использовать принцип суперпозиции функции:

$F_1(Y, Y', Y'', \dots Y^{(n)}) = F_2(X, X', X'', \dots X^{(n)}) + F_{22}(f, f', f'', \dots f^{(m)})$.

Для решения дифференциального уравнения требуется знать входное воздействие, при выборе формы которого необходимо учесть:

- входное воздействие должно наиболее полно отражать динамические свойства системы – как система реагирует на входное воздействие – скоростную реакцию системы;
- решение дифференциального уравнения должно быть простым.

Этим условиям удовлетворяет единичная функция или единич-

ный скачок: $1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$.

Для любой САР дифференциальное уравнение, выражающее зависимость регулируемой величины от задающего воздействия, записывается так:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} x' + b_m x$$

В таком виде решение дифференциального уравнения представляется сложным, поэтому обычно переходят к алгебраической форме записи дифференциального уравнения. Для этого применяют операторный метод решения дифференциальных уравнений, используя прямое и обратное преобразование Лапласа:

$$\frac{dy(t)}{dt} = py(p); \quad \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = p^2 y(p); \quad \int y(t) dt = \frac{y(p)}{p}.$$

Дифференциальное уравнение может быть переписано в операторной форме:

$$\begin{aligned} a_0 p^n y(p) + a_1 p^{(n-1)} y(p) + \dots + a_{n-1} p y(p) + a_n y(p) = \\ = b_0 p^{(m)} x(p) + b_1 p^{(m-1)} x(p) + \dots + b_{m-1} p x(p) + b_m x(p), \text{ или} \\ (a_0 p^n + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} p + a_n) \cdot y(p) = \\ = (b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} p + b_m) \cdot x(p). \end{aligned}$$

2.2. Переходная и передаточная функции звена

$$\text{Введем: } K(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0 p^{(m)} + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)} p + a_n}.$$

Представленное выше выражение называется передаточной функцией САР — это отношение изображения регулируемой величины к изображению задающего воздействия при нулевых начальных условиях.

Переходной функцией САР $h(t) \stackrel{*}{=} h(p)$ называется зависимость регулируемой величины от времени, если в качестве задающего воздействия используется единичный скачок.

Комплексный коэффициент усиления (частотная передаточная функция) $K(j\omega) = K(p)$ — это отношение регулируемой величины к задающему воздействию, при условии, что задающее воздействие представляет собой синусоидальное колебание:

$$x(t) = A_0 \sin \omega t = A_0 e^{j\omega t}, \quad y(t) = A_1 \sin(\omega t + \varphi) = A_1 e^{j(\omega t + \varphi)},$$

$$K(j\omega) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{A_1}{A_0} e^{j\varphi} = K(\omega) e^{j\varphi}.$$

Для инерционного звена первого порядка дифференциальное уравнение имеет вид: $T \frac{dy}{dt} + y = Kx$, тогда в операторной форме:

$$(Tp + 1) \cdot y(p) = Kx(p),$$

а коэффициент передачи $K(p) = \frac{K}{Tp + 1}$.

Переходная характеристика в операторной форме определяется из следующих соображений: $y(p) = K(p) \cdot x(p)$, $y(t) = h(t)$, если $x(t) = 1(t)$.

$$1(t) = \frac{1}{p}; \quad h(p) = \frac{K(p)}{p}; \quad h(t) = L^{-1} \left[\frac{K(p)}{p} \right],$$

где L^{-1} – обратное преобразование Лапласа.

$$h(t) = \frac{K}{p(Tp + 1)}; \quad h(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}),$$

где T – постоянная времени звена.

Для интегрирующего звена:

$$y(t) = K \int_0^t x(t) dt; \quad y(p) = \frac{K}{p} x(p); \quad K(p) = \frac{K}{p}; \quad h(p) = \frac{K}{p^2}; \quad h(t) = Kt.$$

Для дифференциального звена:

$$T \frac{dy}{dt} + y(p) = K \frac{dx}{dt}; \quad (Tp + 1) \cdot y(p) = Kx(p); \quad K(p) = \frac{Kp}{Tp + 1};$$

$$h(p) = \frac{K}{Tp + 1}; \quad h(t) = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Для колебательного звена вводим такие понятия, как «коэффициент (декремент) затухания» d и рассмотрим несколько ситуаций:

$d = 0$ – незатухающие колебания;

$0 < d \leq 1$ – затухающие колебания;

$d > 1$ – колебания отсутствуют – апериодическое звено второго порядка.

Дифференциальное уравнение имеет вид:

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2dT \frac{dy}{dt} + y = Kx; (T_1^2 p^2 + 2dTp + 1) \cdot y(p) = Kx(p);$$

$$K(p) = \frac{K}{T_1^2 p^2 + 2dTp + 1}; h(p) = \frac{K}{p(T_1^2 p^2 + 2dTp - 1)};$$

$$h(t) = K \left[1 - e^{\frac{dt}{T}} \cdot \frac{1}{\Omega T} \sin(\Omega t + \alpha) \right],$$

где $\Omega = \sqrt{\frac{1-d^2}{T^2}}$, $\alpha = \arcsin(\Omega T)$.

Для пропорционального звена:

$$y = Kx; y(p) = Kx(p); K(p) = K; h(p) = \frac{K}{p}; h(t) = K.$$

2.3. Параллельный и последовательный виды соединения звеньев

Системы автоматического управления в большинстве случаев являются замкнутыми. Однако при их анализе и проектировании часто предварительно рассматривается разомкнутая цепь звеньев, которая затем замыкается.

Различают последовательное, параллельное и параллельное с обратной связью соединение звеньев.

Последовательным соединением звеньев называется такое соединение, когда выходная величина предыдущего звена является входной величиной последующего звена.

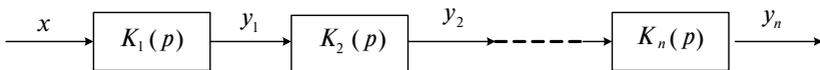


Рис. 2.1. Схема последовательного соединения звеньев

Передаточная функция всей цепи: $K_{\Sigma}(p) = \frac{y_n(p)}{x(p)}$.

Передаточные функции звеньев:

$$K_1(p) = \frac{y_1(p)}{x(p)}; \quad K_2(p) = \frac{y_2(p)}{y_1(p)}; \quad \dots; \quad K_n(p) = \frac{y_n(p)}{y_{n-1}(p)},$$

где $x(p)$, $y_1(p)$, ..., $y_n(p)$ изображение по Лапласу соответствующих переменных.

Если перемножить правые и левые части выше приведенных равенств, получим

$$\frac{y_n(p)}{x(p)} = K_{\mathcal{G}}(p) = K_1(p) \cdot K_2(p) \cdot \dots \cdot K_n(p).$$

Поскольку все переменные $y_1(p)$, $y_2(p)$, ..., $y_{n-1}(p)$ при перемножении сократятся, то

$$K_{\mathcal{G}}(p) = \prod_{i=1}^n K_i(p).$$

Параллельным соединением звеньев называют такое соединение, когда на входы всех звеньев подается одна и та же величина, а выходные сигналы суммируются.

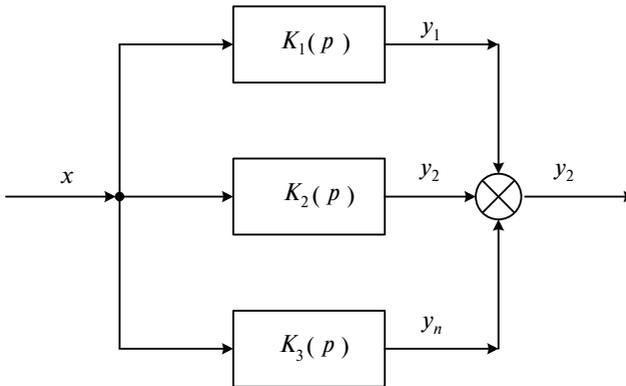


Рис. 2.2. Схема параллельного соединения звеньев

Если параллельно соединены n звеньев, то входной сигнал:

$$x = x_1 = \dots x_i = \dots = x_n, \text{ а выходной: } y = \sum_{i=1}^n y_i .$$

Переходя к изображениям и учитывая, что $y_i(p) = K_i(p) \cdot x_i$, получим $y(p) = \sum_{i=1}^n K_i(p) \cdot x_i(p) = x(p) \sum_{i=1}^n K_i(p)$, т. е. $K_3(p) = \sum_{i=1}^n K_i(p)$, следовательно $h_3(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t)$.

2.4. Обратные связи. Положительная, отрицательная, гибкая и жесткая обратные связи

Обратная связь может быть положительной, если сигнал обратной связи X_{oc} складывается с входным сигналом X (плюс Y суммирующего элемента), или отрицательной, если X_{oc} вычитается из X (минус Y суммарного элемента).

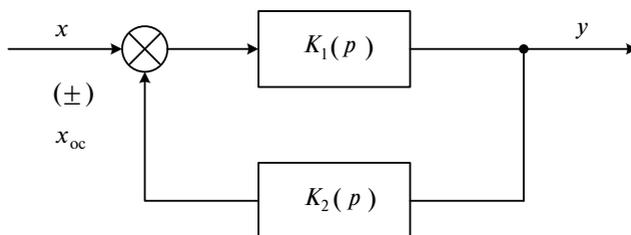


Рис. 2.3. Схема обратной связи

Схема описывается при отрицательной обратной связи следующими уравнениями: $y(p) = K_1(p)[x(p) - x_{oc}(p)]$, $x_{oc}(p) = K_2(p) \cdot y(p)$, ис-

ключив из уравнений $x_{oc}(p)$, получим:

$$\begin{cases} y(p) = \frac{K_1(p)x(p)}{(1 + K_1(p)K_2(p))} \\ K(p) = \frac{K_1(p)}{(1 + K_1(p)K_2(p))} \end{cases}$$

При положительной обратной связи: $K(p) = \frac{K_1(p)}{(1 - K_1(p)K_2(p))}$.

Передаточная функция разомкнутой САР (см. рис. 2.4):

$$K_p(p) = \frac{y(p)}{\Delta x(p)}$$

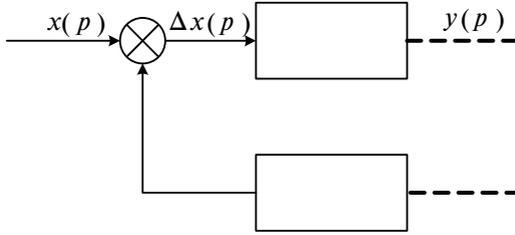


Рис. 2.4. Схема разомкнутой САР

Передаточная функция замкнутой САР (см. рис.2.3):

$$K(p) = \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)K_{oc}(p)}.$$

Если в цепь обратной связи включить пропорциональное звено (это звено, коэффициент передачи которого не является функцией от частоты), то такая обратная связь называется жесткой обратной связью $K_{oc}(p) = K$, если $K_{oc}(p) = 1$, то это единичная обратная связь.

Для единичной обратной связи:
$$K(p) = \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)}$$

Если раскрыть $K_p(p)$ и записать коэффициент передачи в общем виде:

$$K(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{c_n p^n + c_{n-1} p^{n-1} + \dots + c_0}, \text{ где } c_i = a_i + b_i.$$

Если в цепь обратной связи включить дифференцирующее звено вида: $K_{oc}(p) = K \cdot p$, то обратная связь будет называться гибкой обратной связью.

Передаточная функция САР по ошибке задающего воздействия имеет следующий вид:
$$K_x(y) = \frac{\Delta x(p)}{x(p)} = \frac{x(p) - y(p)}{x(p)} = 1 - K(p).$$

Для единичной обратной связи:

$$K_x(p) = 1 - \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)} = \frac{1}{1 + K_p(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}{c_n p^n + c_{n-1} p^{n-1} + \dots + c_0},$$

где $c_i = a_i + b_i$.

3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ И СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

3.1. Частотная передаточная функция.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика, амплитудная и фазовая частотные характеристики

Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме, т. е. вынужденные синусоидальные колебания звена.

Если на вход звена подается величина $x(t) = \sin \omega t$, то на выходе в установившемся режиме получим: $y(t) = A(\omega) \sin(\omega t + \varphi)$, где $A(\omega)$ – амплитуда (точнее, усиление амплитуды), а $\varphi(\omega)$ – фаза (точнее, сдвиг по фазе).

Применяется символическая запись синусоидальных колебаний:

$$x(t) = e^{j\omega t}; y(t) = A(\omega)e^{j(\omega t + \varphi(t))}.$$

Поставив эти величины в уравнение звена вида $a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + \dots + a_n y = b_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_m x$, получим

$$(a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n) A(\omega)e^{j(\omega t + \varphi(t))} = (b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_m)e^{j\omega t}$$

$$\text{откуда } A(\omega)e^{j(\omega t + \varphi(t))} = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}.$$

Сравнивая это выражение с передаточной функцией звена: $K(p) = y(p)/x(p)$, получим: $A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = (K(p))_{p=j\omega} = K(j\omega)$.

Откуда находим: $A(\omega) = |K(p)| = K(j\omega)$; $\varphi(\omega) = \arg K(j\omega)$.

$K(j\omega)$ называется частотной передаточной функцией звена, которая является комплексной функцией от действительной переменной ω .

Выражение $A(\omega)e^{j(\omega t + \varphi(t))} = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}$ представляет собой амплитудно-фазовую характеристику звена (АФЧХ). Выражения $A(\omega) = |K(p)| = K(j\omega)$; $\varphi(\omega) = \arg K(j\omega)$ называются соответственно амплитудной частотной характеристикой звена (АЧХ) и фазовой частотной характеристикой звена (ФЧХ).

3.2. Вещественная частотная характеристика

Функцию $K(j\omega)$ можно представить в виде

$K(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega)$, где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ – соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики.

Вещественная характеристика представляет собой четную функцию частоты, а мнимая характеристика – нечетную функцию частоты.

3.3. Логарифмические частотные характеристики

Кроме перечисленных частотных характеристик используются логарифмические частотные характеристики: логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) и логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ). Для построения ЛАЧХ находят величину $L(\omega) = 20\lg |K(j\omega)| = 20\lg A(\omega)$.

Эта величина выражается в децибелах. Бел представляет собой логарифмическую единицу, соответствующую десятикратному увеличению мощности. Один бел соответствует увеличению мощности в 10 раз, 2 бела – 100 раз и т. д.

Необходимость логарифмировать модуль частотной передаточной функции приводит к тому, что ЛАЧХ может быть построена только для тех звеньев, у которых передаточная функция представляет собой безразмерную величину. Это возможно при одинаковых размерностях входной и выходной величин звена.

Для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ используется стандартная сетка (рис. 3.1). По оси абсцисс откладывается угловая частота в логарифмическом масштабе.

По оси ординат откладывается модуль в децибелах (дБ). Для этой цели на ней наносится равномерный масштаб. Ось абсцисс должна проходить через точку 0 дБ, что соответствует значению модуля $A(\omega) = 1$, так как логарифм единицы равен 0.

Для построения ЛФЧХ используется также ось абсцисс (ось частот). По оси ординат откладывается фаза в градусах в линейном масштабе.

Применяется и деление шкалы на октавы. Одна октава соответствует удвоению частоты. Так как $\lg 2 = 0,301$, то одна октава соответствует 0,301 декады. Использование на оси абсцисс декад и октав значительно менее удобно, так как оцифровка шкалы получается не в единицах частоты, а в единицах логарифма частоты, что в сильной степени снижает преимущества применения логарифмических частотных характеристик.

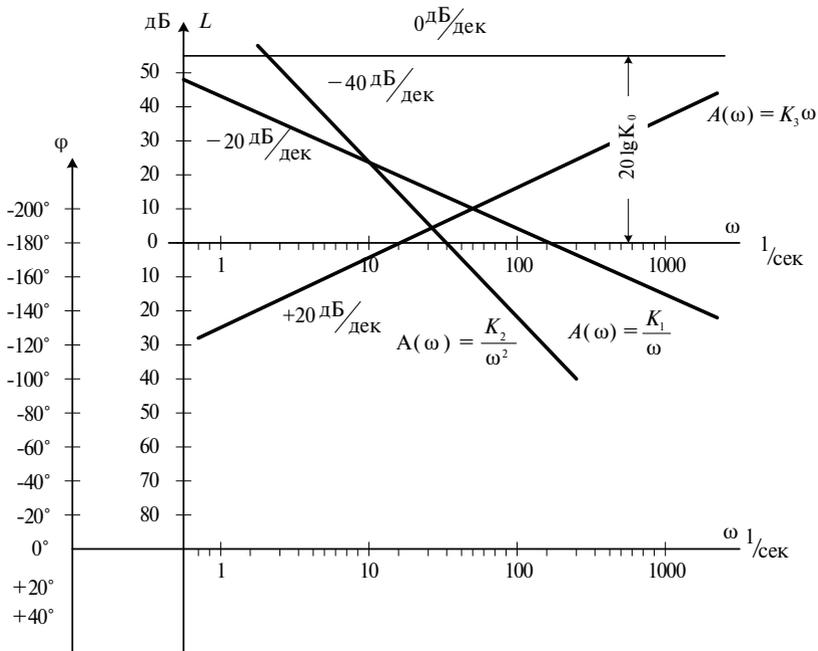


Рис. 3.1. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

В тех случаях когда частотная передаточная функция может быть представлена в виде произведения сомножителей, тогда результирующая ЛАХ может быть представлена суммированием ординат ЛАХ, соответствующих отдельным сомножителям. Часто не требуется даже такого суммирования, результирующая ЛАХ может быть приближенно построена в виде так называемой асимптотической ЛАХ, представляющей собой совокупность отрезков прямых линий с наклонами, кратными величине 20 дБ/дек .

4. КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ САР

4.1. Понятие устойчивости, характеристическое уравнение

Устойчивость САР — это способность системы возвращаться в исходное состояние по окончании действия возмущения. Исходным состоянием может быть необязательно состояние покоя.

Пусть в САР возникло отклонение $\Delta x = x(t) - y(t)$, если в дальнейшем отклонение уменьшается и стремится к нулю, то такая система является устойчивой.

Если же в дальнейшем отклонения сохраняются или увеличиваются, то такая САР называется неустойчивой.

Считают, что самый надежный способ оценки устойчивости САР по решению дифференциального уравнения системы (определяется характер переходного процесса системы, если переходный процесс заканчивается, то САР устойчива, если остается постоянным или амплитуда его увеличивается, то САР неустойчива).

Для определения устойчивости САР решают однородное уравнение.

$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = 0$, решение этого уравнения:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t},$$

где C_i — постоянные коэффициенты; p_i — корни характеристического уравнения вида: $a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n = 0$.

Решение представляет собой сумму экспонент, поэтому для устойчивости системы необходимо, чтобы корни p_i были отрицательными.

4.2. Критерий Гурвица

Для определения устойчивости системы любого порядка применяют критерий А. Гурвица.

Для того чтобы САР была устойчива достаточно, чтобы был положительным определитель Гурвица и все его диагональные миноры, определитель составляется на основе следующего уравнения:

$$a_0 p^n + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_n p + a_0 = 0.$$

Диагональный минор представляет собой определитель, полученный вычеркиванием нижней строки и крайнего правого столбца.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & 0 & 0 \\ \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

Определитель Гурвица составляется по следующему правилу:

$$\Delta_1 = a_1 > 0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0,$$

.....

Последний определитель включает в себя всю матрицу. Но так как в последнем столбце матрицы все элементы кроме нижнего равны нулю, то последний определитель Гурвица выражается через предпоследний следующим образом:

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} > 0,$$

$$\Delta_{n-1} > 0, \Delta_{n-2} > 0, \Delta_{n-3} > 0, \dots, \Delta_n > 0,$$

В этом случае доказывается, что нет отрицательных корней.

4.3. Критерий Михайлова

Пусть дано характеристическое уравнение такого вида:

$$a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0,$$

$K(p) = a_0 p^{(n)} + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0$ — является характеристическим полиномом.

Перейдем из операторной формы в частотную область:

$$K(j\omega) = a_0 (j\omega)^{(n)} + a_1 (j\omega)^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} (j\omega) + a_n.$$

В общем виде представим этот полином: $K(j\omega) = K(\omega) + jY(\omega)$.

По этому уравнению, по точкам можно построить кривую, и эта кривая называется кривой Михайлова. По виду кривой Михайлова делают вывод об устойчивости САР.

Если кривая Михайлова охватывает начало координат и последовательно проходит n -кватров против часовой стрелки, то этого достаточно для того, чтобы САР была устойчива (рис. 4.1).

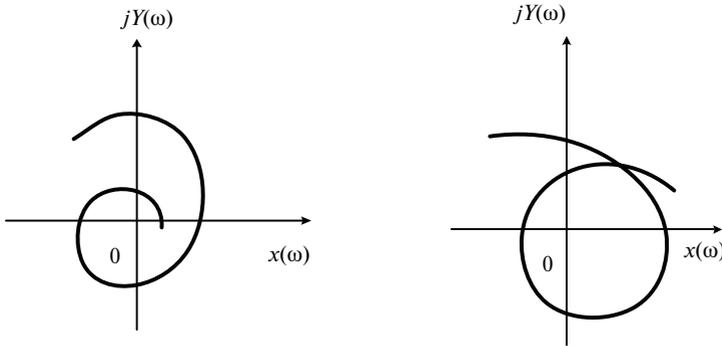


Рис. 4.1. Кривые Михайлова для устойчивой САР

Если кривая Михайлова проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости, если не охватывает начало координат, то система неустойчива (рис. 4.2).

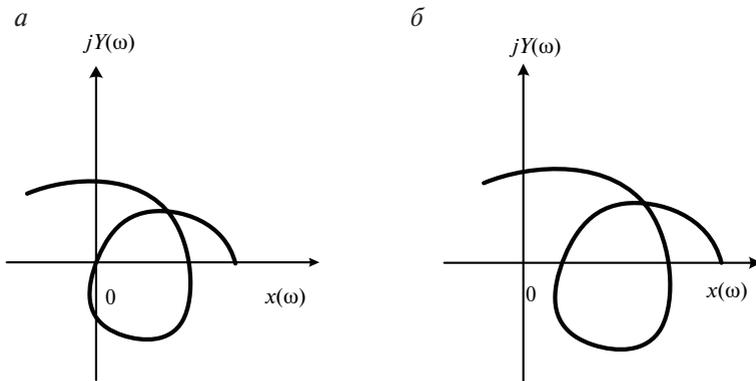


Рис. 4.2. Кривые Михайлова : a – система находится на границе устойчивости; b – САР неустойчива

5. ПОСТРОЕНИЕ КРИВЫХ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

5.1. Классический метод решения дифференциальных уравнений

Пусть САР описывается линейным дифференциальным уравнением вида:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n)x(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)y(t). \quad (5.1)$$

Для отыскания полного решения этого дифференциального уравнения необходимо найти частное или вынужденное решение уравнения с правой частью $x(t)$ и определить корни характеристического уравнения:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0.$$

Полное решение будет иметь вид:

$$x(t) = x_0(t) + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_n e^{p_n t}. \quad (5.2)$$

Дальнейшим шагом является отыскание произвольных постоянных интегрирования C_1, \dots, C_n . Для этой цели используются начальные условия; при $t = 0$; $x(0) = x_0$; $x'(t) = x'_0, \dots, x^{(n-1)}(0) = x_0^{(n-1)}$. Начальные условия накладываются на основании физических соображений или находятся из дифференциального уравнения (5.1). Дифференцируя уравнение (5.2) по времени $n-1$ раз и используя начальные условия, получают n алгебраических уравнений, куда входят n неизвестных постоянных интегрирования. Совместное решение этих уравнений дает возможность определить искомые постоянные интегрирования C_1, \dots, C_n .

Операции вычисления корней и совместного решения алгебраических уравнений являются трудоемкими. Это особенно относится ко второй операции, так как вычисления корней может быть сделано довольно быстро приближенными методами. В связи с этим использование данного метода построения кривой переходного процесса ограничивается порядком дифференциального уравнения, обычно не выше третьего, расчеты получаются более простыми в том случае, когда правая часть равна нулю, т. е. имеется однородное дифференциальное уравнение. Тогда частное решение равно нулю и полное решение приобретает более простой вид:

$$x(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_n e^{p_n t}. \quad (5.3)$$

В этом случае переходный процесс определяется только видом корней и начальными условиями.

5.2. Использование преобразования Лапласа и Карсона-Хевисайда

Решение дифференциальных уравнений операторным методом позволяет перейти к алгебраическому выражению – получить переходную функцию в операторной форме, а затем восстановить оригинал по известному выражению, используя обратное преобразование Лапласа:

$$h(t) = L^{-1}[h(p)], \quad (5.4)$$

где L^{-1} – оператор обратного преобразования Лапласа.

Изображение переходной функции проще всего определить с помощью передаточной функции замкнутой системы $K(p)$:

$$Y(p) = K(p) \cdot X(p), \quad y(t) = h(x), \quad \text{если } x(t) = 1(t). \quad (5.5)$$

Изображение единичной функции равно $1/p$ и $h(p) = \frac{K(p)}{p}$;

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{K(p)}{p} \right]. \quad (5.6)$$

Для простых выражений значение оригинала определяется по таблице. Для более сложных функций оригинал можно найти по теореме разложения. Для изображения, представляющего собой отношение полиномов и имеющих один нулевой корень в знаменателе, т. е.

$$h(p) = \frac{K(p)}{p}, \quad h(t) = \frac{Q(0)}{p(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{Q(p_i)}{p_i p'(p_i)} \cdot e^{p_i t}, \quad (5.7)$$

где p_i – корни уравнения $p(p) = 0$.

Операторный метод по сравнению с классическим имеет то преимущество, что для него необходимо только определить корни полинома $p(p)$.

Постоянные интегрирования при нулевых начальных условиях учитываются автоматически при составлении передаточной функции в операторном виде.

В некоторых случаях, особенно в задачах электротехники, используется преобразование Лапласа с дополнительным умножением на величину P .

$$\varphi(p) = pF(p), \quad (5.8)$$

где $\varphi(p)$ – преобразование Карсона – Хевисайда;

$F(p)$ – преобразование Лапласа.

Преобразование Карсона – Хевисайда нашло распространение наряду с преобразованием Лапласа. Это объясняется тем, что исторически первым способом решения дифференциальных уравнений был операторный метод Хевисайда. Кроме того, удобство преобразования Карсона – Хевисайда заключается в том, что изображение постоянной величины A (ступенчатой функцией $A = 1(t)$ равно самой постоянной величине.

Основное достоинство преобразований Лапласа и Карсона – Хевисайда заключается в том, что операции дифференцирования и интегрирования оригинала заменяются алгебраическими действиями по отношению к изображениям, т. е.

$$y^{(n)}(t) = p^n F(p); \quad (5.9)$$

$$\int_0^t y(t) dt = \frac{F(p)}{p}. \quad (5.10)$$

Практически важной для отыскания оригинала решения является теорема свертывания. Она гласит: если изображение представляет собой произведение

$$X(p) = X_1(p) \cdot X_2(p), \quad (5.11)$$

то оригинал выражается формулой

$$x(t) = \int_0^t x_1(\tau) x_2(t - \tau) d\tau, \quad (5.12)$$

где τ – представляет собой вспомогательное время интегрирования.

6. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ

6.1. Показатели качества переходных процессов

После обеспечения устойчивости системы необходимо обеспечить требуемое качество переходного процесса управления, которое оценивают по переходной функции $h(t)$ (рис. 6.1), представляющей собой реакцию системы на внешнее воздействие типа единичной ступенчатой функции $1(t)$. К таким оценкам можно отнести время регулирования t_p – это интервал времени от момента начала переходного процесса до момента его завершения, т. е. значение выходной величины в этом случае попадает в определенный диапазон вблизи установленного значения $\delta = (3 \div 5 \%)t_y$.

Время управления t_y – это время от начала переходного процесса до момента достижения величины установившегося значения.

Перерегулирование (выброс) Δh_{\max} – это количество перерегулируемых процессов или количество выбросов за диапазон $h_{\text{уст}} = \pm \delta$.

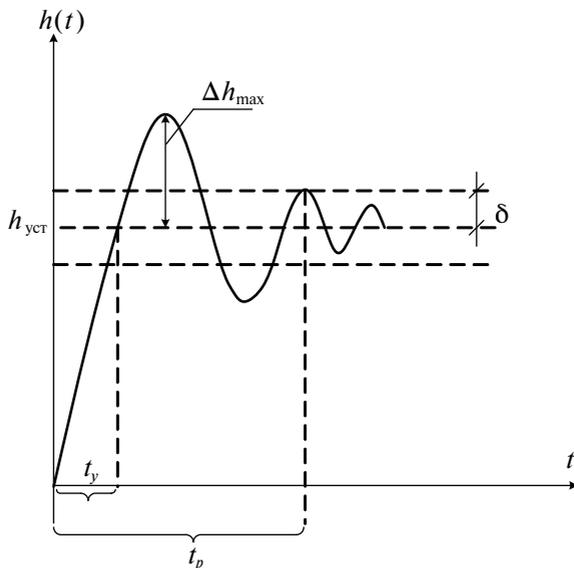


Рис. 6.1. Переходная функция

Из характеристик переходного процесса известно, что уменьшение времени управления ведет к увеличению времени регулирования. Для того чтобы оценить данные параметры, необходимо построить переходную характеристику.

Как показывает практический опыт, в большинстве случаев оказывается более удобно использовать косвенные показатели качества регулирования. Косвенная оценка – это величина, которая в той или иной степени характеризует определенные стороны переходного процесса.

Основное преимущество подобных оценок заключается в том, что для их определения совершенно необязательно строить переходную функцию. В тоже время косвенные оценки позволяют судить о влиянии параметров САУ на динамические свойства.

Существует несколько косвенных оценок качества регулирования переходных процессов:

- оценка по частотным характеристикам;
- интегральные оценки;
- корневые методы и др.

Рассмотрим оценку по частотным характеристикам. При наличии инерционного звена АЧХ и ФЧХ примут такой вид (рис 6.2):

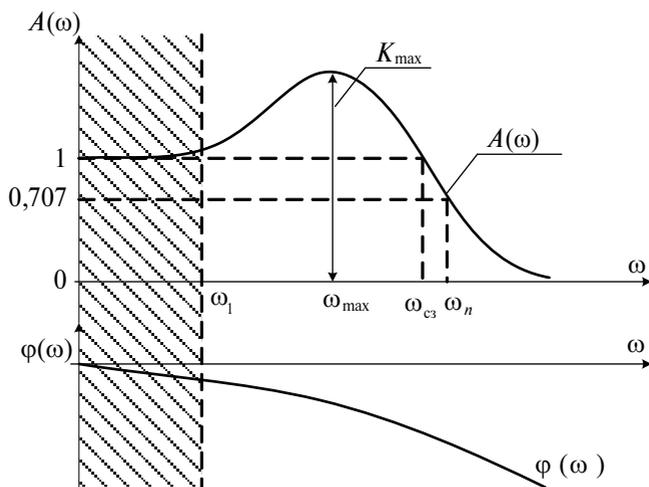


Рис. 6.2. Амплитудная частотная характеристика и фазовая частотная характеристика

На резонансной частоте ω_{\max} АЧХ имеет максимум K_{\max} (рис 6.2). При дальнейшем увеличении частоты система вследствие своей инерционности, которая отражается постоянными времени ее звеньев, не успевает реагировать на колебания больших частот и $A(\omega)$ резко «падает». По своим частотным свойствам следящая система может быть отнесена к классу фильтров нижних частот.

Установлено, что чем больше K_{\max} , тем более колебательным является переходный процесс. Отношение $K_{\max}/K_0 = M$ называют показателем колебательности. Для следящих систем $K(0) = 1$, поэтому $M = K_{\max}$. Обычно $M = 1,2 \div 1,5$. При малых M система имеет большое время регулирования. При больших M увеличивается перерегулирование и система приближается к границе устойчивости.

Кроме частоты ω_{\max} , характерными частотами АЧХ являются $\omega_{\text{сз}}$ и ω_n . Частота $\omega_{\text{сз}}$ называется частотой среза замкнутой системы и определяется на уровне $K = 1$. Для следящих систем частота $\omega_{\text{сз}}$ определяет диапазон частот вынужденных колебаний, которые система пропускает без ослабления. На этой частоте амплитуды входного и выходного колебаний равны. Частота ω_n называется полосой пропускания замкнутой системы и определяется на уровне $K(0)/\sqrt{2} = 0,707$. Так как в диапазоне частот $\omega_{\text{сз}} \div \omega_n$ АЧХ резко «падает», то значения частот $\omega_{\text{сз}}$ и ω_n близки.

Полоса пропускания влияет на точность и быстродействие системы. С увеличением полосы пропускания быстродействие системы растет. Чем больше полоса пропускания, тем больший спектр входного сигнала передается системой без искажений. Следовательно, точность обработки входного сигнала повышается.

О качестве регулирования можно судить по ЛАЧХ. На основании расчетов переходных процессов было установлено, что для удовлетворительного качества регулирования участок средних частот, на котором ЛАЧХ пересекает ось абсцисс, должен иметь наклон 20 дБ/дек. Протяженность этого участка влияет на перерегулирование. С его увеличением уменьшается колебательность переходного процесса. Приемлемое качество переходных процессов имеет место, если протяженность этого участка примерно равна декаде. Время регулирования t_p зависит от частоты среза, при которой ЛАЧХ пересекает ось абсцисс. Чем больше $\omega_{\text{сз}}$, тем меньше t_p .

Применение типовых ЛАЧХ разомкнутых систем позволило составить номограмму, с помощью которой, зная M , ω_{\max} , $\omega_{\text{сз}}$ и ω_n , можно определить время регулирования t_p , время установления t_y ,

максимальное значение переходной характеристики переходного процесса h_{\max} и др.

Рассмотрим интегральные оценки переходных процессов, которые позволяют заменить набор оценок одной величиной.

Интегральная оценка – это определенный интеграл от некоторой функции переходной составляющей ошибки.

Эта оценка применяется для астатических следящих систем. В САР такого типа установившееся значение ошибки стремится к нулю, а переходная составляющая ошибки равна ошибке системы, т. е. $E(t) = x(t) - y(t)$.

В общем виде интегральная оценка определяется как

$$J = \int_0^{\infty} f[E(t)]dt.$$

Ограничение по применению данной оценки заключается в том, что она используется только для переходных процессов без перерегулирования, когда ошибка не меняет знака. Интеграл представляет собой площадь под кривой регулирования (рис. 6.3).

Простейшая интегральная оценка: $J_{00} = \int_0^{\infty} f[E(t)]dt$.

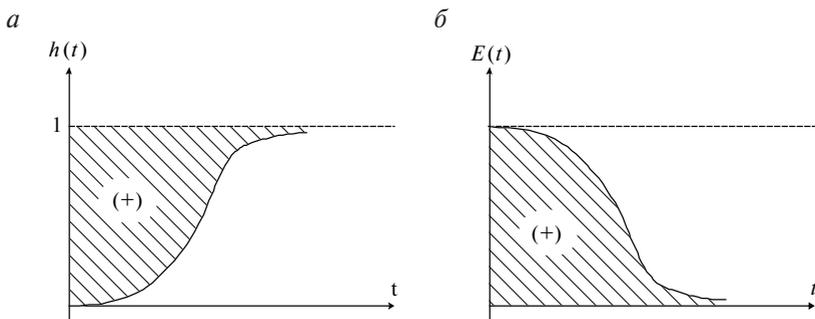


Рис. 6.3. Кривые переходных характеристик:
 а – переходная характеристика в САР без перерегулирования;
 б – интегральная оценка в САР без перерегулирования

При колебательном характере переходного процесса данная оценка не применяется, так как $h(t)$ и $E(t)$ имеют разные знаки (рис. 6.4).

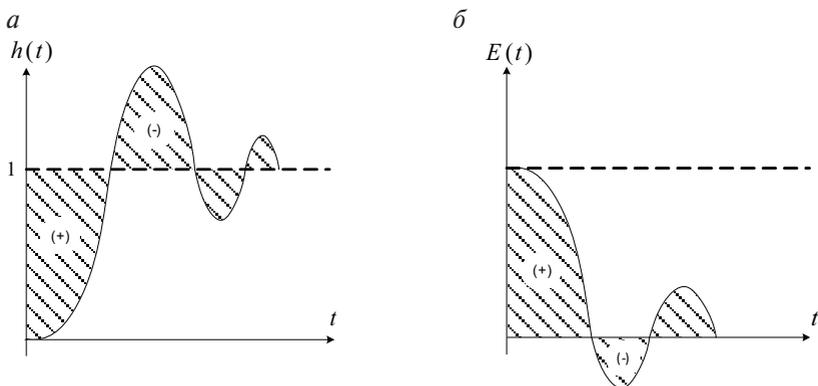


Рис. 6.4. Кривые переходных характеристик: *a* – переходная характеристика при колебательном характере процесса в САР; *б* – интегральная оценка в САР с перерегулированием

Здесь используют следующую оценку: $J_{01} = \int_0^{\infty} f[E(t)]dt$.

В этом случае оценка представляет собой определенную сложность, поэтому для оценки колебательных и монотонных переходных процессов часто используется квадратичная интегральная оценка:

$$J_{02} = \int_0^{\infty} f[E(t)]dt.$$

Такая оценка не зависит от знака ошибки, а значит от характера переходного процесса (рис. 6.5).

Оценка представляет собой площадь под кривой квадрата ошибки. Чем меньше данная оценка, тем ближе переходный процесс к идеальному ступенчатому изменению выходной величины, вызванному ступенчатым изменением входной величины.

Квадратичную интегральную оценку можно улучшить, если учитывать не только ошибку, но и скорость ее изменения, т. е. $\frac{dE}{dt}$, тогда интегрирующая оценка примет вид:

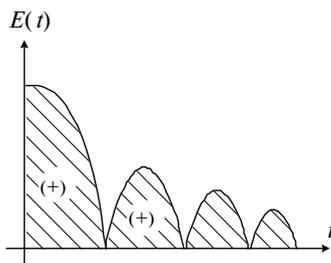


Рис. 6.5. Квадратичная интегральная оценка

$$J_1 = \int_0^{\infty} f[E^2(t) + \tau_1 \cdot E^2(t)] dt.$$

Используют также более сложные оценки. Можно учитывать высшие производные оценки.

При любых интегральных оценках качество переходного процесса тем лучше, чем меньше величина соответствующего интеграла.

Из теории САР известно, что передаточную функцию любой замкнутой САР можно представить в виде: $K_p(p) = \frac{K}{p^\gamma} \cdot K_p^*(p)$,

где K – общий передаточный коэффициент; γ – количество интегрирующих звеньев; $K_p^*(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы.

Если $\gamma = 0$, интегрирующие звенья отсутствуют, это статическая САР.

Если $\gamma = 1$, включает одно интегрирующее звено, это астатическая САР первого порядка.

Если $\gamma = 2$, включает два интегрирующих звена, это астатическая САР второго порядка и т. д.

$$\text{Астатизм по возмущающему воздействию: } K_{ocf}(p) = \frac{K}{p^\gamma} \cdot K_{oc}^*(p),$$

где K_{oc} – коэффициент передачи цепи ОС; γ – количество интегрирующих звеньев цепи ОС; $K_p^*(p)$ – передаточная функция цепи ОС без интегрирующих элементов.

Если $\gamma = 0$, то система называется статической САР по возмущению и нет интегрирующих звеньев в цепи ОС.

Если $\gamma = 1$, то в цепи ОС одно интегрирующее звено и система будет называться астатической САР первого порядка.

7. КОРРЕКЦИЯ САР

Введение корректирующих устройств в систему регулирования направлено на повышение точности работы системы в установившемся режиме и достижении приемлемого качества переходных процессов.

Для уменьшения ошибок в установившемся режиме необходимо повысить коэффициент усиления системы в разомкнутом состоянии K , но с увеличением K уменьшается запас устойчивости и ухудшается переходный процесс системы.

Построим ЛАЧХ и ЛФЧХ для следящей системы, коэффициент передачи которой в разомкнутом состоянии (рис. 7.1):

$$K_p(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

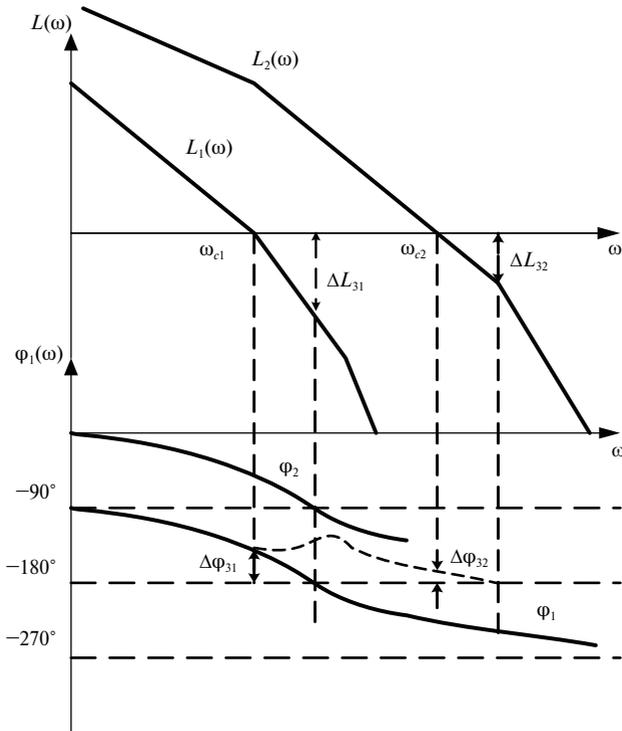


Рис. 7.1. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

Из графиков видно, что на первом участке при $K = K_1$ у системы достаточный запас устойчивости по амплитуде и фазе, а следовательно, и хороший переходный процесс. Однако из-за большой ошибки по скорости САР практически нельзя использовать.

Если же для уменьшения ошибки по скорости увеличить K до K_2 , то САР становится неустойчивой. Для того чтобы при увеличении K разомкнутой системы сохранить устойчивость, необходимо частично компенсировать запаздывание в полосе частот, которая расположена около частоты среза ω_{c2} , соответствующей увеличенному коэффициенту усиления K_2 , т. е. деформировать ЛФЧХ системы, приподняв ее вверх. Такую деформацию ЛФЧХ можно осуществить, включив последовательно в систему устройство, которое в отличие от других элементов вносит бы не запаздывание, а опережение по фазе синусоидальных колебаний в указанной полосе частот. Этого можно достичь сложением напряжения рассогласования $U_c(t)$ и производной от него $\frac{dU_c(t)}{dt}$.

При использовании в системе исполнительного двигателя, реагирующего на сигнал рассогласования, в момент пуска двигатель развивает большее вращающее усилие, а при уменьшении сигнала рассогласования в результате изменения знака производной приводит к уменьшению (или устранению) перерегулирования и быстрее затухает переходный процесс.

Необходимого функционального преобразования сигнала рассогласования системы можно достичь, включая корректирующие устройства последовательно и параллельно элементам системы.

7.1. Корректирующие устройства.

Последовательные корректирующие устройства

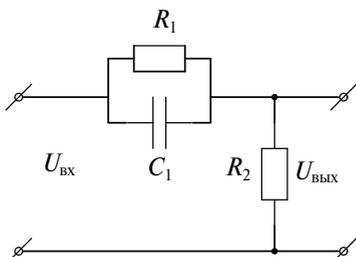


Рис. 7.2. Реальная дифференцирующая цепь

Наиболее часто применяется реальная дифференцирующая цепь, при определенных значениях называемая форсирующей цепью (рис. 7.2).

Передаточная функция этой цепи:

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{K(T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1)},$$

где K – коэффициент передачи; T_1 и T_2 – постоянные времени, характеризующие опережение и отставание $K = R_2/R_1 + R_2$, $T_1 = R_1 C$, $T_2 = K T_1$.

Так как $K < 1$, то $T_1 < T_2$, $\varphi(\omega) = \text{arctg} T_1 - \text{arctg} T_2$,
из условия $\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = 0$ находим частоту $\omega_{\text{max}} = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$.

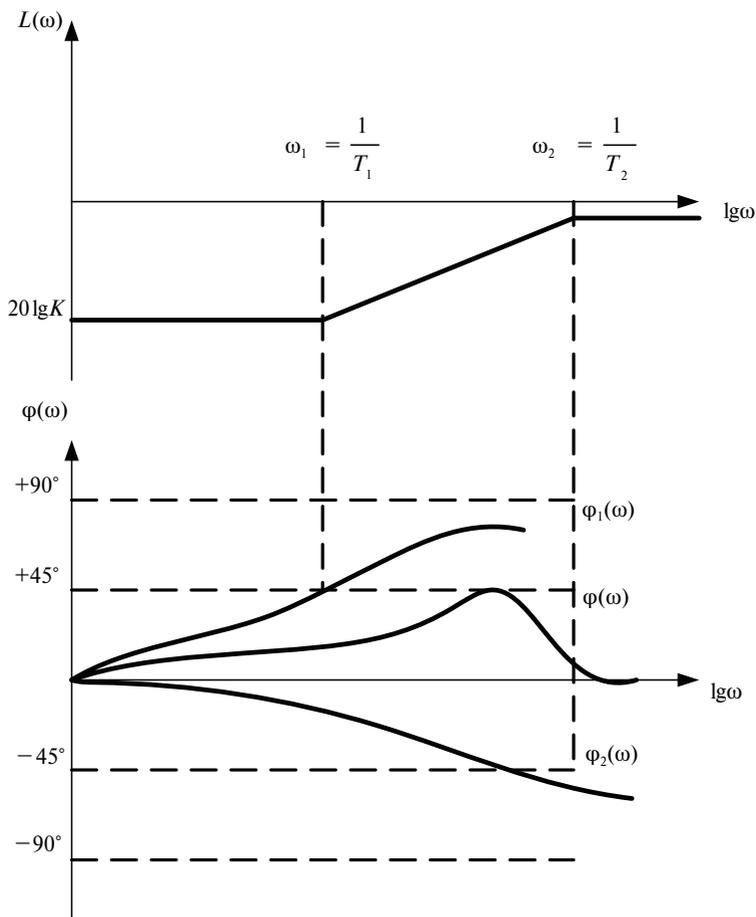


Рис. 7.3. Логарифмическая амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

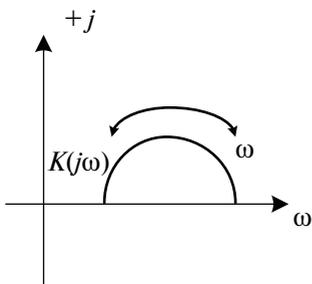


Рис. 7.4. Амплитудно-фазовая характеристика реальной дифференцирующей цепи

Достоинство коррекции САР с помощью последовательного дифференцирующего фазоопережающего устройства состоит в том, что одновременно с увеличением коэффициента усиления K удается увеличить и частоту среза ω_c системы, т. е. наряду с уменьшением ошибки в установившемся режиме имеется возможность уменьшения и времени переходного процесса.

Недостатки форсирующей цепи:

– ослабление полезного сигнала в области низких частот, т. е. там, где содержится спектр полезного сигнала.

– ошибка системы под влиянием высокочастотных помех может увеличиваться.

7.2. Реальная интегрирующая цепь

Для уменьшения влияния высокочастотных помех используют интегрирующее устройство (рис. 7.5).

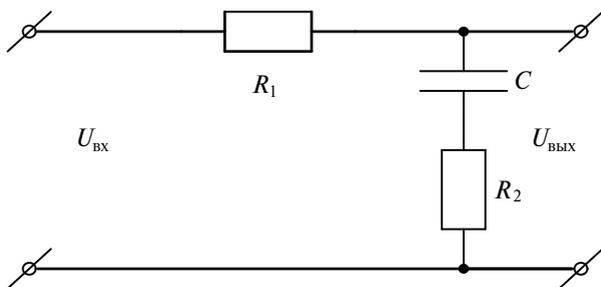


Рис. 7.5. Реальная интегрирующая цепь

$$\text{Передаточная функция такой цепи: } K(p) = \frac{U_{\text{ввых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}$$

где $T_2 = R_2 C$ – постоянная времени опережения контура, $T_1 = C(R_1 + R_2)$ – постоянная времени отставания.

$$K = \frac{T_2}{T_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \text{ откуда } T_2 = T_1 K \text{ и } T_1 > T_2, \text{ так как } K < 1.$$

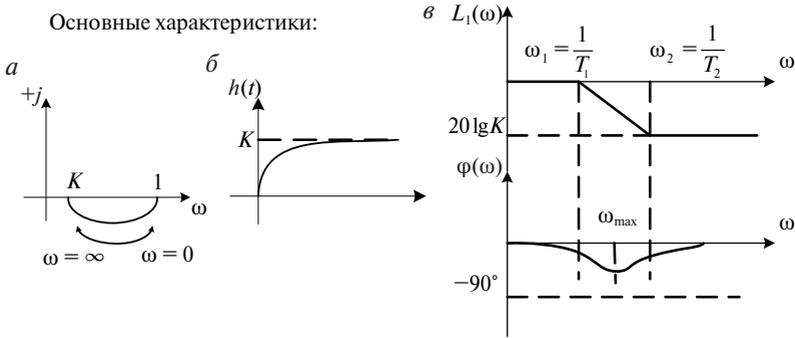


Рис. 7.6. Графические зависимости реальной интегрирующей цепи: *a* – амплитудная фазовая характеристика; *б* – переходная характеристика; *в* – логарифмическая амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

ЛФЧХ построена по выражению

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T_1) + \arctg(\omega T_2);$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} = \sqrt{\frac{1}{T_1} \cdot \frac{1}{T_2}} = \frac{1}{T_1 \sqrt{K}},$$

и, соответственно, $\varphi_{\max}(\omega) = -\arctg(\omega_{\max} T_1) + \arctg(\omega_{\max} T_2)$.

Интегрирующая цепь вносит отставание по фазе – это недостаток. Однако при соответствующем выборе параметров устройства область отставания может быть смещена в сторону низких частот, значительно левее частоты среза системы, поэтому запас устойчивости САР при включении интегрирующего звена не уменьшается.

7.3. Интегро-дифференцирующая цепь

По сравнению с реальной интегрирующей цепью в интегро-дифференцирующей используется дополнительный конденсатор C_1 , подключенный параллельно R_1 (рис. 7.7):

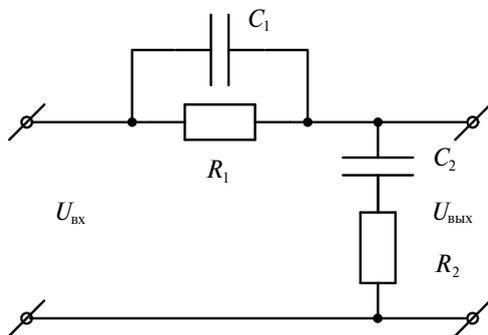


Рис. 7.7. Интегрирующая цепь

Основные характеристики:

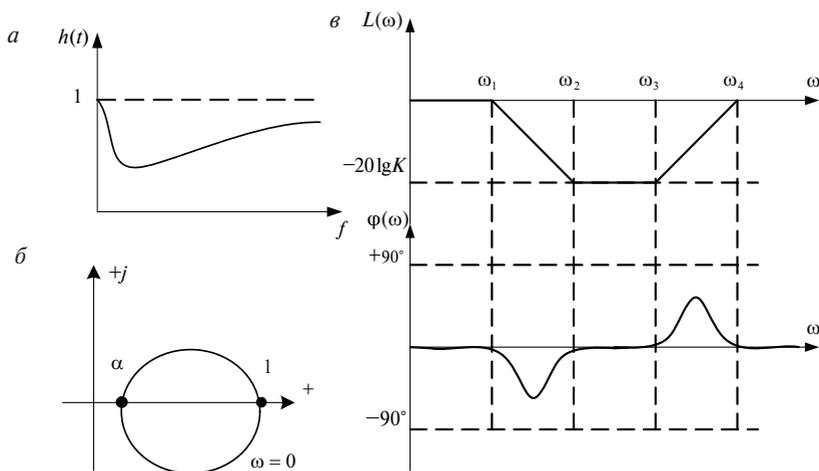


Рис. 7.8. Графические зависимости интегро-дифференцирующей цепи: *a* – переходная характеристика; *б* – амплитудно-фазовая характеристика звена *v* – логарифмическая амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

Передаточная функция имеет вид:
$$K(p) = \frac{(p\tau_1 + 1)(p\tau_2 + 1)}{(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)},$$

где $\tau_1 = C_1 R_1$; $\tau_2 = C_2 R_2$; $T_1 = \alpha \tau_1$; $T_2 = \tau_2 / \alpha$; $\alpha \ll 1$.

Частоты $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}$; $\omega_2 = \frac{1}{T_1}$; $\omega_3 = \frac{1}{T_2}$; $\omega_4 = \frac{1}{\tau_2}$.

Частоты сопряжения НЧ цепи $\frac{1}{T_1}$ и $\frac{1}{\tau_1}$ выбираются значительно меньшими частоты среза корректируемой системы с тем, чтобы область частот, в которой цепь создает отставание, находилась левее частоты среза скорректированной системы. Частоты сопряжения ВЧ цепи $\frac{1}{T_2}$ и $\frac{1}{\tau_2}$ выбираются так, чтобы частота среза скорректированной системы оказалась примерно посередине между ними.

При таком выборе максимальное опережение, создаваемое контуром, будет находиться в области частоты среза, благодаря чему достигается наибольший подъем ЛФЧХ в этой области частот, а следовательно, максимальное увеличение запаса устойчивости по фазе и улучшение переходного процесса.

7.4. Коррекция САР с помощью обратной связи

Повышение показателей качества может быть достигнуто включением корректирующих устройств не только последовательно, но и параллельно отдельным звеньям системы.

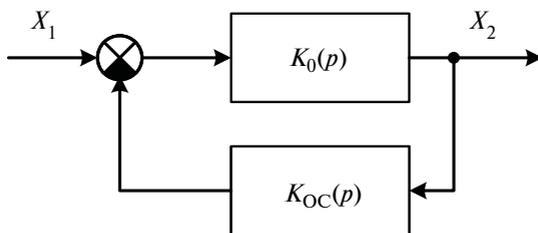


Рис. 7.9. Звено $K_0(p)$, охваченное отрицательной обратной связью с передаточной функцией $K_{oc}(p)$

Часть САР (как показано на рис. 7.9) с передаточной функцией $K_0(p)$ охвачена обратной связью, содержащей корректирующее устройство с передаточной функцией $K_{oc}(p)$. В этом случае передаточная функция части системы будет определяться следующим образом:

$$K_{\text{оxb}}(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)} = \frac{K_0(p)}{1 + K_0(p) \cdot K_{\text{oc}}(p)}, \text{ где «+» или «-» в знаменателе}$$

соответствует отрицательной или положительной обратной связи.

Последнее выражение можно определить в виде:

$$K_{\text{оxb}}(p) = K_0(p) \cdot \frac{1}{1 + K_0(p)K_{\text{oc}}(p)} = K_0(p) \cdot K_n(p),$$

здесь $K_n(p) = \frac{1}{1 + K_0(p)K_{\text{oc}}(p)}$ – передаточная функция последова-

тельно включенного звена, эквивалентного по своему действию параллельному корректирующему устройству с передаточной функцией $K_{\text{oc}}(p)$.

Тогда структурная схема будет выглядеть (рис. 7.10):

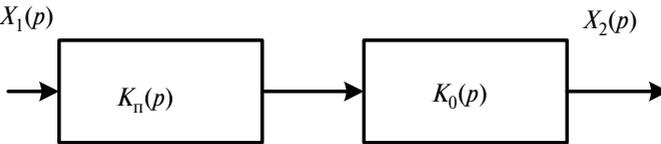


Рис. 7.10. Последовательное включение звеньев $K_n(p)$ и $K_0(p)$

Таким образом, введение параллельного корректирующего устройства с передаточной функцией $K_{\text{oc}}(p)$ равносильно включению последовательного устройства с передаточной функцией

$$K_n(p) = \frac{1}{1 + K_0(p)K_{\text{oc}}(p)}.$$

Заменим p на $j\omega$, перейдем в частотную область, тогда

$$K_{\text{оxb}}(j\omega) = \frac{K_0(j\omega)}{1 + K_0(j\omega)K_{\text{oc}}(j\omega)}.$$

Если в какой-либо области частот выполняется условие

$|K_0(j\omega) \cdot K_{\text{oc}}(j\omega)| \gg 1$, то $K_{\text{оxb}}(j\omega) \approx \pm \frac{1}{K_{\text{oc}}(j\omega)}$. Таким образом, при

выполнении последнего условия передаточная функция части системы, охваченной обратной связью в этой области частот, равна обратному значению передаточной функции параллельного корректирующего устройства.

Следовательно, с помощью параллельных корректирующих устройств удастся изменить частотную характеристику системы.

7.5. Пример коррекции САР с помощью обратной связи

Коррекция следящей системы с помощью гибкой ОС по второй производной, охватывающей двигатель (рис. 7.11).

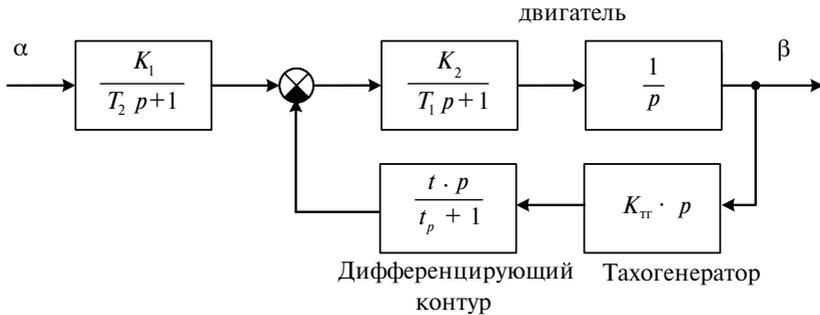


Рис. 7.11. Коррекция следящей системы с помощью гибкой ОС

ККУ без местной обратной связи:

$$K(j\omega) = \frac{K_1 \cdot K_2}{j\omega(T_2 j\omega + 1)(T_1 j\omega + 1)}; \quad T_1 > T_2$$

ЛАЧХ $L(\omega)$ и ЛФЧХ $\varphi(\omega)$, САР не устойчива.

Гибкая отрицательная обратная связь (ООС) по второй производной охватывает апериодическое и интегрирующее звенья (двигатель) и описывается ККУ:

$$K_{\text{ОС}}(j\omega) = \frac{\overbrace{K_{\text{т}} \cdot \tau(j\omega)^2}^{\tau_{\text{ОС}}}}{\tau(j\omega) + 1} \quad (\text{пусть } \tau > T_1),$$

ККУ участка схемы, охваченного обратной связью имеет вид:

$$\begin{aligned}
K_{\text{оxb}}(j\omega) &= \frac{K_2/j\omega(T_1j\omega+1)}{1 + \frac{K_2}{j\omega(T_1j\omega+1)} \cdot \frac{K_{\text{тр}} \cdot \tau(j\omega)^2}{\tau j\omega+1}} = \\
&= \frac{K_2}{j\omega(T_1j\omega+1)(\tau j\omega+1) + K_2 \cdot K_{\text{тр}} \cdot \tau(j\omega)^2} = \\
&= \frac{K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega(T_1j\omega+1)(\tau j\omega+1) + K_2 \cdot K_{\text{тр}} \cdot \tau(j\omega)^2} = \\
&= \frac{K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega[T_1 \cdot j\omega \cdot \tau \cdot j\omega + T_1j\omega + \tau j\omega + 1 + K_2 \cdot \tau_{\text{оc}}j\omega]} = \\
&= \frac{K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega[T_1\tau(j\omega)^2 + j\omega(T_1 + \tau + K_2\tau_{\text{оc}}) + 1]} = \frac{K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega(T_{1k}j\omega+1)(T_{2k}j\omega+1)} =
\end{aligned}$$

обозначив $\begin{cases} T_{1k} \cdot T_{2k} = T_1 \cdot \tau \\ T_{1k} + T_{2k} = T_1 + \tau + K_2\tau_{\text{оc}} \end{cases}$, можно записать:

$$= \frac{K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega[T_{1k} \cdot T_{2k}(j\omega)^2 + (T_{1k} + T_{2k})j\omega + 1]},$$

где из системы уравнений определим T_{1k} и T_{2k} (имеет место неравенство $T_{1k} > \tau > T_1 > T_{2k}$ *) ККУ системы, скорректированной местной обратной связью:

$$K_{\text{ск}}(j\omega) = \frac{K_1}{T_2j\omega+1} \cdot K_{\text{оxb}} = \frac{K_1 K_2(\tau j\omega+1)}{j\omega(T_{1k}j\omega+1)(T_{2k}j\omega+1)(T_2j\omega+1)}$$

Коэффициент усиления и порядок астатизма САР при охвате аperiodического и интегрирующего звеньев обратной связью по второй производной не изменились. Постоянная времени T_{2k} путем выбора параметров обратной связи может быть сделана при необходимости меньше, чем T_2 (или несколько больше). ЛАЧХ и ЛФЧХ скорректированной системы (с учетом неравенства *) изображены графиками $L_{\text{ск}}(\omega)$, $\varphi_{\text{ск}}(\omega)$. Система стала устойчивой при заданном большом коэффициенте усиления (см. рис. 7.12).

Этого можно было достичь с помощью последовательной интегро-дифференцирующей цепи. ЛАЧХ $L_{\text{ск}}(\omega)$ последовательной ИДЦ

получены вычитанием $L(\omega)$ из $L_{ck}(\omega)$. Постоянные времени T_{1k} , τ и T_{2k} , входящие в передаточную функцию эквивалентной схемы, выбираются из тех же соображений, что и постоянные времени ИДЦ при последовательной коррекции.

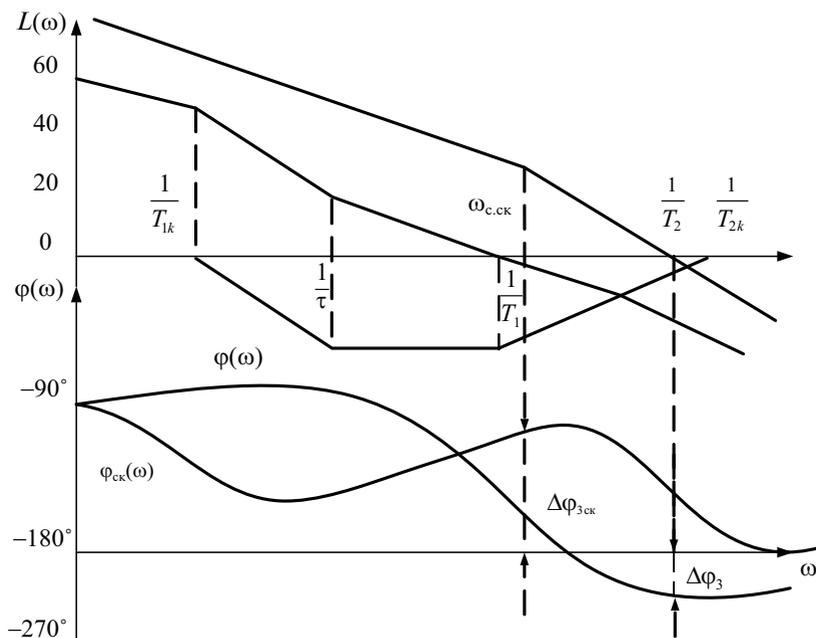
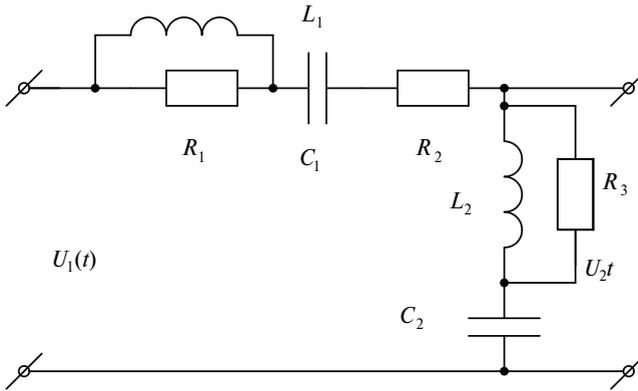


Рис. 7.12. Амплитудная частотная характеристика и логарифмическая фазовая частотная характеристика

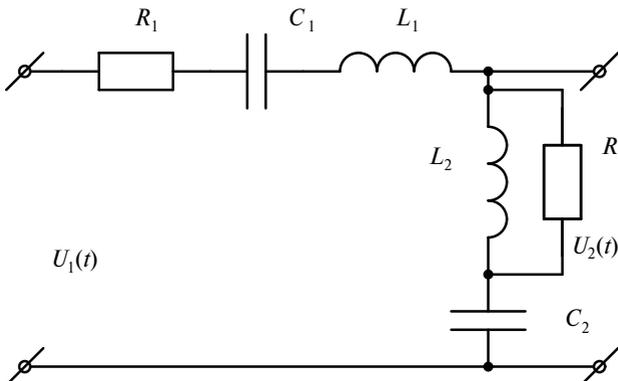
8. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Задание 1

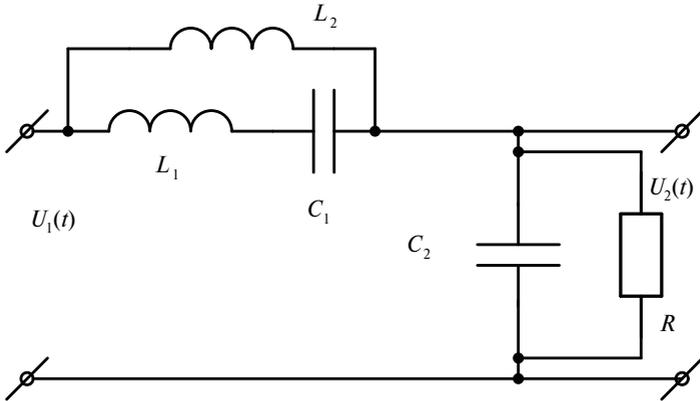
1. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 1 \text{ мГн}$.



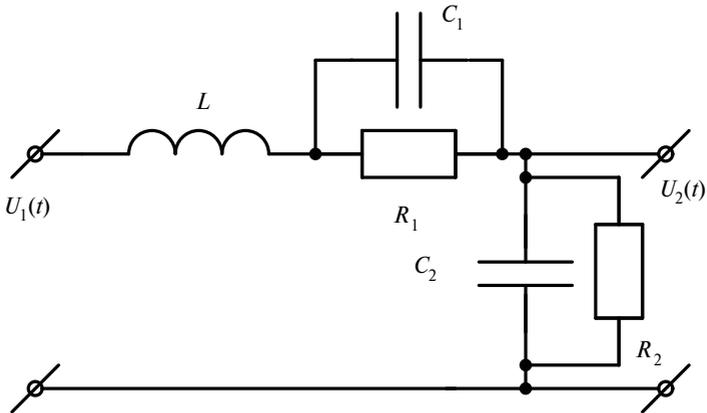
2. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 1 \text{ мГн}$.



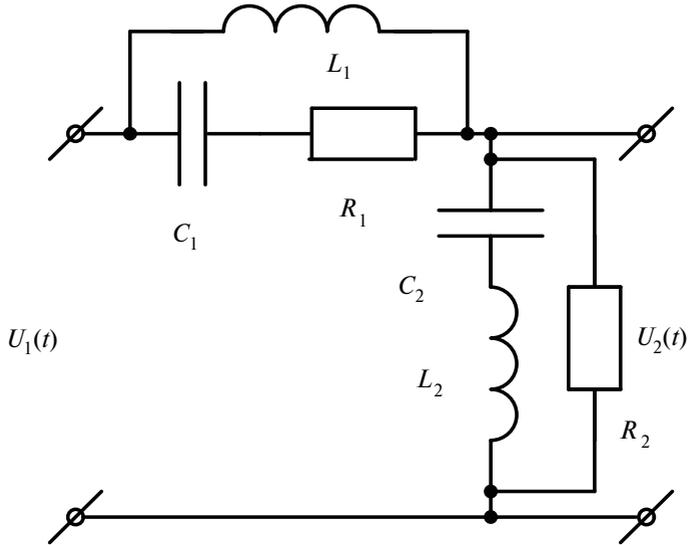
3. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L_1 = 1 \text{ мГн}$, $L_2 = 2 \text{ мГн}$.



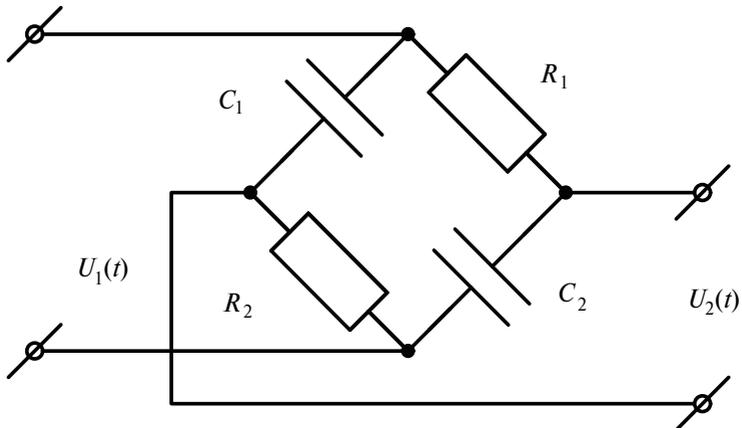
4. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 10 \text{ мкФ}$, $L = 10 \text{ мГн}$.



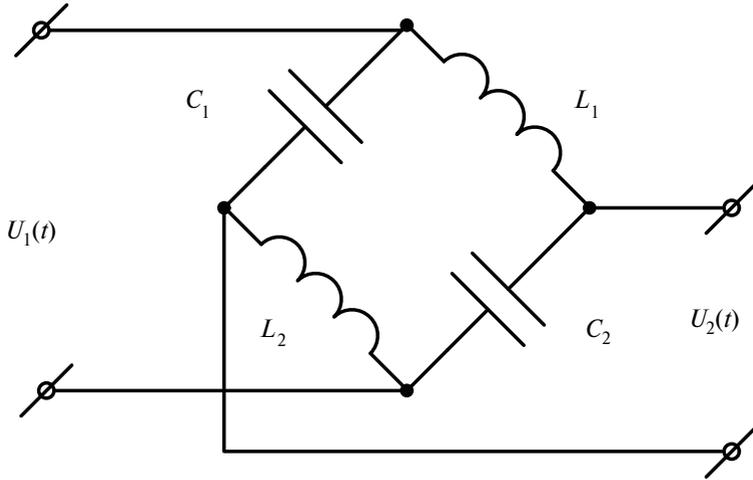
5. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 2 \text{ мГн}$.



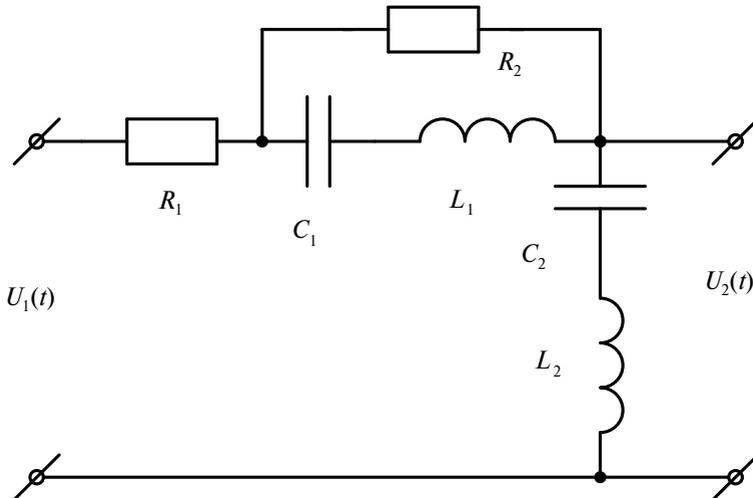
6. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 10 \text{ мкФ}$.



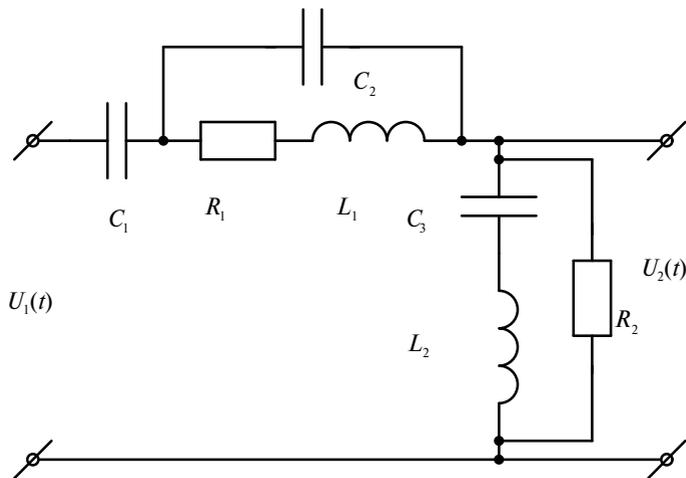
7. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $C_1 = C_2 = 10 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 10 \text{ мГн}$.



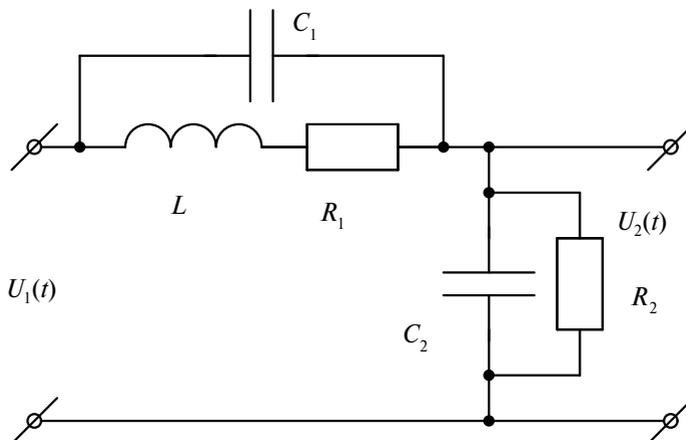
8. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = 1 \text{ мкФ}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L_1 = 10 \text{ мГн}$, $L_2 = 20 \text{ мГн}$.



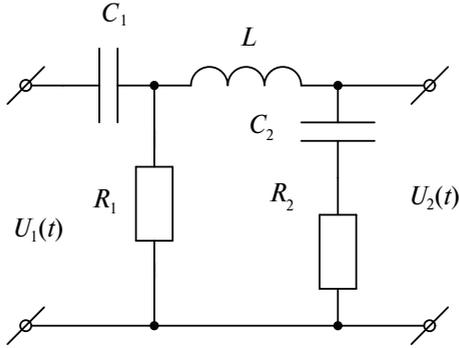
9. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $C_3 = 4 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 3 \text{ мГн}$.



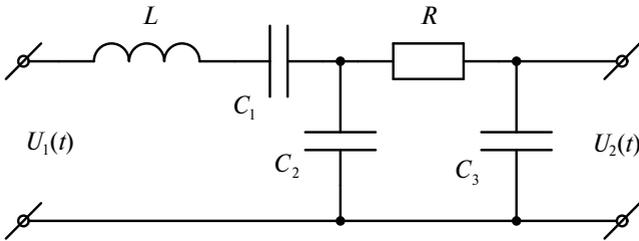
10. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 20 \text{ мкФ}$, $L = 5 \text{ мГн}$.



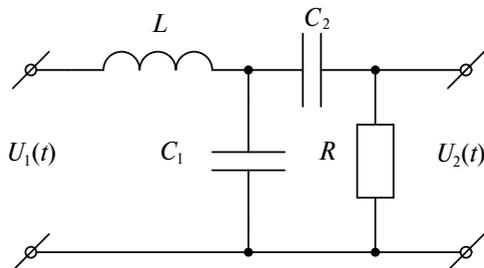
11. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 20 \text{ мкФ}$, $L = 15 \text{ мГн}$.



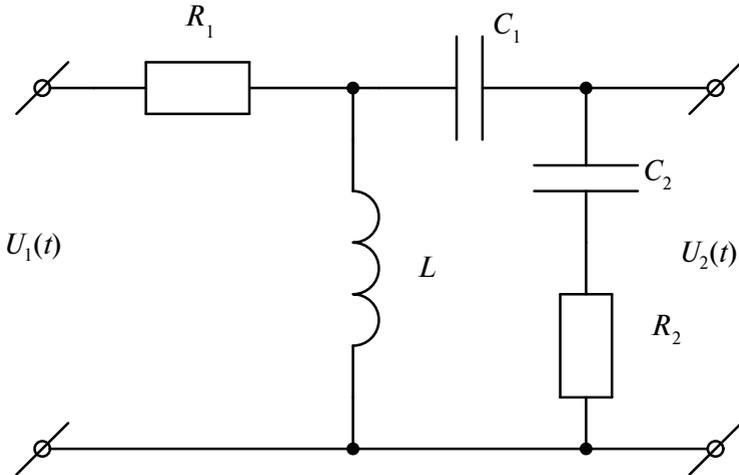
12. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 5 \text{ мкФ}$, $C_3 = 10 \text{ мкФ}$, $L = 5 \text{ мГн}$.



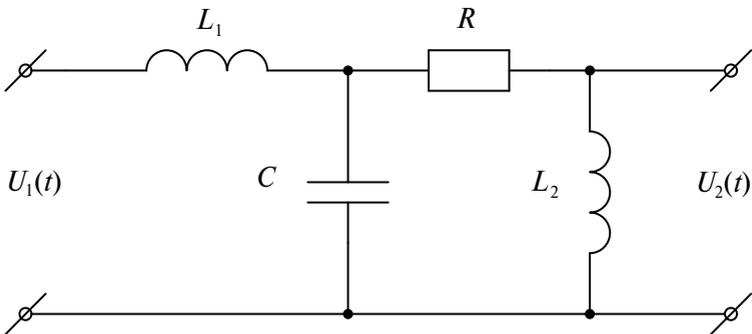
13. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 6 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L = 5 \text{ мГн}$.



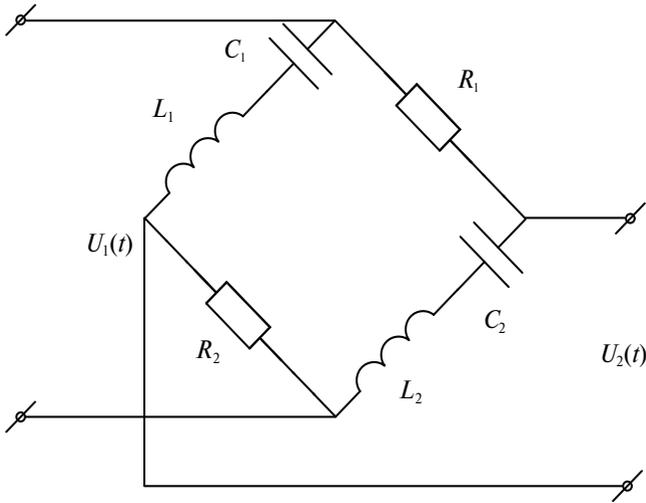
14. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 10 \text{ мкФ}$, $L = 4 \text{ мГн}$.



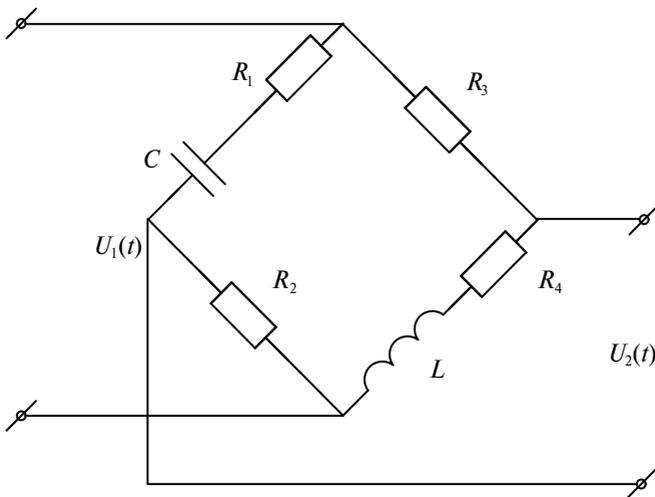
15. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 20 \text{ Ом}$, $C = 4 \text{ мкФ}$, $L_1 = 16 \text{ мГн}$, $L_2 = 8 \text{ мГн}$.



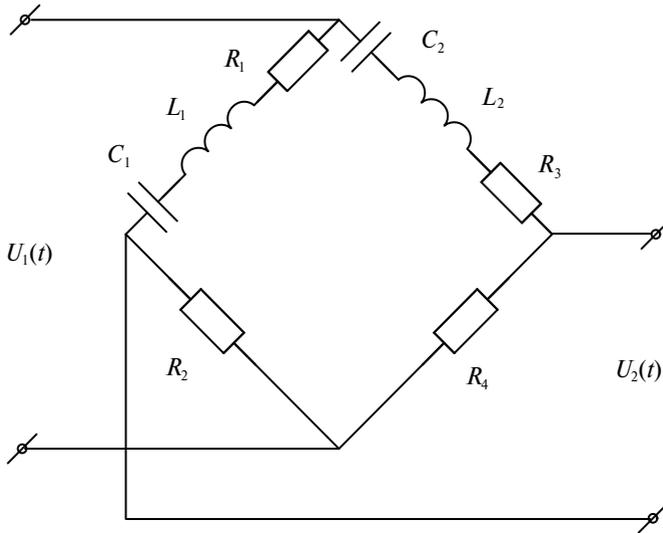
16. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 4 \text{ мГн}$.



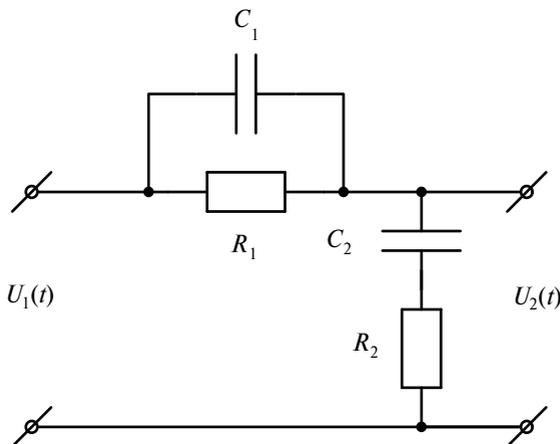
17. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = R_4 = 4 \text{ Ом}$, $C = 5 \text{ мкФ}$, $L = 5 \text{ мГн}$.



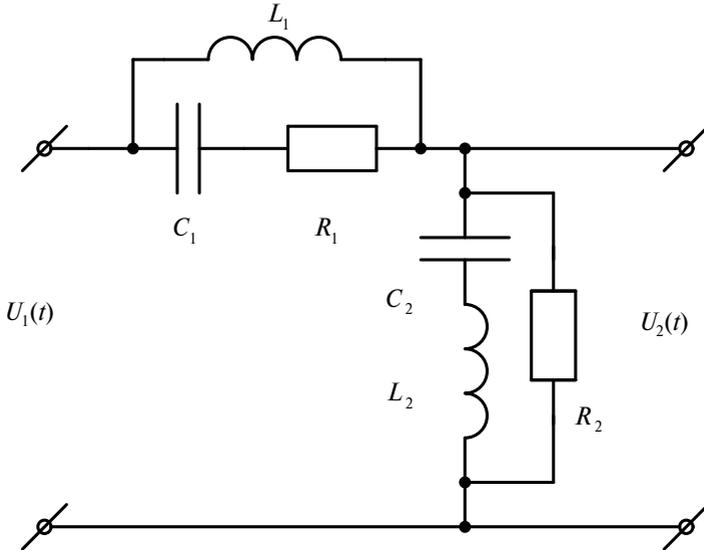
18. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = R_4 = 4 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 4 \text{ мГн}$.



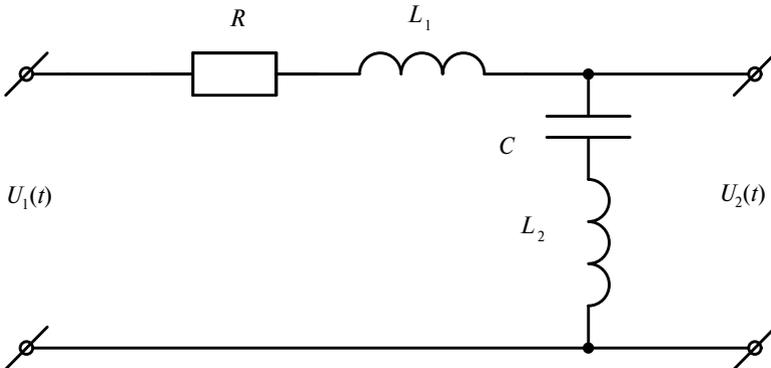
19. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = 2 \text{ мкФ}$, $C_2 = 10 \text{ мкФ}$.



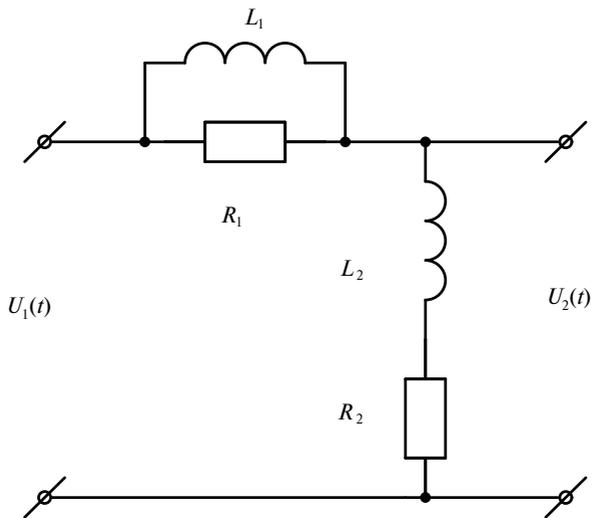
20. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $C_1 = 4 \text{ мкФ}$, $L_2 = 4 \text{ мГн}$, $L_1 = 2 \text{ мГн}$, $C_2 = 2 \text{ мкФ}$.



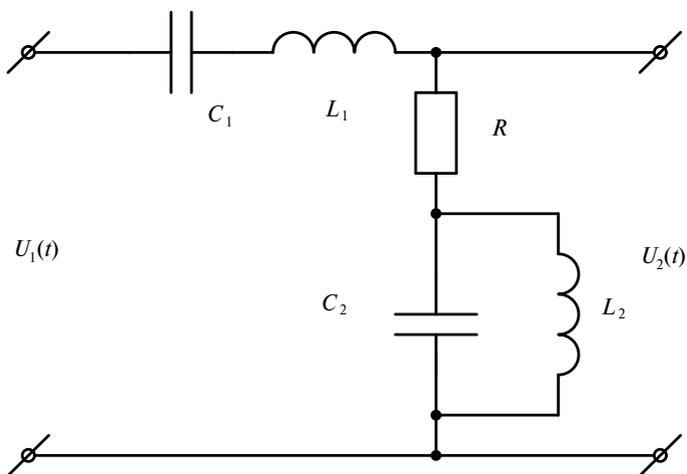
21. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 6 \text{ Ом}$, $C = 4 \text{ мкФ}$, $L_1 = 6 \text{ мГн}$, $L_2 = 2 \text{ мГн}$.



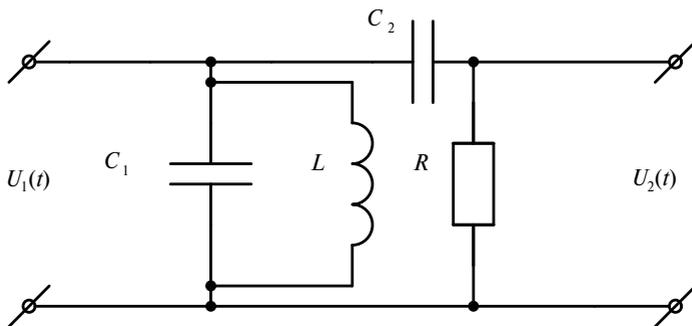
22. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R_1 = R_2 = 5 \text{ Ом}$, $L_1 = 5 \text{ мГн}$, $L_2 = 10 \text{ мГн}$.



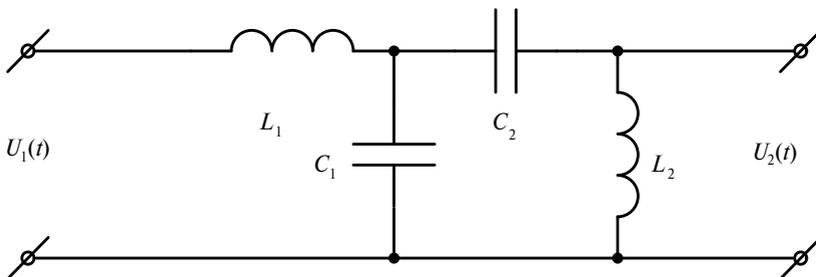
23. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = C_2 = 8 \text{ мкФ}$, $L_1 = 2 \text{ мГн}$, $L_2 = 4 \text{ мГн}$.



24. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $R = 2 \text{ Ом}$, $C_1 = 8 \text{ мкФ}$, $C_2 = 12 \text{ мкФ}$, $L = 6 \text{ мГн}$.



25. Найти передаточную функцию и дифференциальное уравнение пассивной электрической цепи относительно $U_1(t)$ и $U_2(t)$:
 $C_1 = C_2 = 8 \text{ мкФ}$, $L_1 = L_2 = 4 \text{ мГн}$.



Задание 2

1. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{0,1p}{(p+0,3)(p+0,1)}.$$

2. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{2p}{p^2 + 4p + 1}.$$

3. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{3p + 4}{p^2 + 2p + 1}.$$

4. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{1}{0,1p + 5}.$$

5. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{12}{20p + 10}.$$

6. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{16}{p(0,5p + 1)}.$$

7. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{14p}{7p + 1}.$$

8. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{2}{(p+1)(p+2)}.$$

9. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{(p+1)(p+5)}{p+3}.$$

10. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{1}{p(0,1p+1)}.$$

11. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = p(1+0,1p).$$

12. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = p^2 + 2p + 1.$$

13. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{p}{2p+1}.$$

14. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{10p}{1+0,5p}.$$

15. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{12}{1+0,2p+0,04p^2}.$$

16. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{8p}{1 + 0,64p + 0,16p^2}.$$

17. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{2}{p(1 + 0,7p)}.$$

18. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{8p}{1 + 0,1p}.$$

19. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{7p}{1 + 0,3p}.$$

20. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{12}{1 + 0,7p + 0,25p^2}.$$

21. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{5}{p(1 + 0,1p)}.$$

22. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{10}{1 + p + 0,36p^2}.$$

23. Построить переходную характеристику звена с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{4}{10p + 1}.$$

24. Построить переходную характеристику с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{4}{10p+1}.$$

25. Построить переходную характеристику с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{0,1p}{2p+3}.$$

Задание 3

1. 1.1. Построить амплитудно-фазовую характеристику аperiodического звена с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{k}{1+Tp} = \frac{5}{1+0,1p};$$

1.2. Построить вещественную частотную характеристику замкнутой системы, используя точки АФХ, построенной по предыдущему пункту.

2. Построить амплитудно-фазовую характеристику аperiodического звена с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+Tp)}, \text{ если } K = 10 \text{ 1/с, } T = 0,25 \text{ с.}$$

3. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(-1+Tp)} = \frac{100}{p(-1+0,1p)}.$$

4. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы, имеющей в разомкнутом состоянии передаточную функцию:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+Tp)} = \frac{20}{p(1+0,1p)}.$$

5. Построить амплитудно-фазовую характеристику аperiodического звена второго порядка с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}, \text{ если } K = 8, T_1 = 80 \text{ мс, } T_2 = 12 \text{ мс.}$$

6. Построить амплитудно-фазовую характеристику колебательно-го звена с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{1+2\xi Tp+T^2p^2}, K = 1, \xi = 0,15; T = 0,02 \text{ с.}$$

7. Передаточная функция разомкнутой системы автоматического регулирования равна:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}.$$

Построить амплитудно-фазовую характеристику системы при $K = 400 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 80 \text{ мс}$, $T_2 = 12 \text{ мс}$.

8. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы, имеющей в разомкнутом состоянии передаточную функцию:

$$K_p(p) = \frac{200}{p(1+0,05p)(1+0,02p)}.$$

9. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы. Передаточная функция в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$K_p(p) = \frac{k(1+T_2p)}{p(1+T_1p)(1+T_3p)} = \frac{500(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,006p)}.$$

10. Передаточная функция разомкнутой системы равна:

$$K_p(p) = \frac{K(1+0,15p)}{p^2(1+0,02p)^2}.$$

Построить ее амплитудно-фазовую характеристику при $K = 50 \text{ с}^{-2}$.

11. Передаточная функция разомкнутой системы автоматического регулирования равна:

$$K_p(p) = \frac{K}{(-1+2T_1p+T_1^2p^2)(1+T_2p)}.$$

Построить ее амплитудно-фазовую характеристику при $K = 5$, $T_1 = 0,1 \text{ с}$, $T_2 = 0,05 \text{ с}$.

12. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_3p)}{(-1+2T_1p+T_1^2p^2)(1+T_2p)(1+T_4p)} \text{ для } K = 5, T_1 = 0,1 \text{ с},$$

$T_2 = 0,05 \text{ с}$, $T_3 = 0,03 \text{ с}$, $T_4 = 0,06 \text{ с}$.

13. 13.1. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+Tp)}, \text{ если } K = 10 \text{ с}^{-1}, T = 0,25 \text{ с};$$

13.2. Построить вещественную частотную характеристику замкнутой системы, используя точки АФХ, построенной по предыдущему пункту.

14. 14.1. Построить амплитудно-фазовую характеристику системы с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{1+Tp} = \frac{7}{1+5p};$$

14.2. Построить вещественную частотную характеристику замкнутой системы, используя точки АФХ, построенной по предыдущему пункту.

15. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{kp}{(p+T_1p)(p+T_2p)}, \text{ если } K = 0,1 \text{ с}^{-1}, T_1 = 0,3 \text{ с}, T_2 = 0,1 \text{ с}.$$

16. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{Kp}{p^2 + Tp + 1}, \text{ если } K = 10 \text{ 1/с } T = 5 \text{ с}.$$

17. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{Kp}{(p+3)(p+2)} \quad K = 2 \text{ с}^{-1}.$$

18. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{(p+1)(p+2)}{p+3}$$

19. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{1}{p(0,1p+10)}, \text{ если } T = 0,1 \text{ с}.$$

20. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{50}{(1+0,1p)(1+0,3p)}.$$

21. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_1p)}{p(2+T_2p)}, \text{ если } K = 5, T_1 = 0,1 \text{ с}, T_2 = 10 \text{ с}.$$

22. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{p^2 + 2p + 10}, \text{ если } K = 2 \text{ с}^{-1}.$$

23. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

$$K_p(p) = \frac{K}{1 + 2\xi Tp + T^2 p^2}, \text{ если } K = 2 \text{ с}^{-1}, \xi = 0,8, T = 0,2 \text{ с}.$$

24. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

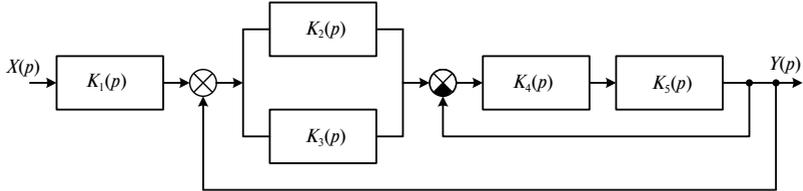
$$K_p(p) = \frac{2p + 4}{p^2 + 2p + 1}.$$

25. Построить амплитудно-фазовую характеристику цепи с передаточной функцией:

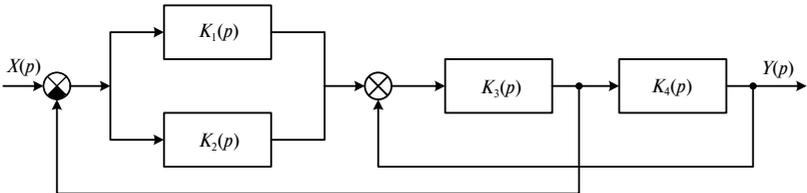
$$K_p(p) = \frac{p(p+10)}{(p+2)(p+5)}.$$

Задание 4

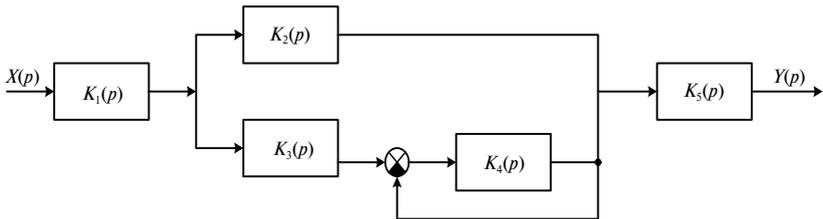
1. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



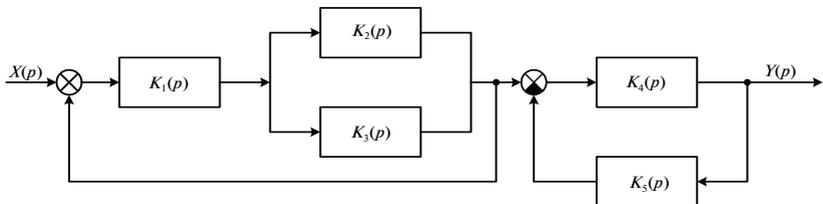
2. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



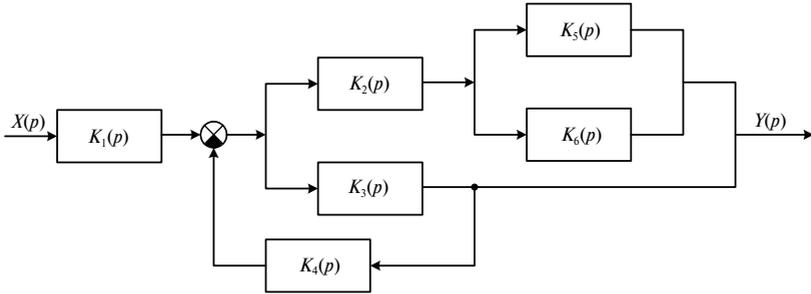
3. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



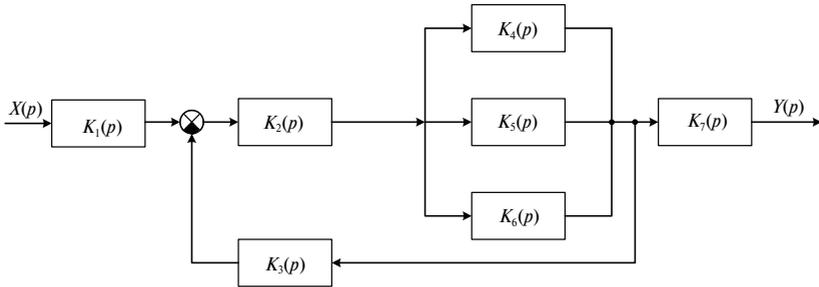
4. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



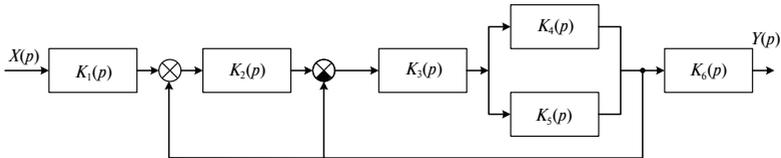
5. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



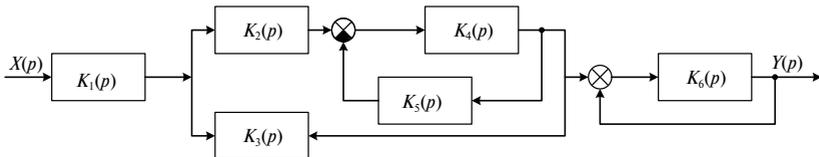
6. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



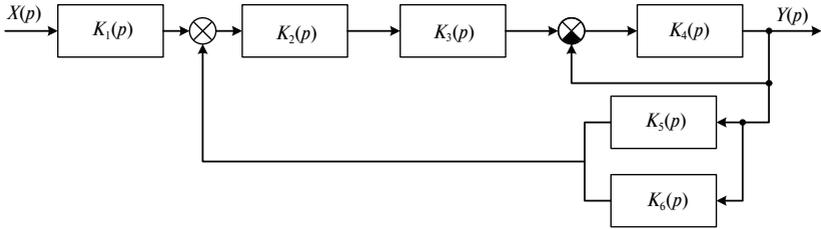
7. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



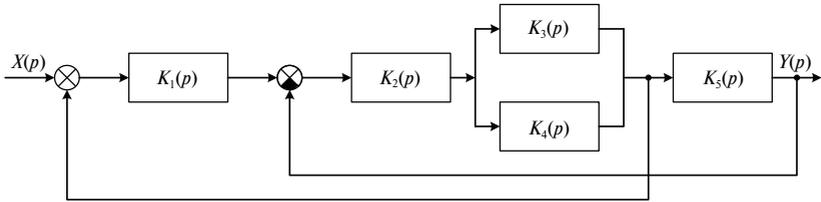
8. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



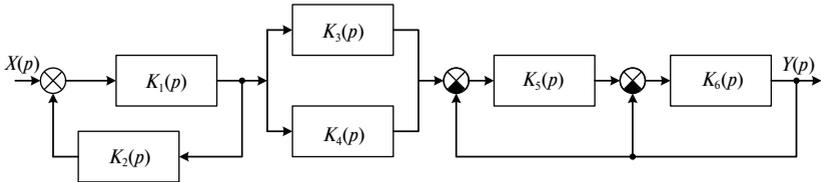
9. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



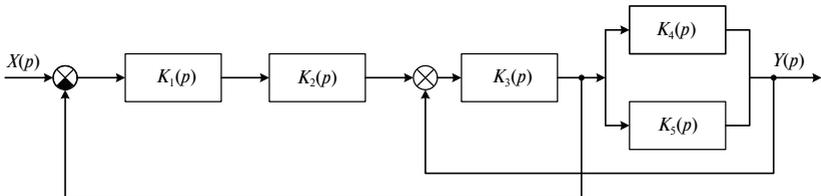
10. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



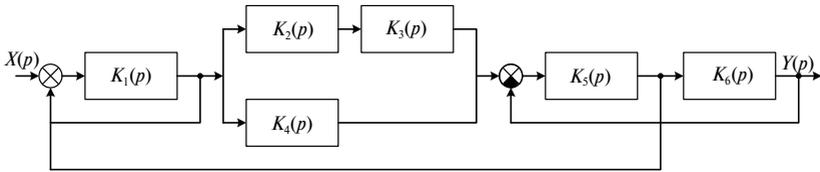
11. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



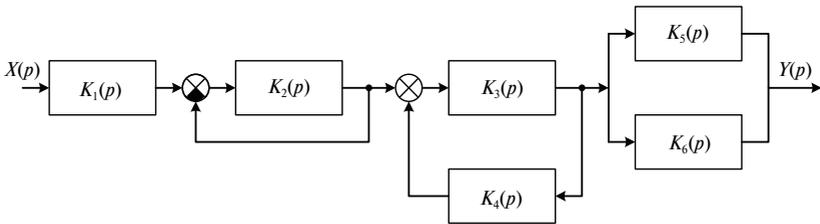
12. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



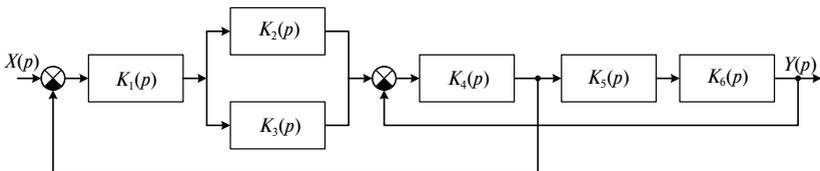
13. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



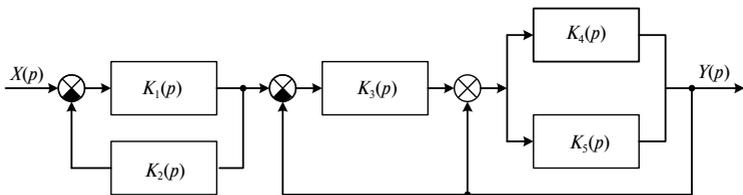
14. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



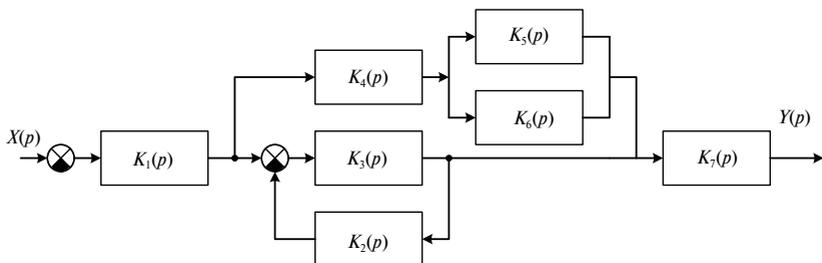
15. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



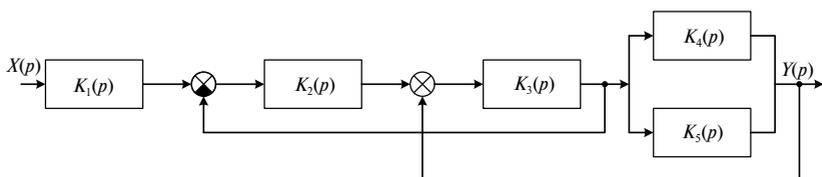
16. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



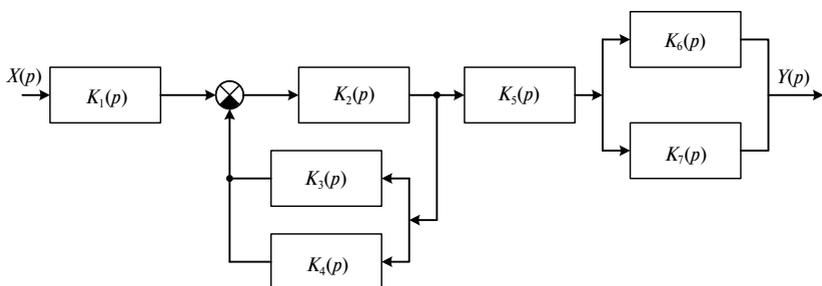
17. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



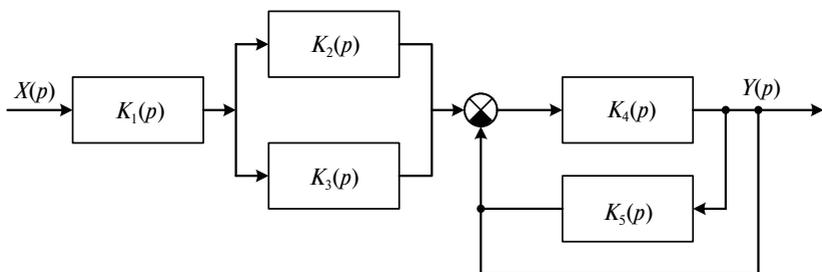
18. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



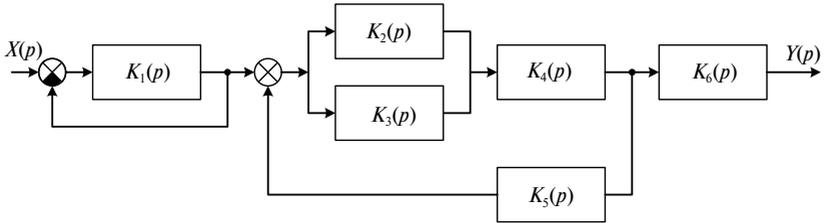
19. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



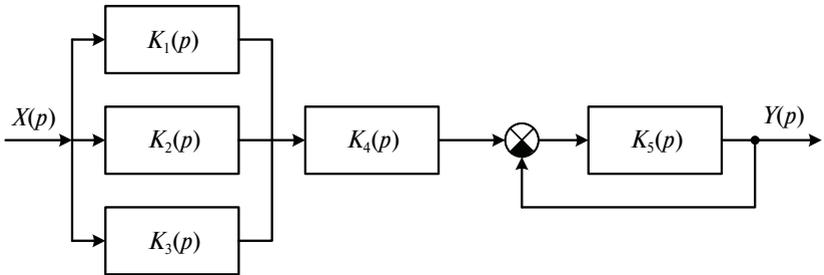
20. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



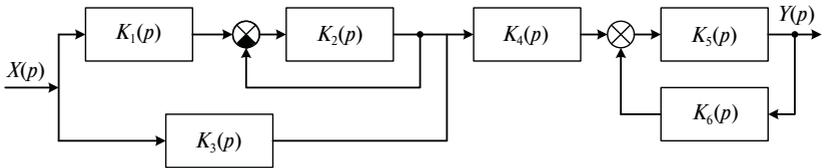
21. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



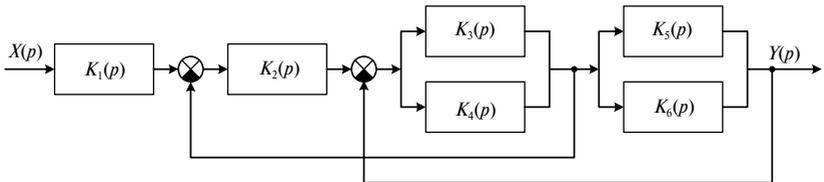
22. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



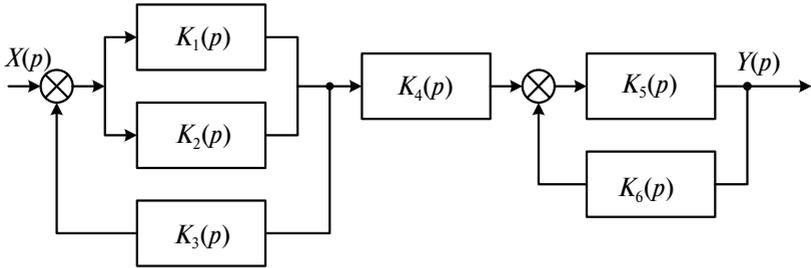
23. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



24. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:

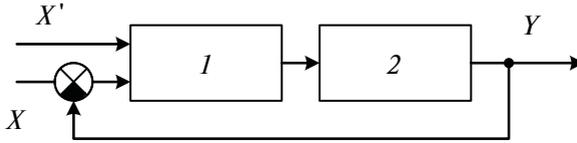


25. Записать выражение для коэффициента передачи системы, включающей в себя отдельные звенья:



Задание 5*

Дана следящая система:



На вход усилителя 1 подается разность между управляющим воздействием $x(t)$ и выходной величины $y(t)$. Кроме того, на усилитель подается первая производная $x'(t)$ управляющего воздействия.

2 -двигатель, редуктор и исполнительный механизм.

Система описывается уравнением: $(Tp^2 + p + K) \cdot y(t) = (K_{\tau}p + K) \cdot x(t)$, где T – постоянная величина, K – коэффициент усиления по управляющему воздействию, K_{τ} – коэффициент усиления по производной управляющего воздействия.

Найти закон изменения выходной величины $y(t)$ для следующих случаев:

При обработке системой рассогласования y_0 при отсутствии управляющего воздействия и нулевой начальной скорости.

При управляющем воздействии в виде единичной ступенчатой функции $A \cdot 1(t)$ и нулевых начальных условиях $y_0 = y'_0 = 0$ или единичной импульсной функции $\delta(t)$.

Значения постоянных времени выбираются согласно варианту из табл. 5.1:

Таблица 5.1

Вариант	T	K, c^{-1}	K_{τ}	$x(t)$
1	0,005	200	0,9	$A \cdot 1(t)$
2	0,0045	75	0,9	$\delta(t)$
3	0,001	100	0,6	$\alpha t \cdot 1(t)$
4	0,006	50	0,7	$B \cdot 1(t)$
5	0,008	60	0,5	$\delta(t)$
6	0,0075	80	0,85	$\alpha t \cdot 1(t)$

* Подготовлено при участии Коваленко В. Н.

Окончание табл. 5.1

Вариант	T	K, c^{-1}	K_{τ}	$x(t)$
7	0,006	100	0,9	$\delta(t)$
8	0,004	200	0,7	$B \cdot 1(t)$
9	0,0045	200	0,9	$\delta(t)$
10	0,006	40	0,6	$C \cdot 1(t)$

Найти закон изменения выходной величины $y(t)$ замкнутой следящей системы при ступенчатом управляющем воздействии $1(t)$ при нулевых начальных условиях.

Передаточная функция разомкнутой системы имеет следующий вид:

$$K_p(p) = \frac{K(1+T_2p)}{P(1+T_1p)(1+T_3p)}.$$

Значения постоянных времени выбираются согласно варианта из табл. 5.2:

Таблица 5.2

Вариант	11	12	13	14	15	16	17	18	19
T_1, c	0,15	0,1	0,2	0,2	0,1	0,15	0,2	0,15	0,25
T_2, c	0,035	0,05	0,04	0,04	0,04	0,05	0,03	0,05	0,04
T_3, c	0,007	0,007	0,005	0,006	0,007	0,006	0,008	0,005	0,07
K	400	500	600	700	500	800	700	500	600

Найти закон движения замкнутой системы, передаточная функция разомкнутой системы которой равна $K_p(p) = \frac{K(1+T_2p)}{P(1+T_1p)(1+T_3p)}$.

При отсутствии управляющего воздействия и начальных условиях $y(0) = y_0$; $y'(0) = 0$ и $y''(0) = 0$.

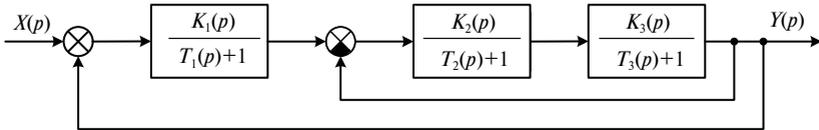
Значения постоянных времени и коэффициент усиления выбираются согласно варианту из табл. 5.3:

Таблица 3

Вариант	20	21	22	23	24
$T_1, \text{с}$	0,1	0,1	0,15	0,1	0,2
$T_2, \text{с}$	0,03	0,035	0,03	0,04	0,04
$T_3, \text{с}$	0,006	0,007	0,0065	0,006	0,008
K	500	600	700	600	700

Задание 6

1. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющий передаточную функцию: $K_p(p) = \frac{K_1 + K_2}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$, проанализировать ее устойчивость при следующих параметрах $K_1 = 10 \text{ с}^{-1}$, $K_2 = 18 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,5 \text{ с}$, $T_2 = 0,02 \text{ с}$.
2. Исследовать на устойчивость САР по критерию Гурвица и построить области устойчивости по двум параметрам K и T_2 , структурная схема САР имеет вид:



Значения параметров: $T_1 = 0,01 \text{ с}$, $T_2 = 2 \text{ с}$, $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$.

3. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{(K_1 + K_2)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)},$$

где $K_1 = 2 \text{ с}^{-1}$, $K_2 = 2,5 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,02 \text{ с}$, $T_2 = 2 \text{ с}$.

Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ и определить устойчивость системы.

4. Передаточная функция динамического звена равна:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1 + T p)}.$$

Построить логарифмические амплитудную и фазовую характеристики при $K = 400 \text{ с}^{-1}$ и $T = 0,005 \text{ с}$, определить устойчивость звена.

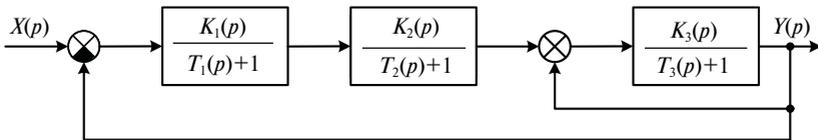
5. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющей характеристическое уравнение: $a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0$, и проанализировать устойчивость системы при следующих значениях: $a_0 = 2, a_1 = 18, a_2 = 6, a_3 = 33, a_4 = 61, a_5 = 50, a_6 = 184$.
6. Исследовать на устойчивость САР по критерию Гурвица и построить области устойчивости по двум параметрам $K = K_1 \cdot K_2$ и T_1 , приняв при этом $T_2 = 1 \text{ с}$ и $T_3 = 2 \text{ с}$, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид: $K_p(p) = \frac{K_1 \cdot K_2}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$.

7. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)},$$

где $K = 300 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,02 \text{ с}$, $T_2 = 0,005 \text{ с}$. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ и определить устойчивость системы.

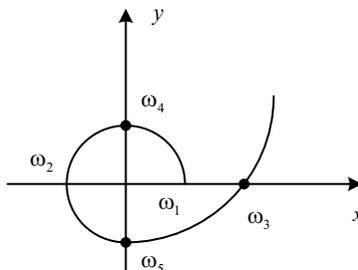
8. Исследовать на устойчивость САР по критерию Гурвица и построить области устойчивости по двум параметрам $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$ и T_1 , приняв при этом $T_2 = 1 \text{ с}$ и $T_3 = 5 \text{ с}$, если структурная схема САР имеет вид:



9. Исследовать на устойчивость САР по характеристическому уравнению с помощью критерия Гурвица: $5p^6 + 14p^5 + 8p^4 + 34p^3 + 10p^2 + 3p + 18 = 0$.
10. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющей передаточную функцию: $K_p(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$, проанализировать устойчивость системы при параметрах: $K = 220 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,05 \text{ с}$, $T_2 = 0,5 \text{ с}$.
11. Исследовать САР на устойчивость по логарифмическим критериям. Передаточная функция САР:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)^2}, \text{ где } K = 10 \text{ с}^{-1}, T_1 = 2 \text{ с}, T_2 = 0,05 \text{ с}.$$

12. По кривой Михайлова составить характеристическое уравнение системы.



Определить значения $\omega_1 \dots \omega_5$. Коэффициенты характеристического уравнения:

$$a_0 = 2,5 \cdot 10^{-4} e^5, a_1 = 4 \cdot 10^{-3} e^4, a_2 = 0,1 \cdot e^3, a_3 = 0,4 \cdot e^2, a_4 = 0,9e, a_5 = 1.$$

Сделать вывод об устойчивости системы.

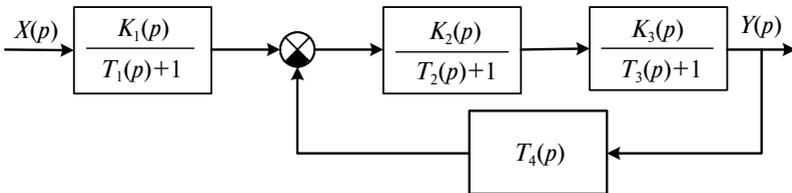
13. Передаточная функция динамического звена равна:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+Tp)},$$

Построить ЛАЧХ $L(\omega)$ и ЛФЧХ $\varphi(\omega)$ при $K = 100 \text{ c}^{-1}$ и $T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ c}$.

Сделать вывод об устойчивости звена.

14. Структурная схема следующей системы



Найти передаточную функцию замкнутой системы. Составить характеристическое уравнение системы и определить условие устойчивости по критерию Гурвица.

15. Исследовать САР на устойчивость по логарифмическим критериям. Передаточная функция:

$$K_p(p) = \frac{Kp(T_3p+1)}{p(T_1p+1)(T_2p+1)^2}, \text{ где } K = 20 \text{ c}^{-1}, T_1 = 10 \text{ c}, T_2 = 0,5 \text{ c},$$

$$T_3 = 2 \text{ c}.$$

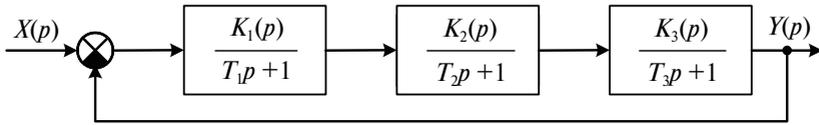
16. Задана САР, характеристическое уравнение ее имеет вид: $3p^5 + 8p^4 + 12p^3 + 2p^2 + 46p + 1 = 0$, исследовать на устойчивость по критерию Гурвица.

17. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющей передаточную функцию:

$$K_p(p) = \frac{K}{p(T_1p+1)(T_2p+1)}, \text{ проанализировать устойчивость САР, значения параметров:}$$

$$K = 2,2 \text{ c}^{-1}, T_1 = 0,05 \text{ c}, T_2 = 0,5 \text{ c}.$$

18. Исследовать устойчивость САР по критерию Гурвица и построить области устойчивости по двум параметрам: $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$ и T_1 , приняв при этом $T_2 = 0,1$ с и $T_3 = 2$ с, если структурная схема САР имеет вид:



19. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющий характеристическое уравнение: $a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0$ и проанализировать на устойчивость при значениях параметров: $a_0 = 1, a_1 = 6, a_2 = 21, a_3 = 44, a_4 = 52, a_5 = 50, a_6 = 24$.
20. САР задана в виде динамического звена с передаточной функцией: $K_p(p) = \frac{Kp}{(1+Tp)}$, исследовать на устойчивость, значения параметров: $K = 100 \text{ с}^{-1}$, $T = 2$ с.
21. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющей характеристическое уравнение: $a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0$, значения параметров: $a_0 = 1, a_1 = 6, a_2 = 21, a_3 = 44, a_4 = 50, a_5 = 62, a_6 = 240$.
22. Передаточная функция разомкнутой системы:

$$K_p(p) = \frac{(K_1 + K_2)p}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)},$$

где $K_1 = 15 \text{ с}^{-1}$, $K_2 = 30 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,5$ с, $T_2 = 0,1$ с. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ, определить устойчивость системы.

23. Исследовать устойчивость САР по критерию Гурвица по характеристическому уравнению:

$$56p^5 + 48p^4 + 112p^3 + 98p^2 + 4p + 86 = 0.$$

24. Передаточная функция разомкнутой системы:

$$K_p(p) = \frac{Kp}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)},$$

где $K_1 = 50 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,7$ с, $T_2 = 0,2$ с. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ, определить устойчивость системы.

25. Построить годограф Михайлова в масштабе для САР, имеющей характеристическое уравнение: $a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0$, значения параметров: $a_0 = 10, a_1 = 15, a_2 = 24, a_3 = 31, a_4 = 54, a_5 = 60, a_6 = 200$, сделать вывод об устойчивости системы.

Задание 7

1. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$K_p(p) = \frac{50(1+0,15p)}{p^2(1+0,02p)}, \text{ определить первые три коэффициента}$$

ошибки, а также добротность по скорости.

2. Построить АЧХ, определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид: $K_p(p) = \frac{10(1+0,1p)}{p(1+p)(1+0,01p)}$.

3. Передаточная функция разомкнутой следящей системы $K_p(p) = \frac{80}{p(1+0,02p)(1+0,1p)}$, определить первые три коэффициента ошибки и добротность по скорости.

4. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{k(1+T_1p)}{(1+T_2p)(1+T_3^2p^2)},$$

определить первые два коэффициента ошибки.

5. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид: $K_p(p) = \frac{100(1+0,173p)}{p^2(1+0,035p)}$.

6. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид:

$$K_p(p) = \frac{1000}{p(1+0,03p)}, \text{ определить первые два коэффициента}$$

ошибки.

7. Передаточная функция разомкнутой системы $K_p(p) = \frac{1000}{p(1+Tp)}$,

определить первые два коэффициента ошибки.

8. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для системы, передаточная характеристика которой $K_p(p) = \frac{200}{p(1+0,5p)(1+0,05p)}$.

9. Передаточная функция разомкнутой системы

$K_p(p) = \frac{K}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$, определить первые три коэффициента ошибки.

10. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с коэффициентом передачи $K_p(p) = \frac{10(1+0,5p)}{p^2(1+0,05p)}$.

11. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{1000}{p(1+0,05p)},$$

определить первые два коэффициента ошибки.

12. Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_p(p) = \frac{K}{p(1+T_1^2p^2)} \triangleleft,$$

определить первые три коэффициента ошибки.

13. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с передаточной функцией $K_p(p) = \frac{150(1+0,06p)}{p(1+0,4p)(1+0,03p)}$.

14. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид $K_p(p) = \frac{10}{p(1+0,56p)}$, определить первые два коэффициента ошибки.

15. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид $K_p(p) = \frac{10}{p(1+0,56p)}$, определить первые два коэффициента ошибки.

16. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

$$K_p(p) = \frac{k(1+T_1p)}{p(1+T_2p)},$$

определить первые три коэффициента ошибки.

17. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии $K_p(p) = \frac{100(1+0,05p)}{p(1+0,005p)}$, определить первые три коэффициента ошибки.

18. Передаточная функция разомкнутой следящей системы $K_p(p) = \frac{50}{p(1+0,02p)(1+0,003p)}$, определить первые три коэффициента ошибки, а также добротность по скорости.
19. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с передаточной функцией $K_p(p) = \frac{1000(1+0,05p)}{p(1+0,4p)(1+0,015p)}$.
20. Передаточная функция разомкнутой следящей системы $K_p(p) = \frac{100}{p(1+0,01p)(1+0,005p)}$, определить первые три коэффициента ошибки, а также добротность по скорости.
21. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с передаточной функцией $K_p(p) = \frac{400(1+0,1p)}{p(1+p)(1+0,013p)}$.
22. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с передаточной функцией $K_p(p) = \frac{350(22+0,2p)}{p(p+5)(12+0,02p)}$.
23. Передаточная функция разомкнутой системы $K_p(p) = \frac{k(1+T_1p)}{p(1+T_2p)}$, определить первые два коэффициента ошибки в общем виде.
24. Передаточная функция разомкнутой системы $K_p(p) = \frac{K_1+K_2}{p(1+Tp)}$, определить первые два коэффициента ошибки в общем виде.
25. Построить АЧХ и определить показатель колебательности, частоту среза и полосу пропускания для разомкнутой системы с передаточной функцией $K_p(p) = \frac{50(1+0,3p)}{p^2(1+0,04p)}$.

Задание 8

Задана следящая система. Входная величина – угол поворота задающей оси. Выходная величина – угол поворота оси отработки (рис.1).

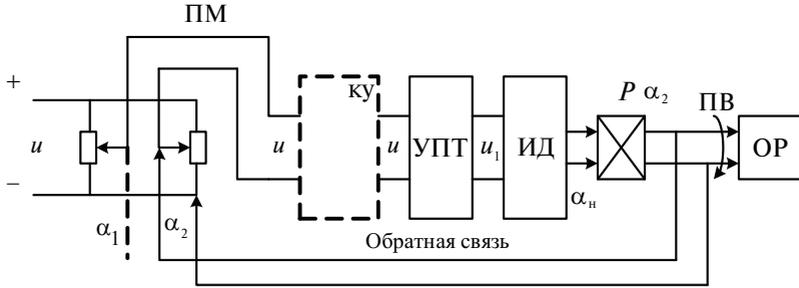


Рис.1

В системе использованы:

- элемент сравнения-потенциометрический мост (ПМ): $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$,
- потенциометрический датчик $u = K_2 \alpha$, $K_1 = \text{в/град} = 57,3 \text{ в/град}$;
- усилитель постоянного тока (УПТ):

$$u_1(1 + T_y p) = K_2 u; K_2 = 105; T_y = 0,005 \text{ с};$$

- исполнительный двигатель (ИД) при $M_H = 0$:

$$\alpha_u \cdot p(1 + T_{\text{дв}} \cdot p) = K_3 \cdot u_1; K_3 = 50 \frac{\text{рад}}{\text{В} \cdot \text{с}}; T_{\text{дв}} = 0,02 \text{ с}$$

- редуктор: $\alpha_2 = K_4 \cdot \alpha_n$; $K_4 = 10^{-3}$.

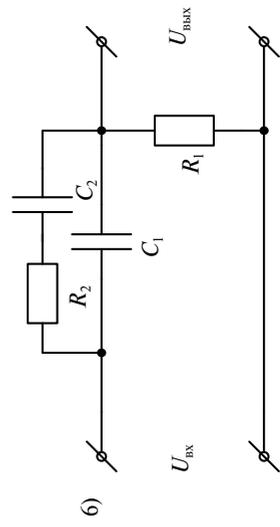
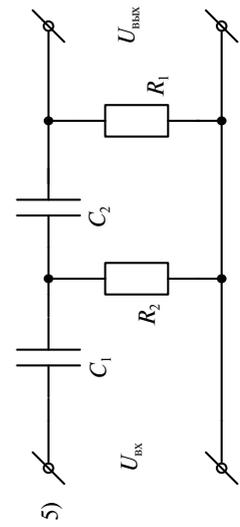
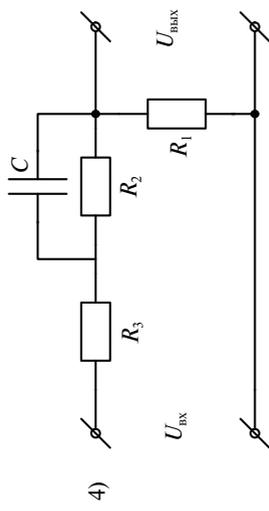
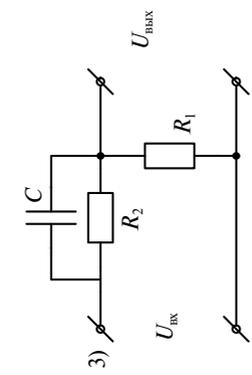
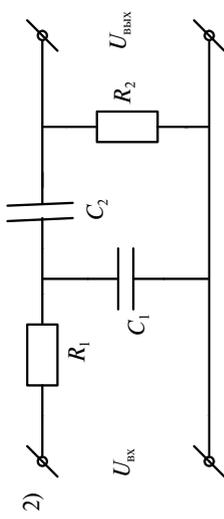
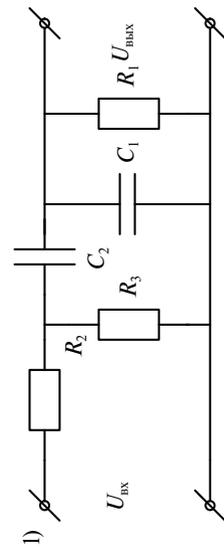
Задан вариант корректирующей цепи

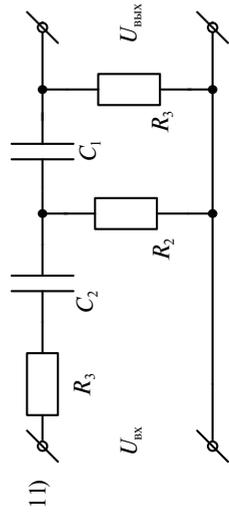
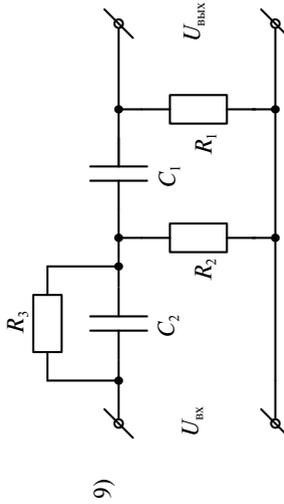
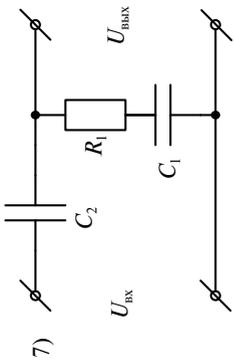
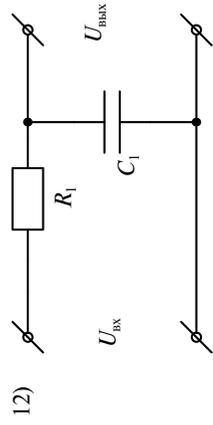
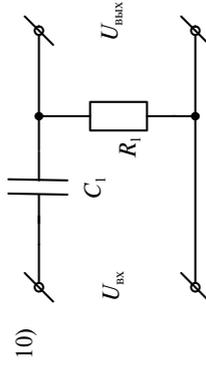
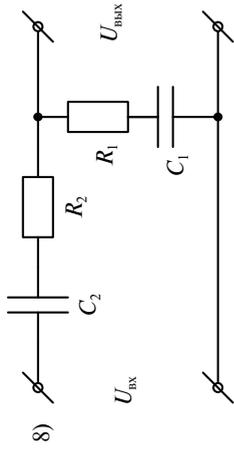
Найти передаточную функцию разомкнутой системы, ее ККУ, построить ЛАЧХ и ЛФЧХ (в масштабе на миллиметровке), определить устойчивость замкнутой системы.

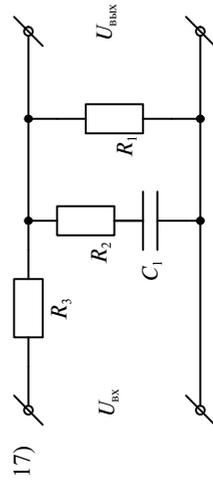
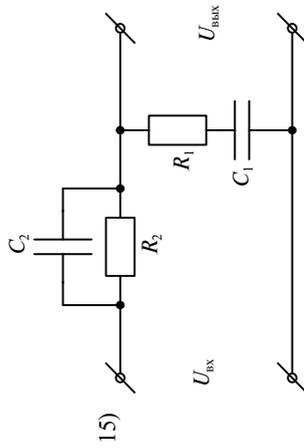
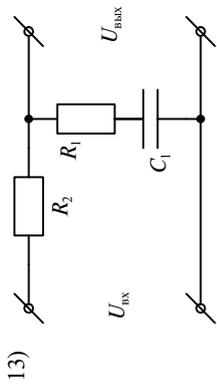
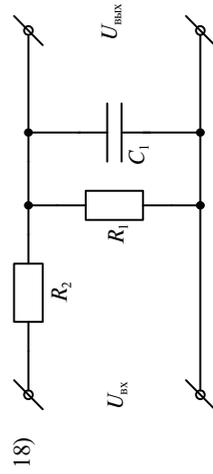
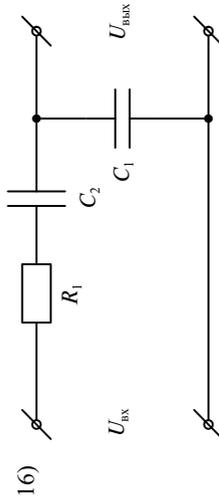
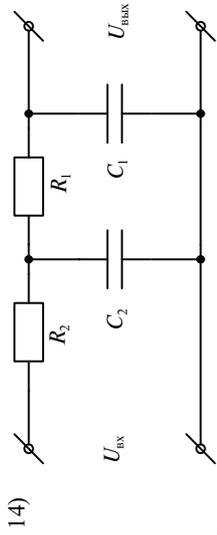
Найти передаточную функцию корректирующей цепи, ее ККУ.

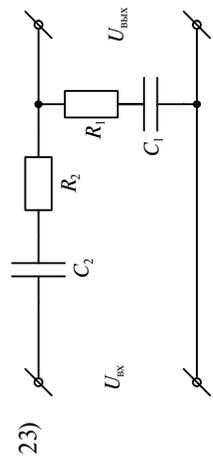
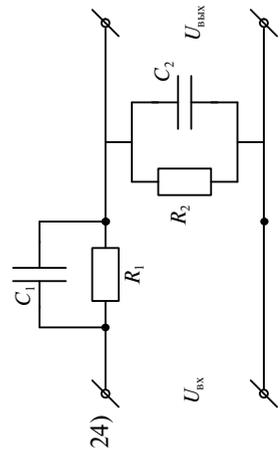
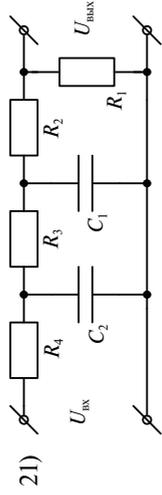
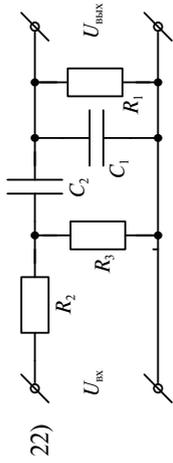
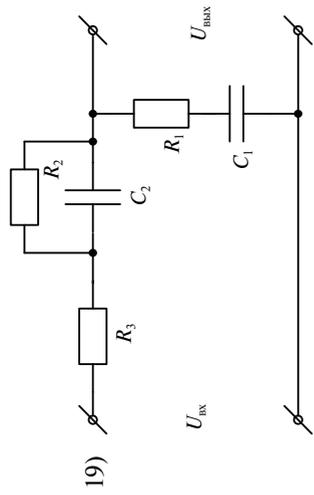
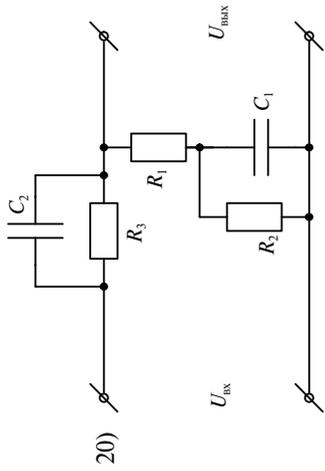
Выбрать значения K_k , $T_{1к}$, $T_{2к}$ такими, чтобы достичь устойчивости системы.

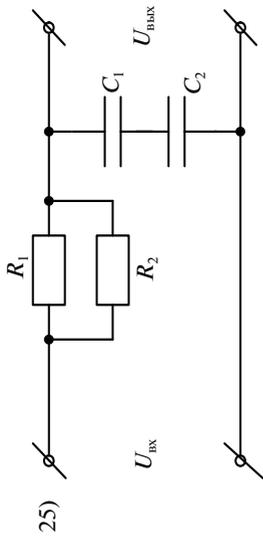
Выполнить краткий анализ полученных характеристик. Сделать вывод об устойчивости и качестве регулирования скорректированной системы авторегулирования.











ЛИТЕРАТУРА

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления-СПб. : Профессия, 2007. – 747 с.
2. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. – / под редакцией Бесекерского В. А. 4-е изд., стереот. – М. : ФИЗМАЛИТ, 1972. – 588 с.

Учебное издание

Баранов Валерий Алексеевич
Нестеров Валерий Леонидович
Ракина Надежда Леонидовна

**СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Теоретические основы автоматики,
телемеханики и связи на железнодорожном транспорте»
для студентов специальности 190402 – «Автоматика,
телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»
всех форм обучения

Редактор *С. В. Пилюгина*
Верстка *Н. А. Журавлевой*

Подписано в печать 07.02.13. Формат 60x84/16.
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,3.
Тираж 100 экз. Заказ 2.

Издательство УрГУПС
620034, Екатеринбург, ул. Колмогорова, 66