

740. Коммутируют ли между собой операторы \hat{M}_y и \hat{M}_z ?

$$M_y = -i\hbar \left(\cos\varphi \frac{\partial}{\partial\theta} - \sin\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi} \right), \quad M_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\varphi}.$$

7.5. Уравнение Шредингера. Потенциальная яма

741. Считая, что потенциальная функция явно не зависит от времени, произвести разделение переменных в общем уравнении Шредингера.

742. Какие решения полного уравнения Шредингера называются стационарными? Показать, что такие решения получаются в том случае, когда потенциальная функция U не зависит от времени явно.

743. Частица с массой m находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной ℓ с абсолютно непроницаемыми стенками: $U(x) = 0$ при $0 < x < \ell$ и $U = \infty$ вне этого интервала.

Найти собственные значения энергии и нормированные собственные функции частицы.

744. Найти решения полного уравнения Шредингера для свободной частицы, движущейся с импульсом:

- а) p в положительном направлении оси x ;
- б) p в произвольном направлении.

745. Найти волновые функции и уровни энергии частицы в одномерном бесконечно глубоком потенциальном ящике:

$$U = \begin{cases} 0 & \text{при } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ \infty & \text{при } x < -\frac{a}{2} \text{ или } x > \frac{a}{2} \end{cases}.$$

746. Определить уровни энергии и волновые функции стационарных состояний частицы в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной d .

747. Электрон движется в потенциальном поле с потенциальной энергией $U = 0$ в области $-\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$, $-\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$ и

$U = \infty$ вне этой области. При этих условиях частица заперта в двухмерном потенциальном ящике с идеально отражающими стенками. Найти уровни энергии и волновые функции электрона.

748. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность нахождения частицы: 1) в средней трети ящика; 2) в крайней трети ящика?

749. В одномерном потенциальном ящике шириной l находится электрон. Вычислить вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале $l/4$, равноудаленной от стенок ящика.

750. Частица находится в возбужденном состоянии ($n = 2$) в прямоугольной яме шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками. Найти вероятность обнаружения этой частицы в области $0,4l < x < 0,6l$.

7.6. Потенциальный барьер

751. Электрон с энергией $E = 25$ эВ встречается на своем пути с низким потенциальным барьером высотой $U = 9$ эВ. Определить коэффициент преломления волн де Бройля на границе барьера.

752. Электрон с энергией $E = 100$ эВ попадает на потенциальный барьер высотой $U = 64$ эВ. Определить вероятность того, что электрон отразится от барьера.

753. Коэффициент прохождения электронов через низкий потенциальный барьер равен коэффициенту отражения. Определить во сколько раз кинетическая энергия электронов больше высоты потенциального барьера.

754. Электрон с энергией 9 эВ движется в положительном направлении оси x . Оценить вероятность того, что электрон пройдет через потенциальный барьер, если его высота $U = 10$ эВ, а ширина $d = 0,1$ нм.

755. Рассмотреть вопрос о происхождении частицы с массой m и энергией E через потенциальный барьер, изображенный на рисунке.