МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИДО
_____________ С.И. Качин

«____»___________2013 г.

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Рабочая программа и методические указания
для студентов ИДО, обучающихся по направлению
230100 «Информатика и вычислительная техника»

***Составитель* Ю.Я. Кацман**

| **Семестр** | **3** | **4** |
|---|---|---|
| Кредиты | | 4 |
| Лекции, часов | 2 | 6 |
| Практические занятия, часов | | 8 |
| Количество ИДЗ | | № 1, № 2 |
| Самостоятельная работа, часов | | 128 |
| Форма контроля | | зачет |

Издательство
Томского политехнического университета
2013

УДК 519.2
ББК 22.17я73

Теория вероятностей и математическая статистика: метод. указ. и индивид. задания для студентов ИДО, обучающихся по напр. 230100 «Информатика и вычислительная техника» / сост. Ю.Я. Кацман; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 67 с.

Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составлены в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и Стандарта ООП ТПУ по направлению «Информатика и вычислительная техника» рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры вычислительной техники 20.11.2012 года, протокол № 24.

Зав. кафедрой ВТ,
доктор техн. наук, профессор _________________ Н.Г. Марков

**Аннотация**

Методические указания и индивидуальные задания по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначены для студентов ИДО, обучающихся по направлению 230100 «Информатика и вычислительная техника». Данная дисциплина изучается в одном семестре.

В курсе рассматриваются основные положения теории вероятностей и математической статистики. Большое внимание уделено изучению свойств независимых событий, вероятности сложных событий и вычислению обратных вероятностей. Изучение биномиального, пуассоновского и нормального законов распределений очень важно при изучении методов математической статистики. В изучаемой дисциплине рассматриваются основные задачи математической статистики, оцениваются ошибки первого и второго рода при проверке гипотез. Теоретические знания, подкрепляются на практических занятиях, и при выполнении ИДЗ.

Приведено содержание основных тем дисциплины и указаны темы практических занятий. Приведены варианты индивидуальных домашних заданий. Даны методические указания по выполнению индивидуальных домашних заданий.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

# 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Наряду с детерминированными событиями и процессами в реальном мире мы сталкиваемся со случайными событиями (величинами) и процессами. В данном курсе мы знакомимся с методами теории вероятностей, изучаем характеристики одномерных и многомерных случайных величин. В разделе математической статистики студенты знакомятся с точечным и интервальным оцениванием случайных параметров. Проверка статистических гипотез, элементы корреляционного и регрессионного анализа необходимы специалистам для грамотной эксплуатации и разработки элементов вычислительной техники и программного (информационного) обеспечения систем.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в математический и естественнонаучный цикл и является базовой дисциплиной вариативной части.

Для её успешного усвоения необходимы **знания** базовых понятий математического анализа, математической логики и дискретной математики; **умения** разрабатывать простейшие алгоритмы решения стохастических задач. **Владеть** аппаратом дифференциального и интегрального исчисления, методами нахождения коэффициенты аппроксимирующих функций для эмпирических данных и т. п.

Пререквизитами данной дисциплины являются дисциплины математического и естественнонаучного цикла: «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ 1», «Математический анализ 2», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Информатика», «Дискретная математика», кореквизиты – нет.

# 2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

## Тема 1. Комбинаторика, события, алгебра событий

Элементарные комбинаторные соотношения. Пространство элементарных событий, случайные события, алгебра событий, диаграммы Эйлера – Венна.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 1], [2, гл. 1], [5, гл. 1].

### Методические указания

Необходимо усвоить основную терминологию комбинаторики и алгебры событий, разобраться в понятиях комбинация, событие, элементарное событие. Необходимо четко различать, чем отличаются комбинации в сочетаниях, размещениях и перестановках. При изучении алгебры событий необходимо понять, как соотносятся несовместные события, полная группа событий и элементарные события, уметь изобразить эти события на диаграммах Эйлера-Венна.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулируйте правило произведения, суммы.
2. В чем сходство и различие перестановок и размещений?
3. Чем отличаются сочетания от размещений?
4. Дайте определение невозможного, достоверного событий.
5. Чем отличаются размещения от размещений с повторениями? Приведите примеры.
6. Напишите формулы коммутативности и ассоциативности сложения / умножения событий.

## Тема 2. Вероятность

Классическое, статистическое (частотное) и геометрическое определение вероятности. Несовместные и независимые события. Условная вероятность. Законы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности, формула Байеса (теорема гипотез).

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 1–2], [2, гл. 1–2], [4, гл. 1–2], [5, гл. 1].

### Методические указания

Необходимо разобраться, зачем используют различные определения вероятности. В каких случаях (задачах) применяют статистическое, классическое или геометрическое определение вероятности? Особое внимание обратите на вероятности совместных и несовместных событий. Для лучшего понимания зависимых и независимых событий обратите внимание на ”урновую схему”. Обратите внимание на определение условной вероятности. Формула полной вероятности, как следствие теорем сложения и умножения вероятностей. Необходимо четко уяснить, что такое гипотеза. Формула Байеса – формула (теорема) апостериорной вероятности.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. В чем сходство и различие статистического и классического определения вероятностей?
2. В каких случаях (задачах) используется геометрическое определение вероятности?
3. Дайте определения и приведите примеры совместных и не совместных событий.
4. Дайте определение и приведите примеры зависимых и независимых событий.
5. Чему равна вероятность противоположного события?
6. Гипотезы могут (должны) быть элементарными событиями?
7. Чему равна сумма вероятностей гипотез? Почему?
8. Чему равна сумма обратных вероятностей (в формуле Байеса)? Почему?

## Тема 3. Повторение испытаний

Схема Бернулли, наивероятнейшее число успехов. Полиномиальное распределение. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа. Закон редких событий (Пуассона).

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 3], [2, гл. 2], [4, гл. 3], [5, гл. 2].

### Методические указания

При изучении данной темы необходимо обратить внимание на ограничения при повторении испытаний: два исхода, независимость опытов. Обратите внимание на график биномиального распределения, на наивероятнейшее число успехов. Полиномиальное распределение – обобщение схемы Бернулли для – $k$ независимых исходов. Необходимо четко различать в каких случаях биномиальное распределение заменяется приближенным (погрешность аппроксимации) законом: Пуассона, Муавра – Лапласа. При изучении данной темы необходимо изучить свойства функции Лапласа и подынтегральной функции.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Чему равна вероятность успеха, неудачи в схеме Бернулли?
2. Чему равна вероятность хотя бы одного успеха в $n$ испытаниях?
3. Чему равна вероятность не менее $m_1$ и не более $m_2$ успехов?
4. Какие современные устройства работают по схеме Бернулли?
5. Напишите формулу полиномиального распределения. Приведите пример.
6. В каких случаях применяется закон Пуассона?
7. В каких случаях применяется закон (теорема) Муавра – Лапласа?
8. В каких случаях применяется локальная, а в каких – интегральная теорема Муавра – Лапласа?

## Тема 4. Случайные величины

Типы случайных величин (СВ). Законы распределения СВ. Интегральная функция распределения СВ и ее свойства. Непрерывные СВ, плотность распределения и ее свойства. Характеристики положения СВ: мода, медиана, квантили и процентные точки. Числовые характеристики одномерных СВ. Начальные и центральные моменты СВ. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства. Коэффициенты асимметрии и островершинности распределения.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 4], [2, гл. 3], [4, гл. 4, 6], [5, гл. 3].

### Методические указания

Перед изучением случайных величин необходимо обновить свои знания о случайных событиях (исходах). Изучите различные способы задания закона распределения случайной величины. Обратите внимание на классификацию случайных величин: дискретные, непрерывные. Интегральная функция распределения – универсальная функция распределения. Очень важно изучить и понять свойства функции распределения.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое распределение вероятностей СВ?
2. Представьте ряд распределения, многоугольник распределения дискретной СВ.
3. Дайте определение интегральной функции распределения.

4. Какими свойствами обладает интегральная функция распределения?
5. Плотность распределения – универсальный (не универсальный) закон распределения СВ? Докажите.
6. Перечислите свойства плотности распределения.
7. Что такое мода, медиана распределения?
8. Что такое квантиль, квартиль распределения?
9. Как связан квантиль и процентная точка распределения?
10. Дайте определение начального и центрального момента $s-$го порядка.
11. Перечислите свойства математического ожидания.
12. Дисперсия – начальный / центральный момент, какого порядка?
13. Основные свойства дисперсии?
14. Дайте определение коэффициентов скоса, эксцесса.
15. Какие свойства распределения характеризуют коэффициент скоса, коэффициент эксцесса?

### Тема 5. Многомерные случайные величины

Двумерная функция распределения вероятности и ее свойства. Плотность вероятности двумерной случайной величины и ее свойства. Условная плотность распределения. Числовые характеристики многомерных СВ, начальные и центральные моменты. Ковариация, коэффициент корреляции и его свойства. Корреляционная матрица системы случайных величин.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 5], [2, гл. 3], [4, гл. 7, 8], [5, гл. 5].

### Методические указания

Изучение многомерных СВ проводим по аналогии с изучением одномерных СВ. Обратите внимание на условную плотность распределения (вспомним условные вероятности). Очень существенна при изучении многомерных СВ связь многомерной функции распределения с одномерными. Изучите как выражается двумерная плотность распределения через одномерные. Числовые характеристики многомерных (двумерных) СВ не совсем аналогичны соответствующим характеристикам одномерных. Обратите внимание на то, что понятие независимости СВ и некоррелированности не эквивалентны. При изучении коэффициента корреляции важно то, что он указывает только на линейную зависимость. При анализе корреляционной матрицы обратите внимание на ее свойства.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Дайте определение двумерной функции распределения.
2. Каковы свойства двумерной функции распределения?
3. Чему равна плотность распределения двумерной СВ?
4. Укажите свойства плотности вероятности двумерной СВ.
5. Условная плотность распределения и ее связь со статистической зависимостью / независимостью СВ.
6. Что такое смешанный центральный момент второго порядка? На что он указывает?
7. Дайте определение коэффициента корреляции и укажите его свойства.

## Тема 6. Законы распределения случайных величин

Равномерный, показательный и нормальный законы распределения. Вероятность попадания на интервал, математическое ожидание, дисперсия, скос и эксцесс. Стандартное нормальное распределение. Функция надежности.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 6], [2, гл. 3], [4, гл. 6], [5, гл. 4].

### Методические указания

Изучая данную тему, используем полученные ранее знания для получения числовых характеристик и характеристик положения для СВ, распределенных по наиболее широко распространенным законам. Особое внимание следует уделить стандартному нормальному распределению $N(0,1)$, к которому можно свести любое гауссово распределение $N(m_x, \sigma_x^2)$. При изучении функции надежности следует оценить ее достоинства и недостатки, с точки зрения описания реального процесса.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Чему равна вероятность попадания на интервал для СВ, распределенной по любому закону?
2. Чему равна вероятность попадания на симметричный относительно математического ожидания интервал для СВ, распределенной по нормальному закону?
3. Чему равна вероятность попадания на интервал $[m_x - 2\sigma, m_x + 2\sigma]$ для СВ, распределенной по равномерному закону?
4. Чему равна вероятность попадания на интервал $[m_x - 2\sigma, m_x + 2\sigma]$ для СВ, распределенной по экспоненциальному закону?

5. Сформулируйте правило «трех сигм» для СВ, распределенной по нормальному закону.

### Тема 7. Закон больших чисел

Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева, Маркова и Бернулли. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 7], [2, гл. 4], [4, гл. 5], [5, гл. 6].

#### Методические указания

При изучении данной темы основное внимание следует уделить физическому содержанию закона больших чисел и центральных предельных теорем. Основной смысл применения этих законов – возможность прогнозирования случайных явлений и оценка точности (погрешности) этих прогнозов.

#### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Неравенство Чебышева дает точную (приближенную) оценку вероятности СВ отклониться от своего математического ожидания?
2. Дайте определение сходимости по вероятности.
3. Теоремы Чебышева и Маркова справедливы для СВ, распределенных по определенному закону?
4. Какой закон распределения СВ называется *предельным*?

### Тема 8. Элементы математической статистики

Основные понятия и задачи статистики. Выборочное распределение, объем выборки, ряд распределения, полигон и гистограмма частот. Выборочные значения и оценка параметров (точечная). Требование «хороших оценок»: несмещенность, эффективность и состоятельность.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 8], [2, гл. 7], [4, гл. 10], [5, гл. 8 – 9].

#### Методические указания

Необходимо ознакомиться с терминологией и основными понятиями математической статистики. Определенные трудности возникают при сопоставлении понятий математической статистики (выборка, варианта, генеральная совокупность, эмпирическая функция распределения) и теории вероятностей (распределение вероятностей, интегральная функция распределения, математическое ожидание, …).

#### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулируйте основные задачи математической статистики.

2. Сформулируйте сходство и различие понятий выборка, генеральная совокупность.
3. Что такое группирование данных?
4. Как разбить выборку на оптимальное число групп?
5. Какие точечные характеристики вы знаете?
6. Что такое *несмещенность*, *эффективность* и *состоятельность* оценок?

### Тема 9. Интервальное оценивание

Доверительная вероятность и доверительный интервал. Интервальная оценка для математического ожидания при известной дисперсии, при неизвестной дисперсии. Распределения Стьюдента. Интервальная оценка выборочной дисперсии. Распределение “хи-квадрат”.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 6, 9], [2, гл. 7] [4, гл. 10 – 11], [5, гл. 4, 8 – 9].

### Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что доверительная вероятность не рассчитывается, а задается наблюдателем. Доверительный интервал рассчитывается, причем в различных случаях используются различные виды распределений.

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. Почему наряду с точечным используется интервальное оценивание?
2. В чем отличие нахождения доверительного интервала для математического ожидания при известной и неизвестной дисперсии?
3. Какие свойства гауссова распределения и распределения Стьюдента используются при нахождении доверительных интервалов?
4. Как рассчитывается доверительный интервал для дисперсии? Какой вид (закон) распределения используется?
5. Как оценить доверительный интервал для математического ожидания (дисперсии) выборки объемом $n > 1000$?

### Тема 10. Проверка статистических гипотез и элементы линейного корреляционного анализа

Критерий значимости и критическая область. Ошибки первого и второго рода, мощность критерия. Различие между двумя выборочными средними ($t-$ критерий Стьюдента). Критерий Пирсона. Проверка гипотезы о значимом отличии выборочного коэффициента корреляции от нуля.

**Рекомендуемая литература:** [1, гл. 10], [2, гл. 8–9], [4, гл. 12–13], [5, гл. 10–12].

### Методические указания

Необходимо понять, в чем заключается *принцип практической уверенности*. Особое внимание следует обратить на то, в каких случаях используется двусторонняя (односторонняя) критическая область. Следует четко различать в каких случаях (при каких ограничениях) можно проверять те или иные гипотезы. В линейном корреляционном анализе мы проверяем коррелируют ли искомые величины (переменные), а не решаем вопрос о зависимости (независимости).

### Вопросы и задания для самоконтроля

1. В чем состоит ошибка первого и второго рода при проверке гипотез?
2. Как связаны ошибка первого и второго рода?
3. Можно ли одновременно уменьшить ошибку первого и второго рода?
4. Дайте определения параметрических и непараметрических гипотез.
5. Какие ограничения необходимо учесть при сравнении двух выборочных средних (критерий Стьюдента)?
6. Критерий Стьюдента – двусторонний (односторонний)?
7. Критерий Пирсона – проверка параметрической / не параметрической гипотезы?
8. Какой закон распределения используется в критерии Пирсона?
9. Критерий Пирсона – двусторонний (односторонний)?

# 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

## 3.1. Тематика практических занятий

**Тема 1. Основы теории вероятностей (2 часа)**

1. Комбинаторика и алгебра событий.
2. Определение вероятности: классическое, статистическое и геометрическое.
3. Законы сложения и умножения вероятностей.

**Тема 2. Схема Бернулли (2 часа)**

1. Формула полной вероятности и формула Байеса.
2. Повторение испытаний. Биномиальный закон распределения. Наивероятнейшее число успехов.
3. Локальная и интегральная теорема Муавра – Лапласа. Закон Пуассона.

**Тема 3. Случайные величины (2 часа)**

1. Законы распределения СВ. Интегральная и дифференциальная функции распределения.
2. Характеристики положения СВ. Начальные и центральные моменты СВ. Свойства математического ожидания и дисперсии СВ.
3. Многомерные СВ. Ковариация, коэффициент корреляции и его свойства.

**Тема 4. Элементы математической статистики (2 часа)**

1. Основные понятия статистики. Группирование данных.
2. Требования «хороших оценок». Точечное и интервальное оценивание.
3. Проверка статистических гипотез. Критерий значимости. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотезы.

# 4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

## 4.1. Общие методические указания

В соответствии с учебным графиком предусмотрено выполнение двух индивидуальных домашних заданий (ИДЗ).

Образцы выполнения и оформления ИДЗ представлены в подразделах 4.2 и 4.4, варианты ИДЗ – в подразделах 4.3 и 4.5.

**Номер варианта индивидуального задания определяется по последним двум цифрам номера зачетной книжки**. **Если образуемое ими число больше 30, то следует взять сумму этих цифр.** Например, если номер зачетной книжки З-8В11/12, то номер варианта задания равен 12. Если номер зачетной книжки З-8В11/32, то номер варианта задания равен 5.

## 4.2. Методические указания по выполнению ИДЗ № 1

ИДЗ № 1 включает 10 задач по соответствующим разделам дисциплины.

ИДЗ студенты выполняют самостоятельно, при необходимости можно проконсультироваться, используя электронную почту (katsman@tpu.ru).

Темы задач охватывают основные разделы дисциплины, согласно рабочей программе и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Темы задач ИДЗ № 1

| № задачи | Тема раздела |
|---|---|
| 1, 3, 4 | Комбинаторика, алгебра событий, вероятность классическая и статистическая. Законы сложения и умножения вероятностей. |
| 2 | Геометрическая вероятность. |
| 5, 6 | Формула полной вероятности, формула Байеса. |
| 7, 8 | Схема Бернулли, формулы Муавра – Лапласа, закон Пуассона. |
| 9, 10 | Случайные величины и их числовые характеристики. |

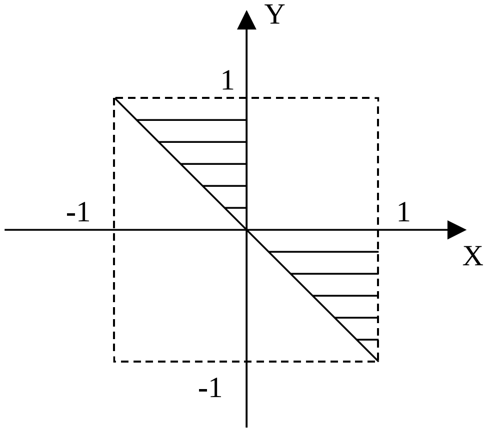
Ниже приведен образец ИДЗ № 1 с подробными решениями каждой задачи.

### Индивидуальное задание № 1 по теории вероятностей и математической статистике, вариант № #

**Задача 1**. Меню в студенческой столовой включает три первых, пять – вторых и четыре третьих блюда. Сколько дней можно покупать различные обеды, если считать, что обед состоит из трех блюд и любое сочетание блюд равновозможно?

**Решение.** При решении данной задачи применим правило произведения (комбинаторика), и учтем, что строка состоит из трех элементов. Первое блюдо (первый элемент строки) можно выбрать тремя различными способами, второе – пятью различными способами независимо от выбора первого. Таким образом, первые два блюда можно выбрать $3\times 5$ различными комбинациями. Учитывая выбор третьего блюда, окончательно получим:

$$N = 3\times 5\times 4 = 60.$$




**Задача 2.** Найти вероятность того, что сумма двух случайно выбранных чисел из промежутка [-1,1] больше нуля, а их произведение отрицательно.

**Решение.** Сначала построим множество всех чисел, удовлетворяющих условию $-1\le x\le 1,\quad -1\le y\le 1$. Множество всех чисел, удовлетворяющих этому условию, ограничено квадратом, построенным на декартовой плоскости (см. рисунок).

Нас интересуют только те пары чисел (событие $A$), произведение, которых отрицательно. Ясно, что эти числа лежат во втором и четвертом квадрантах. Если при этом мы еще учтем, что их сумма должна быть положительной, то эти числа должны лежать выше прямой $y=-x$. Все пары чисел, удовлетворяющие данным ограничениям, лежат в заштрихованной площади (см. рисунок). Тогда искомая вероятность $P(A)$ определяется отношением заштрихованной площади к площади квадрата:

$$P(A)=1/4.$$

**Задача 3.** Взятая наудачу деталь может оказаться либо первого (событие *A*), либо второго (событие *B*), либо третьего (событие *C*) сорта. Что представляют собой следующие события: $A+B$; $\overline{A+C}$; $A\cdot C$; $A\cdot B+C$?

**Решение.** По условию задачи события *A*, *B*, *C* составляют полную группу попарно несовместных событий. То есть, наугад выбранная деталь может быть первого, второго или третьего сорта и никакой другой. С другой стороны, деталь второго сорта не может быть одновременно и деталью третьего сорта и т.п. Следовательно, $A+B-$ это событие, которое состоит в том, что выбрана деталь первого или второго сорта. Событие $\overline{A+C}$ – не взята деталь первого и третьего сорта, значит, выбрана деталь второго сорта. События $A \cdot C = A \cdot B = \varnothing$ – невозможные события, так как деталь не может быть первого и третьего (второго) сорта одновременно. И, наконец, $A \cdot B + C = C$ – взята деталь третьего сорта.

**Задача 4.** Полная колода карт (52 листа) делится случайным образом на две одинаковые колоды по 26 листов. Какова вероятность следующих событий:

$A-$ в каждой пачке окажется по два туза;

$B-$ в одной из пачек не будет ни одного туза, а в другой – все четыре;

$C-$в одной из пачек будет один туз, а в другой – три?

**Решение.** Ясно, что одна комбинация из 26 листов отличается от другой хотя бы одной картой, причем порядок карт в колоде из 26 листов не существенен. Общее число различных комбинаций (способов), которыми можно извлечь 26 карт из 52 равно числу сочетаний: $N = C_{52}^{26}$.

Число комбинаций, благоприятных событию *A*, можно вычислить, используя правило произведения. Действительно, колоду из 26 листов можно представить в виде строки, состоящей из двух компонент: $x_1 x_2$. Здесь компоненту $x_1$ – два туза можно выбрать $k_1 = C_4^2$ способами, а компоненту $x_2$ - любые 24 карты, кроме тузов, могут быть выбраны $k_2 = C_{48}^{24}$ способами. Тогда число комбинаций, благоприятствующих событию *A*, равно $n(A) = C_4^2 \cdot C_{48}^{24}$. Вероятность события $A$ равна:

$$P(A) = \frac{n(A)}{N} = \frac{C_4^2 \cdot C_{48}^{24}}{C_{52}^{26}} \cong 0.39016.$$

Событие $B$ может реализоваться двумя равновозможными способами: в первой колоде четыре туза, а во второй – ни одного, либо тузы– во второй колоде, а в первой–тузов нет:

$$P(B) = 2 \cdot \frac{C_4^4 \cdot C_{48}^{22}}{C_{52}^{26}} \cong 0.1104.$$

Аналогичным образом определяем вероятность событие $C$, когда в одной из пачек будет три туза, а в другой – один туз:

$$P(C) = 2 \cdot \frac{C_4^3 \cdot C_{48}^{23}}{C_{52}^{26}} \cong 0.4994.$$

**Задача 5.** Имеются три одинаковые урны, в первой урне содержатся два белых и один черный шар; во второй урне – три белых и один черный, а в третьей – два белых и два черных шара. Какова вероятность того, что некто подойдет и из произвольной урны вынет белый шар?

**Решение.** Нас интересует вероятность события $A$ – вынуть белый шар. Рассмотрим три гипотезы:

$H_1$ – выбор 1 урны;
$H_2$ – выбор 2 урны;
$H_3$ – выбор 3 урны.

$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = 1/3$. Условные вероятности события $A$ при этих гипотезах соответственно равны: $P(A/H_1) = 2/3$; $P(A/H_2) = 3/4$; $P(A/H_3) = 2/4$. По формуле полной вероятности получим:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) \cdot P(A/H_i) = 1/3(2/3 + 3/4 + 2/4) = 23/36 \cong 0.6389.$$

**Задача 6.** Прибор может собираться из высококачественных деталей и из деталей обычного качества. 40 % приборов собирается из высококачественных деталей и их надежность за время $t$ равна 95 %. Приборы из обычных деталей за время $t$ имеют надежность 0.7. Прибор испытан и за время $t$ работал безотказно. Какова вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?

**Решение.** Возможны 2 гипотезы:
$H_1$ – прибор собран из высококачественных деталей;
$H_2$ – прибор собран из обычных деталей.
Вероятность этих гипотез до опыта равна соответственно: $P(H_1) = 0.4$, $P(H_2) = 0.6$. В результате опыта наблюдалось событие $A$ – прибор безотказно проработал время $t$. Условные вероятности этого события при гипотезах $H_1$ и $H_2$ равны: $P(A/H_1) = 0.95$; $P(A/H_2) = 0.7$. По формуле Байеса находим обратную вероятность:

$$P(H_1/A) = \frac{0.4 \cdot 0.95}{0.4 \cdot 0.95 + 0.6 \cdot 0.7} = 0,475.$$

**Задача 7.** Производится 4 независимых выстрела с вероятностью попадания $p = 0.25$ при каждом выстреле. Какова вероятность следующих событий: попасть ровно 1 раз, попасть не менее трех раз при четырех выстрелах?

**Решение.** Воспользуемся формулой Бернулли, отметив предварительно, что $q = 1-p = 0.75$.

$$P_4(1) = C_4^1 pq^3 = 0.4219.$$
$$P_4(3 \le k \le 4) = P_4(3) + P_4(4) \cong 0.04688 + 0.003906 \cong 0.05078.$$

**Задача 8.** Вероятность появления бракованной детали равна $p = 0.005$. Какова вероятность того, что в партии из 10 000 деталей бракованных будет не более 70?

**Решение.** Согласно формуле Бернулли запишем:

$$P_{10000}(0 \le k \le 70) = \sum_{k=0}^{70} C_{10000}^{k} (0.005)^{k} (0.995)^{10000-k}.$$

Воспользуемся интегральной теоремой Муавра – Лапласа, учитывая, что в нашем случае $m_1 = 0;\ m_2 = 70;\ n = 10000;\ q = 0.995;$

$$P_n(m_1, m_2) \approx \Phi_0(\beta) - \Phi_0(\alpha).$$

Здесь $\Phi_0(x)$ – функция Лапласа. Теперь вычислим:

$$\alpha = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} \approx -7.09; \qquad \beta = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}} \approx 2.84.$$

Значения функции Лапласа определим по таблицам, окончательно получим:

$$P_{10000}(0 \le m \le 70) \approx \Phi_0(2.84) + \Phi_0(7.09) \approx 0.4977 + 0.5 \approx 0.9977.$$

**Задача 9.** Произведено четыре опыта, в каждом из которых может произойти или не произойти событие $A$. Вероятность события $A$ в одном опыте равна $p = 0.3$. Случайная величина $X$ − количество появлений события $A$ в четырех опытах (дискретная СВ). Необходимо построить ряд распределения и функцию распределения СВ. Чему равно математическое ожидание и дисперсия СВ $X$?

**Решение.** В результате 4 опытов событие $A$ может произойти 0, 1, 2, 3 или 4 раза. Соответствующие вероятности подсчитаем по формуле Бернулли и построим ряд распределения.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0.2401 | 0.4116 | 0.2646 | 0.0756 | 0.0081 |

Построим функцию распределения СВ $X$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ 0.2401, & 0 < x \le 1; \\ 0.6517, & 1 < x \le 2; \\ 0.9163, & 2 < x \le 3; \\ 0.9919, & 3 < x \le 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Вычислим $M[x] = \sum_{i=1}^{i=5} x_i \cdot p_i = 1.2$. При вычислении дисперсии воспользуемся одним из ее свойств: $D[x] = \alpha_2(x) - \alpha_1^2(x) = 2.28 - 1.44 = 0.84$.

**Задача 10.** Дана функция:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ r(3x-x^2), & 0\le x\le 3;\\ 0. & x>3;\end{cases}$$

При каких значениях $r$ функция $f(x)$ может быть принята за плотность вероятности случайной величины? Вычислите $M[x]$ и $D[x]$.

**Решение.** Воспользуемся свойством плотности распределения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1=\int_{-\infty}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{3} f(x)dx+\int_{3}^{\infty} f(x)dx.$$

Так как два крайних интеграла равны нулю, вычислим, при каком значении $r$ средний интеграл равен 1:

$$\int_0^3 r(3x-x^2)dx=r(\frac{3x^2}{2}|_0^3-\frac{x^3}{3}|_0^3)=r(\frac{27}{2}-9)=\frac{9}{2}r=1.\Rightarrow r=\frac{2}{9}.$$

$$M[x]=\frac{2}{9}\int_0^3 x(3x-x^2)dx=\frac{2}{9}(\frac{3x^3}{3}|_0^3-\frac{x^4}{4}|_0^3)=1.5.$$

$$D[x]=\alpha_2(x)-\alpha_1^2(x)=2.7-2.25=0.45.$$

$$\alpha_2(x)=\frac{2}{9}\int_0^3 x^2(3x-x^2)dx=\frac{2}{9}(\frac{3x^4}{4}|_0^3-\frac{x^5}{5}|_0^3)=2.7.$$

## 4.3. Варианты ИДЗ № 1

### Вариант №1

1. "Политический тотализатор" – игра для взрослых. В областную Думу Томска от каждого округа избираются по 2 депутата. По первому избирательному округу зарегистрировали 9 кандидатов, по 2-му, 3-му и 6-му – по 11, по 4-му – 12, а по 5-му – 7 кандидатов. Игрок наугад отмечает (избирает) по 2 фамилии кандидатов по каждому из 6 округов. Какова вероятность того, что отгаданы все 12 депутатов?

2. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата равной $a$ наудачу бросается монета радиуса $r<a/2$. Какова вероятность события $A$ – {монета попадет целиком внутрь одного квадрата}?

3. В денежно – вещевой лотерее на 1000 билетов приходится 24 денежных и 10 вещевых призов. Некто приобрел 2 билета. Какова вероятность выигрыша хотя бы на один билет?

4. Имеются следующие буквы разрезной азбуки: а, а, а, н, н, с. Ребенок составляет буквы случайным образом. Какова вероятность того, что получится слово "ананас"?

5. Известно, что 10% классных спортсменов принимают перед соревнованиями допинг. Без принятия допинга спортсмен берет рекордный вес в шести попытках из девяти, а после допинга – в восьми попытках из десяти. Какова вероятность того, что на соревнованиях рекордный вес будет взят?

6. В Томске за весенне-летний сезон примерно в один из пяти дней бывает дождь, в остальные дни – ясная погода. Накануне каждого дня дается прогноз погоды. Вероятность прогноза дождя равна 0.5, а вероятность прогноза ясной погоды равна 0.9. Какова вероятность дождя, если была предсказана ясная погода на завтра?

7. Известно, что вероятность выбить при одном выстреле 8 очков равна 0.15, а менее восьми очков – 0.4. Вероятность выбить при трех независимых выстрелах 30 очков равна 0.008. Какова вероятность выбить не менее 28 очков?

8. Фирма получила по почте 1000 процессоров. Вероятность повреждения в пути равно 0.002. Какова вероятность того, что будет повреждено: а) ровно 2 процессора; б) хотя бы один процессор; в) не более 4 процессоров?

9. Независимые случайные величины X и Y заданы законами распределения:

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | 0.4 | 0.3 |

| $y$ | 2 | 4 |
|---|---|---|
| $p$ | 0.4 | 0.6 |

Построить ряд распределения $F(z)$, где $z = x + y$. Вычислить $M[z], D[z]$. Проверить свойство дисперсии: $D[(x+y)/2] = (D[x]+D[y])/4$.

10. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \sqrt[4]{x} & 0 < x \le \frac{1}{16}, \\ 8x, & \frac{1}{16} < x \le \frac{1}{8}, \\ 1, & x > \frac{1}{8}. \end{cases}$$

Найти $f(x), M[x], P(\frac{1}{81}, \frac{1}{12})$.

## Вариант №2

1. Четыре поздравительные открытки случайно разложены по четырем конвертам с адресами. Сколькими способами можно их разложить? Выпишите пространство элементарных событий этого опыта.

2. На бесконечную шахматную доску со стороной квадрата $a$ наудачу бросается монета радиуса $r < a/2$. Какова вероятность события $C$ – {монета пересечет две стороны квадрата}?

3. Из полного набора костей домино наудачу берут 5 костей. Какова вероятность того, что среди них будет хотя бы одна шестерка?

4. При игре в преферанс игрок объявил "мизер", рассчитывая, что в "прикупе" 2 семерки, либо семерка и восьмерка одной масти. Какова вероятность этого события, если в колоде карт 32 листа?

5. В магазин поступили телевизоры трех фирм. От первой фирмы поступило 20 телевизоров, от второй – 10 телевизоров, и от третьей – 70 телевизоров. Вероятности брака у каждой фирмы соответственно равны 0.02; 0.03 и 0.05. Какова вероятность того, что случайно приобретенный телевизор будет качественным?

6. В сборной команде школы 40% составляют учащиеся 10-х классов, 35% – учащиеся 9-х и 25% – учащиеся 8-х классов. После первого дня соревнований неудача постигла соответственно 2, 4 и 5% учащихся. Пусть случайно встреченный после соревнований ученик оказался проигравшим. Какова вероятность того, что он: а) восьмиклассник; б) девятиклассник; в) десятиклассник?

7. Число коротких волокон в партии хлопка составляет, в среднем, 30%. Каково наивероятнейшее число коротких волокон в партии из 24 волокон? Какова вероятность этого события?

8. Вероятность появления события А в каждом из 2100 опытах равна 0.7. Какова вероятность того, что это событие появится: а) не менее 1300 раз; б) не более 1469 раз?

9. Экзаменатор задает студенту вопросы. Вероятность того, что студент правильно ответит на любой вопрос, равна 0.9. Экзамен прекращается, как только студент обнаруживает незнание заданного вопроса. Необходимо: а) составить закон распределения случайной величины X – числа заданных вопросов; б) найти наивероятнейшее число $k_0$ заданных студенту вопросов.

10. Случайная величина X задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le \frac{3}{2},\\ 2x-3, & \frac{3}{2}<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Вычислить $f(x), M[x]$. Найти вероятность того, что в результате двух независимых испытаний случайная величина X оба раза примет значения из промежутка (1.7, 1.9).

**Вариант №3**

1. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Сколько элементарных событий составляют пространство элементарных событий, соответствующих данному эксперименту? Сколько элементарных событий соответствует тому, что все цифры различны?

2. Мишень состоит из двух концентрических кругов с радиусами $kr$ и $nr$, где $k<n$. Считая равновозможным попадание в любую часть круга радиуса $nr$, определите вероятность того, что при двух выстрелах будет ровно одно попадание в круг радиуса $kr$?

3. В телешоу «Своя игра» главный приз – автомобиль. Победителю игры в первый раз предоставляется право вытащить один жетон, при повторном выигрыше (подряд) – два жетона и т.д. Всего в игре участвуют 22 жетона, к одному из которых прикреплен ключ от машины. В игре используется схема без возвращения. Например, если при первом выигрыше победитель вытаскивает один жетон из 22 и ключа не нашел, то при повторном выигрыше он вытягивает 2 жетона из оставшихся 21 и т.д. Сколько раз подряд необходимо победить, чтобы вероятность выигрыша была больше 0.3?

4. В механизм входят 3 одинаковые детали. Работа механизма нарушается, если при его сборке будут поставлены хотя бы 2 детали, размера, больше обозначенного на чертеже. У сборщика осталось 12 деталей, из которых 5 большего размера. Какова вероятность нормальной работы механизма, если сборщик берет детали наудачу?

5. В сборной команде школы 40% составляют учащиеся 10-х классов, 35% – учащиеся 9-х и 25% – учащиеся 8-х классов. После первого дня соревнований неудача постигла соответственно 2, 4 и 5% учащихся. Какова вероятность того, что случайно встреченный после соревнований ученик оказался выигравшим?

6. На линии связи передаются два сигнала $A$ и $B$ с вероятностями 0.84 и 0.16 соответственно? Из-за помех 1/6 сигналов $A$ искажается и принимается как сигнал $B$, а 1/8 часть переданных $B$ – сигналов принимается как $A$ сигналы. Какова вероятность того, что на приемном пункте появится сигнал $A$, если был послан: а) сигнал $A$, б) сигнал $B$?

7. По каналу связи передаются сообщения с помощью кода, состоящего из двух знаков. Вероятность появления первого знака равна 2/3. Передано четыре знака. Найти наивероятнейшее число появления первого знака и его вероятность

8. Вероятность появления события А в каждом из 2100 опытах равна 0.7. Какова вероятность того, что это событие появится не менее 1470 и не более 1500 раз?

9. Производится последовательное, независимое испытание надежности пяти приборов. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий прибор оказался надежным. Построить ряд распределения случайной величины X – число испытанных приборов. Вероятность выдержать испытание для каждого прибора равна 0.9. Вычислить M[x], D[x].

10. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ x^2/4, & 0<x\le 2,\\ 1 & x>2.\end{cases}$$

Вычислить $P(x\ge 1), m_x, D_x, Me$.

**Вариант №4**

1. Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие $A-$ исправна машина, событие $B(k)-$ исправен $k-$ ый котел. Событие $C$ означает работоспособность машинно-котельной установки, что будет в том случае, если исправна машина и хотя бы один котел. Выразите события $C$ и $\overline{C}$ через $A$ и $B(k)$.

2. В равносторонний треугольник, длина стороны которого равна $a$, наудачу бросается точка. Вероятность попадания точки одинакова по всей площади треугольника. В треугольник вписана окружность, в эту окружность вписан квадрат. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в треугольник точка попала в окружность, но не попала в этот квадрат?

3. В коробке упаковано 25 пар детской обуви первого и второго сорта. Из них 16 пар первого сорта. Для проверки качества из коробки наудачу одну за другой вынимают две пары обуви. Какова вероятность того, что среди извлеченных пар обуви окажется: а) только одна пара обуви первого сорта? в) хотя бы одна пара обуви первого сорта?

4. Игрок А поочередно играет с игроками В и С, имея вероятность выигрыша в каждой партии 0.25, и прекращает игру после первого проигрыша или после двух партий, сыгранных с каждым игроком. Какова вероятность выигрыша игроком В, игроком С?

5. Партия микросхем, среди которых 10% дефектных, поступила на проверку. При проверке дефект (если он есть) обнаруживается с вероятностью 0.95 и с вероятностью 0.03 исправная микросхема признается дефектной. Какова вероятность того, что случайно выбранная микросхема будет признана дефектной?

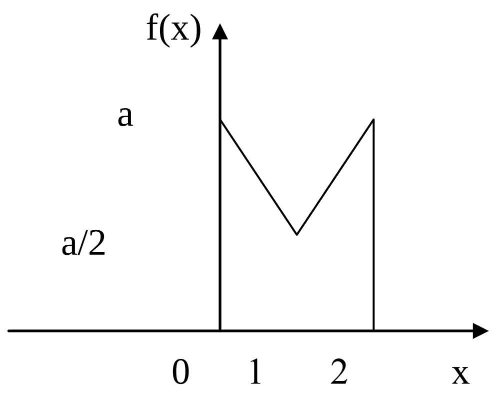
6. Известно, что 10% классных спортсменов принимают перед соревнованиями допинг. Без принятия допинга спортсмен берет рекордный вес в шести попытках из девяти, а после допинга – в восьми попытках из десяти. На соревнованиях рекордный вес был взят. Какова вероятность того, что спортсмен принял допинг?

7. Определите вероятность того, что номер первой встретившейся автомашины содержит: а) одну цифру пять; б) три и более пятерок. Известно, что все номера четырехзначные, неповторяющиеся и равновозможные (возможен номер 0000).

8. Известно, что семена первого сорта составляют 95%. Какова вероятность того, что из взятых наудачу для проверки 200 семян, не менее 180 и не более 193 будут первого сорта?

9. Монета бросается 3 раза. Записать в виде таблицы закон распределения случайной величины X – число выпадения герба. Построить F(x). Вычислить M[x], D[x].

10. Случайная величина X подчинена закону распределения, плотность которого задана графически. Найдите: 1) коэффициент $a$; 2) функции $f(x), F(x)$; 3) $M[x], D[x]$.



## Вариант №5

1. У мальчика в кармане есть монеты 1, 5, 10, 15 и 20 копеек (по одной). Он вынимает из кармана наудачу одну за другой две монеты. Записать пространство элементарных событий этого опыта. Из каких элементарных событий состоят события: А – из кармана вынуто 15 копеек (в сумме); В – из кармана вынуто 25 копеек (в сумме)?

2. Лодка перевозит груз с одного берега пролива на другой за один час. Какова вероятность того, что идущее вдоль пролива судно будет замечено, если с лодки обнаруживают судно в случае, когда пересекают его курс не ранее, чем за 20 минут до пересечения судном курса лодки и не позднее, чем через 20 минут после пересечения судном курса лодки? Любой момент и любое место пересечения судном курса лодки равновозможны. Курс судна перпендикулярен курсу лодки.

3. В магазине работают 10 продавцов, из них 6 женщин. В смене заняты 3 продавца. Какова вероятность того, что все они мужчины, хотя бы 1 продавец мужчина?

4. В коробке упаковано 25 пар детской обуви первого и второго сорта. Из них 16 пар первого сорта. Для проверки качества из коробки наудачу одну за другой вынимают две пары обуви. Какова вероятность того, что среди извлеченных пар обуви окажется: б) обе пары первого сорта? г) хотя бы одна пара обуви второго сорта?

5. Определите вероятность того, что 100 лампочек, взятых наудачу из 1000, окажутся исправными, если известно, что число бракованных лампочек на 1000 штук равновозможно от 0 до 5.

6. В магазин поступили телевизоры трех фирм. От первой фирмы поступило 20 телевизоров, от второй – 10 телевизоров, и от третьей – 70 телевизоров. Вероятности брака у каждой фирмы соответственно равны 0.02; 0.03 и 0.05. Какова вероятность того, что случайно приобретенный бракованный телевизор изготовлен третьей фирмой?

7. С. Пепайс предложил Исааку Ньютону следующую задачу: Какое из событий более вероятно: а) появление, по крайней мере, одной шестерки при подбрасывании 6 костей, б) появление хотя бы двух шестерок при подбрасывании 12 костей, в) появление не менее трех шестерок при бросании 18 костей?

8. В партии 175 конденсаторов. Вероятность выхода из строя 1 конденсатора за время $t$ равна 0.2. Какова вероятность того, что за время $t$ выйдут из строя: а) не менее 20, б) от 17 до 37 конденсаторов?

9. Шесть раз бросается правильная монета. Случайная величина X – модуль разности числа появления герба и числа появления цифры в данном эксперименте. Описать закон распределения X.

10. Функция распределения непрерывной случайной величины X равна:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0; \\ x^2/(1+x^2), & x\geq 0. \end{cases}$$

Найдите $f(x)$, $M[x]$, нижний и верхний квартили.

## Вариант №6

1. Спортсмен стреляет по мишени (событие A), а затем подбрасывает игральную кость (событие B). Запишите пространство элементарных событий первого и второго опытов. Чему равны события: A + B; AB; A\B; B\A?

2. Внутри круга радиуса $r$ независимо друг от друга выбирают наудачу две точки. Какова вероятность того, что обе точки окажутся внутри вписанного в этот круг правильного треугольника?

3. В ящике лежат 7 различных пар носков. Мальчик наудачу выбирает 2 носка. Сколько различных комбинаций соответствует данному опыту?

4. Четыре мальчика и три девочки садятся случайным образом в один ряд. Какова вероятность того, что каждая девочка сядет между двумя мальчиками?

5. В больницу поступает в среднем 50 % больных с заболеванием $K$, 30 % – с заболеванием $L$ и 20 % – с заболеванием $M$. Вероятность полного излечения болезни $K$ равна 0.7, для болезней $L$ и $M$ эти вероятности равны соответственно 0.8 и 0.9. Какова вероятность того, что больной, поступивший в больницу, выпишется здоровым?

6. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 7 – с вероятностью 0.7; 4 – с вероятностью 0.6; и 2 – с вероятностью 0.5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежит стрелок?

7. Батарея произвела 6 выстрелов по объекту. Вероятность попадания в объект при 1 выстреле равна 0.3. Найти: а) наивероятнейшее число попаданий; б) вероятность наивероятнейшего числа попаданий.

8. Известно, что семена первого сорта составляют 95%. Какова вероятность того, что из взятых наудачу для проверки 200 семян, ровно 180 будут первого сорта?

9. Производятся три независимых опыта, в каждом из которых событие $A$ появляется с вероятностью равной 0.4. Рассматривается случайная величина $X-$ число появления события $A$ в трех опытах. По-

строить ряд распределения, функцию распределения случайной величины $X$. Найти $M[x], D[x]$.

10. Плотность распределения $f(x)$ случайной величины задана функцией:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ C\cdot x^2, & 0\le x\le 2;\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Найти коэффициент C, F[x], M[x], D[x], P(-1, 1).

## Вариант №7

1. Подбрасываются две игральные кости и фиксируется сумма выпавших очков. Рассматриваются события A – сумма очков четная, B – сумма очков кратна 3. Запишите события: A, B, AB, A+B, A\B, B\A.

2. Внутрь квадрата со стороной $a$ наудачу бросаются две точки. Какова вероятность того, что обе точки окажутся вне вписанной в этот квадрат окружности?

3. При испытании партии приборов частота появления брака составляет 0.3. Чему равно количество годных приборов в партии из 200 штук?

4. Из колоды карт (32 листа) каждому из трех игроков наудачу раздается четыре карты. Сколько различных комбинаций этого опыта возможно? Какова вероятность того, что у одного игрока будут 4 туза?

5. Устройство состоит из трех независимо работающих микросхем. Вероятности отказа первой второй и третьей микросхемы соответственно равны 0.2; 0.3 и 0.4. Какова вероятность того, что отказали две микросхемы?

6. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, выбранной наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

7. Определите вероятность того, что номер первой встретившейся автомашины не содержит: а) цифры пять; б) двух и более пятерок. Известно, что все номера четырехзначные, неповторяющиеся и равновозможные (возможен номер 0000).

8. Из таблицы случайных чисел наудачу выписаны 200 случайных двузначных чисел (от 00 до 99). Какова вероятность того, что число 33 а) встретится 3 раза, б) встретится 4 раза?

9. Имеется 5 ключей, из которых только 1 подходит к замку. Указать закон распределения случайной величины $X$, равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ в последующих испытаниях не участвует. Построить многоугольник распределений, найти $M[x]$, $D[x]$.

10. Автобусы идут с интервалом 5 минут. Считая, что случайная величина X – время ожидания автобуса – распределена равномерно на указанном интервале, найти F(x), M[x] и D[x]. Вычислить вероятность того, что время ожидания превысит 3 минуты.

**Вариант №8**

1. Имеется группа из 6 человек, в которой 2 девочки. Какое количество отрядов из 3-х человек, в который вошла бы одна девочка, можно составить из этой группы?

2. Внутри круга радиуса $r$ независимо друг от друга выбирают наудачу две точки. Какова вероятность того, что только одна точка окажется внутри вписанного в этот круг правильного треугольника?

3. На 100 лотерейных билетов приходится 10 выигрышных. Какова вероятность того, что два билета, взятых наугад: а) проиграют; б) выиграют?

4. Зенитная батарея, состоящая из n орудий, произвела залп по группе, состоящей из m самолетов (m < n). Каждое орудие выбирает цель наудачу, независимо от остальных. Какова вероятность того, что все орудия выстрелят по одному самолету?

5. В 2-х ящиках находятся радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 не стандартная, во втором – 10, из них 1 – нестандартная. Из первого ящика наудачу взята 1 лампа и переложена во второй. Какова вероятность того, что наудачу извлеченная из второго ящика лампа оказалась нестандартной?

6. На трех дочерей (старшую, среднюю и младшую) в семье возложена обязанность мыть посуду. Старшая дочь выполняет 40 % всей работы, остальные дочери – по 30 % каждая. Вероятности разбить при мытье хотя бы одну тарелку составляют для девочек соответственно 0.02; 0.03; 0.04. Неизвестно, кто накануне мыл посуду, но одна тарелка оказалась разбитой. Какова вероятность того, что посуду мыла старшая, средняя или младшая дочь?

7. Баскетболисту надо набрать не менее 5 очков. При этом он может пробивать либо штрафные (по 1 очку), либо броски средней дальности (по 2 очка), либо дальние броски (по 3 очка каждый). Вероятность попасть при штрафном броске равна 0.8, при броске со средней дистанции – 0.7, а при дальнем – 0.5. Какую стратегию выбрать?

8. Телефонная станция обслуживает 1 000 абонентов. За время $t$ абоненты с вероятностью 0.005 независимо друг от друга могут сделать вызов. Какова вероятность того, что не будет ни одного вызова?

9. Случайная величина X распределена по закону:

| $x$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 1/6 | 1/2 | 1/3 |

А случайная величина $y = x^2$. Чему равен коэффициент корреляции?

10. Случайная величина X является нормально распределенной. Ее математическое ожидание равно 18, а вероятность ее попадания в интервал [16, 20] равна 0.98. Найдите дисперсию этой случайной величины.

## Вариант №9

1. Событие $A-$ хотя бы один из трех проверяемых приборов бракованный, $B-$ все приборы доброкачественные. Что означают события: а) $A+B$; б) $A \cdot B$?

2. Режим работы светофора следующий: 4 минуты разрешен проезд машин по ул. Ленина и поворот на ул. Учебную, затем 3 минуты разрешен проезд машин по ул. Учебной и поворот на ул. Ленина. После этого 2.5 минуты запрещен проезд машин, и разрешено движение пешеходов через дорогу в любом направлении. Какова вероятность пешеходу наудачу, без ожидания перейти дорогу на разрешающий сигнал светофора, если при движении машин пешеходный переход запрещен в любом направлении?

3. В коробке упаковано 25 пар детской обуви первого и второго сорта. Из них 16 пар первого сорта. Для проверки качества из коробки наудачу одну за другой вынимают две пары обуви. Какова вероятность того, что среди извлеченных пар обуви окажется: а) только одна пара обуви первого сорта? в) хотя бы одна пара обуви первого сорта?

4. События $A$ и $B$ несовместны, причем $P(A) \neq 0$, и $P(B) \neq 0$. Зависимы ли данные события?

5. На трех дочерей (старшую, среднюю и младшую) в семье возложена обязанность мыть посуду. Старшая дочь выполняет 40 % всей работы, остальные дочери – по 30 % каждая. Вероятности

разбить при мытье хотя бы одну тарелку составляют для девочек соответственно 0.02; 0.03; 0.04. Какова вероятность того, что при мытье посуды ни одна тарелка не будет разбита?

6. Заболевание А имеется у 10 % населения. Контрольный тест обнаруживает болезнь в 95 % случаев при наличии болезни, и иногда обнаруживает болезнь, когда ее нет. Применение теста выявило наличие болезни у каждых 11 человек из 100. Какова вероятность того, что больным будет признан здоровый человек?

7. Игрок получает 6 колец и набрасывает их на колышки до первого попадания. Какова вероятность того, что хотя бы одно кольцо останется неизрасходованным, если вероятность попадания при каждом броске равна 0.1?

8. Имеется сеть из 10 000 элементов, вероятность включения которых независима и равна 0.6. Чему равно наивероятнейшее число включенных элементов и соответствующая ему вероятность?

9. Найти неизвестные вероятности $p_1$ и $p_2$, зная таблицу распределения случайной величины $Y$ и $M[y]=2.8$. Найти $D[y]$, построить $F(y)$.

| $y$ | 0 | 1 | 4 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | $p_1$ | $p_2$ |

10. Функция распределения непрерывной случайной величины X равна:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0; \\ x^2/(1+x^2), & x\geq 0. \end{cases}$$

Найдите $f(x), M[x], Me$.

## Вариант №10

1. Производится три выстрела из орудия по цели. Событие $A_k$ – попадание в цель при $k-$ом выстреле $(k=1, 2, 3)$. Записать в алгебре событий: $A-$ ровно одно попадание; $B-$ хотя бы одно попадание; $C-$ хотя бы один промах.

2. Игрок бросает монету с достаточно большого расстояния на поверхность стола, разграфленную на однодюймовые квадраты. Если монета (3/4 дюйма в диаметре) попадает полностью внутрь квадрата, то игрок выиграл, в противном случае он теряет монету. Какова вероятность выигрыша при условии, что монета упала на стол?

3. Обследовалась группа из 1000 студентов. Среди них выявлено 600 курящих и 400 некурящих. Среди курящих 240 человек имеют заболевания легких, а среди некурящих легочных больных – 120 человек. Являются ли курение и заболевание легких независимыми событиями?

4. В ящике лежат 7 пар различных носков. Мальчик наудачу выбирает 2 носка. Какова вероятность, что они составят пару?

5. Известно, что 25 % мужчин и 5 % женщин – дальтоники. В группе 18 мальчиков и 22 девочки. Какова вероятность того, что наугад выбранный ребенок окажется не дальтоником?

6. Устройство состоит из трех независимо работающих микросхем. Вероятности отказа первой второй и третьей микросхемы соответственно равны 0.2; 0.3 и 0.4. При испытании отказала одна микросхема. Какова вероятность того, что отказала первая, вторая, третья микросхемы?

7. Чему равна вероятность p наступления события в каждом из 39 независимых испытаниях, если наивероятнейшее число наступления события в этих испытаниях равно 25?

8. Томсктелеком обеспечивает подключение к сети Интернет 100 000 абонентов. Вероятность подключения равна 0.6. Какова вероятность событий: а) к сети Интернет подключились ровно 59 800 абонентов; б) в Интернет работают не менее 59 800 и не более 60 300 абонентов?

9. Имеется 6 билетов в театр, 4 из которых на места в первом ряду. Наудачу выбираются 3 билета. Составить ряд распределения случайной величины $x$ – число билетов на места в первом ряду, оказавшихся в выборке. Построить многоугольник распределений, вычислить $M[x], D[x]$.

10. Пусть диаметр деталей, выпускаемых цехом, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону, с параметрами $M[x] = 5\text{см}, D[x] = 0.81\text{см}^2$. Найдите вероятность того, что диаметр выбранной наудачу детали: а) заключен в пределах от 4 до 7 см; б) отличается от математического ожидания не более чем на 2 см.

## Вариант №11

1. Студент подбрасывает монету, пока не выпадут подряд 2 "орла" или 2 "решки". Выпишите пространство элементарных событий этого опыта, ограничившись 6 испытаниями.

2. На паркет, составленный из правильных треугольников со стороной $a$, случайно падает монета радиуса $r$ $(r < a\sqrt{3}/6)$. Какова вероятность того, что монета пересечет две стороны треугольника?

3. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение смены его внимания потребует первый станок, равна 0.7, второй – 0.75, третий – 0.8. Какова вероятность, что в течение смены его внимания потребуют 2 станка?

4. Четыре мальчика и три девочки садятся случайным образом в один ряд. Какова вероятность того, что на концах ряда окажутся 2 мальчика (девочки)?

5. По телеграфному каналу связи передаются 2 типа сигналов "точка" и "тире". Первый сигнал передается в 2 раза чаще, чем второй. Вероятность приема сигнала "точка" без искажения равна 0.8, а для сигнала "тире" – 0.9. Какова вероятность события $A-$ принят сигнал "точка"?

6. Производится 1 выстрел по плоскости, на которой расположены 2 цели: 1 и 2. Вероятность попасть в 1 цель равна W, во вторую – Y. После выстрела получено известие, что попадания в 1 цель нет. Какова вероятность того, что произошло попадание в цель 2?

7. Баскетболист, попадающий в корзину с вероятностью 0.4, произвел 10 бросков. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую ему вероятность.

8. В партии 175 конденсаторов. Вероятность выхода из строя 1 конденсатора за время $t$ равна 0.2. Какова вероятность того, что за время $t$ выйдут из строя: а) не более 32, б) от 27 до 57 конденсаторов?

9. Независимые опыты проводятся до первого положительного исхода, после чего они прекращаются. Найти для случайной величины опытов: а) ряд распределения; б) многоугольник распределения; в) наивероятнейшее число опытов. Вероятность положительного исхода в одном опыте равна 0.5.

10. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{x_0^3}{x^3}, & x \ge x_0 \ (x_0>0),\\ 0 & x<x_0.\end{cases}$$

Необходимо найти: $f(x), M[x], D[x]$.

## Вариант №12

1. Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие $A-$ выбранное число кратно 5; событие $B-$ данное число оканчивается нулем. Что означают события $A \setminus B$ и $A+\overline{B}$?

2. Охранное устройство состоит из двух детекторов, от которых поступают сигналы независимо друг от друга и равновозможно в течение одного часа. Устройство срабатывает, если разность между моментами поступления сигналов менее 0.1 часа. Какова вероятность срабатывания устройства в течение часа, если каждый детектор пошлет по одному сигналу?

3. Из колоды карт (32 листа) каждому из трех игроков наудачу раздается 10 карт. Сколько различных комбинаций этого опыта возможно? Какова вероятность того, что у одного игрока будут 10 картинок? Картинка – это туз, король, дама или валет любой масти.

4. Восемь различных книг расставлены наудачу на одной полке. Какова вероятность того, что две определенные книги окажутся рядом?

5. По телеграфному каналу связи передаются 2 типа сигналов "точка" и "тире". Первый сигнал передается в 2 раза чаще, чем второй. Вероятность приема сигнала "точка" без искажения равна 0.8, а для сигнала "тире" – 0.9. Какова вероятность события $A-$ принят без искажения случайно переданный сигнал?

6. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе, как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться легковая машина, равна 0.2, а для грузовой – 0.1. Какова вероятность того, что к бензоколонке подъехала грузовая машина?

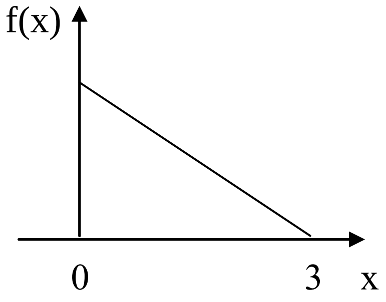
7. В мастерской имеется 12 моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равна 0.8. Какова вероятность того, что в данный момент не менее 10 моторов работает с полной нагрузкой?

8. Вероятность появления события А в каждом испытании одинакова и равна 0.6. Какова вероятность того, что в 2400 испытаниях событие А наступит 1400 раз?

9. Для поступления в институт абитуриенту необходимо сдать 3 экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена равна 0.9, второго – 0.8, третьего – 0.7. Абитуриент сдает следующий экзамен только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения СВ Х – числа экзаменов, сдаваемых абитуриентом. Вычислить M[x], D[x].

10. Случайная величина $X$ подчинена закону распределения, плотность которого задана графически.

Найти: 1) функцию распределения $F(x)$, $M[x], D[x]$.




**Вариант №13**

1. Рассматриваются семьи, имеющие четырех детей. Выписать пространство элементарных событий. Из каких элементарных событий состоят следующие события: $A-$ в семье дети одного пола; $B-$ в семье есть мальчики и девочки; $C-$ мальчиков больше, чем девочек; $D-$ мальчиков и девочек поровну?

2. В квадрат с вершинами (0;0),(0;1),(1;0),(1;1) наудачу брошена точка, $M(p,q)$. Какова вероятность того, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ действительны и различны?

3. Из урны, в которой находятся $a$ белых и $b$ черных шаров, вынимают подряд все имеющиеся шары. Какова вероятность того, что вторым по порядку будет вынут белый шар?

4. N человек случайным образом рассаживаются за круглым столом (N > 2). Какова вероятность того, что два фиксированных человека окажутся рядом?

5. В урну, содержащую 2 шара, опущен белый шар, после чего из нее извлечен 1 шар. Какова вероятность, что извлекли белый шар, если первоначальное распределение шаров по цвету неизвестно и равновозможно?

6. Имеется пять одинаковых урн, из которых в четырех находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, выбранной наудачу, извлечен черный шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

7. Вероятность выиграть по билету лотереи равна 1/7. Какова вероятность выиграть не менее чем по 2 билетам из 6?

8. Вакцина против полиомиелита надежна в 99.99% случаев. Какова вероятность того, что из 10 000 вакцинированных детей заболеет 0, 3?

9. Игральная кость бросается 3 раза. Записать закон распределения X – числа появления шестерки. Определить F(x), M[x], D[x].

10. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ \frac{x}{4}+\frac{1}{4}, & -1<x\le 3,\\ 1 & x>3.\end{cases}$$

Вычислить $M[x]$, $D[x]$, $Me[x]$, $P(-1,1)$.

## Вариант №14

1. Бросаются две игральные кости – одна белая, а другая черная. Выпишите пространство элементарных событий этого опыта. Сколько элементарных событий соответствует тому, что: 1) сумма выпавших очков больше 10; 2) сумма очков – четная?

2. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше единицы, не превзойдет единицы, а их произведение будет не больше 2/9?

3. Из разрезной азбуки выкладывается слово ВЕРОЯТНОСТЬ. Затем все буквы тщательно перемешиваются и снова последовательно раскладываются. Какова вероятность того, что снова получится слово ВЕРОЯТНОСТЬ?

4. На обувной полке расположены 5 пар обуви разного размера. Какова вероятность наудачу (в темноте) выбрать пару (левый + правый), считая размер не существенным? Какова вероятность случайно выбрать пару обуви одного размера?

5. Группа студентов состоит из *A* – отличников, *B* – хорошистов и *C* – слабых. Отличники могут получить только 5, хорошисты с равной вероятностью могут получить 5 или 4, слабые с равной вероятностью могут получить 4, 3 или 2. Какова вероятность, что наугад выбранный студент получит 4 или 5?

6. В 10 ящиках сложены детали двух сортов. В первых трех – по 3 детали первого и 7 деталей второго сорта; в четвертом ящике – 9 деталей первого и 1 деталь второго сорта; в остальных 6 ящиках – по 1 дета-

ли первого и по 9 деталей второго сорта. Из произвольного ящика наугад выбирается деталь. Какова вероятность того, что выбранная деталь первого сорта была взята из четвертого ящика?

7. Новое лекарство излечивает в 80 % случаев. Какова вероятность, что 4 больных из 5 излечатся? А как изменится эта вероятность, если эффективность лекарства увеличить до 90 %?

8. Какова вероятность появления герба 55 раз при 100 независимых опытах? Вероятность выпадения герба при одном опыте равна 0.5.

9. Из 10 телевизоров на выставке 4 оказались фирмы "Сони". Наудачу для осмотра выбрано 3 телевизора. Составить закон распределения дискретной СВ X – числа телевизоров "Сони" среди 3 отобранных. Вычислить M[x], D[x].

10. Случайная величина распределена по закону:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ s\cdot e^{-sx}, & x>0;\, s>0.\end{cases}$$

Постройте $F(x)$. Найдите $M[x], D[x]$ и $P(1\le x\le 2)$.

## Вариант №15

1. Монета подбрасывается до тех пор, пока не появится подряд два герба или две решки. Какова вероятность события $A-$ "понадобится не более трех бросаний"? Запишите пространство элементарных событий при трехкратном бросании монеты.

2. В равносторонний треугольник, длина стороны которого равна $a$, наудачу бросается точка. Вероятность попадания точки одинакова по всей площади треугольника. В треугольник вписана окружность, в эту окружность вписан квадрат. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в треугольник точка попала в этот квадрат?

3. На 30 одинаковых жетонах написаны 30 двузначных чисел от 11 до 40. Жетоны помещены в пакет и тщательно перемешаны. Какова вероятность вынуть жетон с номером кратным 2 или 3?

4. В барабане револьвера 7 гнезд, из них в 5 заложены патроны, а два оставлены пустыми. Барабан приводится во вращение, в результате чего против ствола случайным образом оказывается одно из гнезд. После этого нажимается спусковой крючок. Если гнездо было пустым, выстрела не происходит. Какова вероятность того, что, проделав опыт два раза подряд, револьвер не выстрелит?

5. Стрельба ведется по 5 мишеням типа $A$, трем – типа $B$ и двум – типа $C$. Вероятность попадания в мишень $A-$ 0.4, $B-$ 0.1 и $C-$ 0.15. Какова вероятность поражения мишени при одном выстреле, если неизвестно, в мишень какого типа он будет сделан?

6. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной – пять белых и один черный шар. Из урны, выбранной наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

7. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0.7, а в девятку – 0.3. Какова вероятность при трех выстрелах выбить не мене 29 очков?

8. Прядильщица обслуживает 500 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене за время $t$ равна 0.01. Какова вероятность того, что за время $t$ обрыв произойдет на 4 веретенах?

9. Независимые случайные величины X и Y заданы законами:

| $x$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.3 | 0.4 | 0.3 |

| $y$ | 2 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | 0.2 | 0.7 |

Составить закон распределения величины Z = X + Y. Вычислить M[z]; D[z].

10. Случайная величина задана интегральной функцией распределения:

$$F(x)\begin{cases}0, & x<0,\\ x, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате 4-х независимых испытаний случайная величина $X$ примет ровно 3 раза значение, принадлежащее интервалу (0.25, 0.75).

## Вариант №16

1. Цифры 1, 2, 3 и 4 пишутся на четырех листках бумаги. Листки кладутся в шляпу и перемешиваются. Наудачу вынимаются один за другим два листка бумаги. Описать пространство элементарных событий, соответствующих этому опыту. Из каких элементарных событий состоят события: А – сумма цифр на листках равна 7; В – разность цифр равна 3?

2. Два парохода должны подойти к одному и тому же причалу. Время прихода обоих пароходов независимо и равно возможно в течение данных суток. Какова вероятность того, что одному из пароходов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого парохода – 1 час, а второго – 2 часа?

3. Пьяница стоит на расстоянии одного шага от края пропасти. Он шагает случайным образом либо к краю утеса, либо от него. На каждом шагу вероятность отойти от края равна 2/3, а шаг к краю имеет вероятность 1/3. Какова вероятность для пьяницы избежать падения за 2, 3 шага?

4. В ящике 10 деталей, среди которых 6 окрашенных. Наудачу извлекают 4 детали. Какова вероятность того, что все 4 окрашены?

5. В Томске за весенне-летний сезон примерно в один из пяти дней бывает дождь, в остальные дни – ясная погода. Накануне каждого дня дается прогноз погоды. Вероятность прогноза дождя равна 0.5, а вероятность прогноза ясной погоды равна 0.9. Какова вероятность правильно предсказать погоду на завтра?

6. Известно, что 25 % мужчин и 5 % женщин – дальтоники. В группе 18 мальчиков и 22 девочки. Какова вероятность того, что наугад выбранный ребенок окажется мальчиком – дальтоником?

7. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0.02. Какова вероятность хотя бы одного выигрыша при покупке 4 билетов?

8. Вероятность прорастания семян данной партии пшеницы равна 0.95. Сколько семян надо взять, чтобы наивероятнейшее число взошедших семян равнялось 100? Какова вероятность этого события?

9. Вероятность получения герба при каждом из 5 бросаний монеты равна 0.5. Составить ряд распределения отношения случайных величин X – число появлений герба к Y – число появлений решки.

10. Необходимо найти плотность распределения $f(x)$, $M[x]$ и $D[x]$ случайной величины, заданной своей функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-2,\\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{1}{2}, & -2\le x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

## Вариант №17

1. Брошены три игральные кости. Событие А – сумма очков на 3-х костях равна 4, В – сумма выпавших очков равна 16. Какое из событий более вероятно?

2. В городе Осторожном действуют следующие дуэльные правила. Каждый дуэлянт прибывает на место встречи в случайный момент времени между 5 и 6 часами утра и, прождав соперника 5 минут, удаляется. Какова вероятность того, что дуэль состоится?

3. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0.875. Какова вероятность попадания при одном выстреле (предполагается, что вероятность появления события в трех испытаниях одна и та же)?

4. Из колоды карт (52 листа) наудачу извлекаются 3 карты. Какова вероятность того, что это будут тройка, семерка и туз?

5. В ящике находится 12 деталей, изготовленных на 1 заводе, 20 деталей – на заводе 2 и 18 деталей – на 3 заводе. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе 1, отличного качества равна 0.9; для деталей завода 2 и 3 эти вероятности равны 0.6 и 0.9 соответственно. Какова вероятность того, что наудачу извлеченная деталь окажется отличного качества?

6. Сборщик получил две коробки одинаковых деталей, изготовленных заводом $A$ и три коробки деталей, изготовленных заводом $B$. Вероятность брака на заводе $A$ равна 0.1, а вероятность получения стандартной детали с завода $B$ равна 0.7. Какова вероятность того, что наудачу извлеченная и оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на заводе $A$, на заводе $B$?

7. Вероятность попадания в 10 при 1 выстреле равна 0.2. Сколько нужно произвести независимых выстрелов, чтобы с вероятностью не менее 0.9 попасть в 10 хотя бы 1 раз?

8. Томская сотовая связь осуществляет за время $t$ 150 000 соединений. Вероятность ошибки (неправильного соединения) равна 0.00001. Какова вероятность события: а) за время $t$ произошло 13 ошибок; б) за время $t$ произошло хотя бы 1 ошибка?

9. Два бомбардировщика поочередно сбрасывают бомбы на цель до первого попадания. Вначале сбрасывает бомбу первый бомбардировщик, вероятность попадания в цель у которого равна 0.7, а у второго – 0.8. Составить первые 4 члена закона распределения дискретной слу-

чайной величины $X-$ число бомб, сброшенных обоими летчиками. Записать $F(x)$, $M[x], D[x]$.

10. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \frac{1}{16}(x^2-4x+4), & 2<x\le 6.\\ 1 & x>2.\end{cases}$$

Вычислить $M[x]$, $D[x]$, $Me[x]$, $P(0, 4)$.

## Вариант №18

1. Подбрасываются две игральные кости, фиксируется сумма выпавших очков – событие А и разность выпавших очков – событие В. Запишите события: Ω(А), Ω(В), АВ, А+В, А\В, В\А.

2. Начерчены пять концентрических окружностей, радиусы которых равны соответственно $kr, (k=\overline{1,5})$. Круг радиуса $r$ и два кольца с внешними радиусами $3r$ и $5r$ заштрихованы. В круге радиуса $5r$ наудачу выбрана точка. Определите вероятность попадания этой точки а) в круг радиуса $2r$; б) в заштрихованную область.

3. Администратор почтового сервера использует адреса длиной не менее 3 и не более 5 символов. Можно использовать 28 букв и 10 цифр. Адрес не может начинаться с цифры, регистр букв не существенен. Сколько пользователей может зарегистрироваться на сервере?

4. Прибор состоит из 4 узлов, которые во время работы прибора могут независимо друг от друга выходить из строя. Вероятность безотказной работы $i-$го узла равна $p_i$; вероятность отказа $q_i=1-p_i, (i=\overline{1,4})$. Какова вероятность событий: $B-$ один узел отказал, $C-$ отказало не менее двух узлов?

5. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных, во 2 – 30 деталей, из них 24 стандартных, в 3 – 10 деталей, из которых 6 стандартных. Какова вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика стандартная?

6. Отклонение режима работы автоматической линии от нормального фиксируется индикатором. Он принадлежит к одному из трех типов с вероятностью 0.2, 0.3 и 0.5. Вероятность срабатывания при нарушении нормальной работы линии равна для каждого типа индикаторов

1, 0.75 и 0.4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего он принадлежит?

7. В семье 5 детей. Рождение мальчика или девочки считается равновероятным. Какова вероятность того, что в семье: а) не более 2 мальчиков; б) не менее 2 и не более 3 мальчиков?

8. Вероятность появления положительного результата в каждом из N независимых опытов равна 0.9. Сколько нужно произвести опытов, чтобы с вероятностью 0.98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат?

9. Независимые случайные величины заданы законами распределения:

| $x$ | 1 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.4 | 0.4 | 0.2 |

| $y$ | -1 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | 0.3 | 0.6 |

Построить ряд распределения $F(z)$, где $z = x - y$. Проверить свойства: $M[z] = M[x] - M[y]$, $D[z] = D[x] + D[y]$.

10. Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ax, & 0 \le x \le 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти: $P(-2 \le x \le 0.5)$, $M[x]$, $D[x]$, построить $F(x)$.

## Вариант №19

1. Рассматриваются семьи, имеющие четырех детей. Выписать пространство элементарных событий. Из каких элементарных событий состоят следующие события: $A -$ в семье дети одного пола; $B -$ в семье есть мальчики и девочки; $C -$ мальчиков больше, чем девочек; $D -$ мальчиков и девочек поровну?

2. На отрезке длиной $l$ наудачу выбраны 2 точки. Какова вероятность, что расстояние между ними меньше $kl$, где $0 < k < 1$?

3. Шесть студентов наудачу занимают любые из восьми компьютеров в классе. Какова вероятность того, что будут заняты первые шесть компьютеров?

4. Сколько в среднем раз надо подбросить кость до появления шестерки?

5. Сборщик получил две коробки одинаковых деталей, изготовленных заводом А и три коробки деталей, изготовленных заводом В. Вероятность брака на заводе А равна 0.1, а вероятность получения стандартной детали с завода В равна 0.7. Какова вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из произвольного ящика будет стандартной?

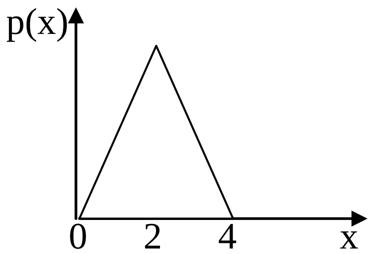
6. Имеется 3 партии деталей по 20 штук в каждой. Число стандартных деталей в 1, 2, и 3 партиях соответственно равны 20, 15 и 10. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Какова вероятность того, что деталь извлечена из третьей партии?

7. Пусть вероятность того, что покупателю женской обуви потребуется обувь 37 размера, равна 0.25. Какова вероятность того, что из 4-х первых покупателей обувь этого размера: а) ни одному не потребуется; б) потребуется хотя бы одному?

8. Вероятность появления события А в каждом испытании одинакова и равна 0.6. Какова вероятность того, что в 2400 испытаниях событие А наступит не менее 1380 и не более 1497 раз?

9. Найти $F(x)$, если случайная величина $X$ принимает значения $x_1$ и $x_2$, с соответствующими вероятностями 0.4 и $p_2$. Известно, что $M[x]=3.2, D[x]=0.96$.

10. Плотность распределения случайной величины $X$ задана графически: Найдите: 1) выражение для $f(x)$; 2) $F(x)$ и постройте график; 3) $M[x], D[x]$.




**Вариант №20**

1. Из колоды карт (52 листа) вытаскивается 1 карта. Событие А – карта червовой масти. При подбрасывании 1 кубика выпало число очков, кратное 3 (событие В), при подбрасывании 2 кубиков сумма очков

равна 7 (событие С). Из каких элементарных событий состоят события А, В и С? Какое из них более вероятно?

2. Случайная точка А равномерно распределена в квадрате со стороной 1. Какова вероятность того, что эта точка отстоит от центра квадрата не менее чем на 0.5, и абсцисса не больше ординаты?

3. Полная колода карт (52 листа) делится наугад на две равные пачки. Какова вероятность следующих событий: А – в каждой из пачек окажется по 2 туза; В – в одной из пачек не будет ни одного туза, а в другой – все четыре; С – в одной из пачек один туз, а в другой – 3?

4. В конверте среди 100 фотокарточек находится разыскиваемая карточка. Из конверта наудачу извлекли 10 карточек. Какова вероятность, что среди них окажется нужная?

5. Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно 4/5, 3/4 и 2/3. Какова вероятность того, что наудачу выбранный стрелок промахнулся?

6. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0.5, 2-ом – 0.6, 3-ем – 0.8. Какова вероятность того, что попавший в самолет один снаряд был выпущен при первом, втором или при третьем выстреле?

7. На пяти телевизионных каналах реклама занимает 5 минут в час. Какова вероятность следующих событий: а) по всем каналам идет реклама;
б) на всех каналах нет рекламы; в) на трех каналах идет реклама, а на остальных нет?

8. Игральная кость подбрасывается ровно 1 200 раз. Какова вероятность наивероятнейшего числа выпадения 6 очков?

9. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредит в срок с вероятностью 0.1. Составить закон распределения СВ X – числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Вычислить M[x], D[x], Me[x].

10. Случайная величина задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{x_0^3}{x^3}, & x \ge x_0 \ (x_0>0),\\ 0 & x<x_0.\end{cases}$$

Необходимо найти: $f(x), M[x], D[x]$.

## Вариант №21

1. В соревнованиях по стрельбе участвуют 10 студентов одной группы. Правила таковы: каждый студент делает по 1 выстрелу до первого попадания в мишень. Опишите Ω этого опыта.

2. На отрезке MN = d независимо друг от друга наудачу взяты 3 точки. Какова вероятность того, что все они лежат от точки M не далее чем на расстоянии h (h < d)?

3. Задумано двузначное число. Какова вероятность того, что задуманным числом окажется: а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное число, цифры которого различны?

4. Некто решил выиграть 10 000 000 руб., для чего необходимо отгадать 6 чисел из 49 или 5 из 36. Какова вероятность выигрыша, если приз получают: а) хотя бы за 5 отгаданных чисел из 49; б) хотя бы за 4 отгаданных числа из 35?

5. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных, во 2 – 30 деталей, из них 24 стандартные, в 3 – 10 деталей, из которых 6 стандартных. Какова вероятность того, что из наудачу взятого ящика извлекли две детали, одна из которых оказалась стандартная, а другая нестандартная?

6. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8, 7 – с вероятностью 0.7, 4 – с вероятностью 0.6 и 2 – с вероятностью 0.5. Наудачу выбранный стрелок выстрелил, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежит стрелок?

7. Вероятность того, что покупателю, зашедшему в магазин, понадобится костюм 60 размера, составляет 0.25. Какое наименьшее число покупателей должно посетить магазин, чтобы с вероятностью 0.95 утверждать, что хотя бы один из них приобретет костюм указанного размера?

8. Телефонная станция обслуживает 1 000 абонентов. За время $t$ абоненты с вероятностью 0.005 независимо друг от друга могут сделать вызов. Какова вероятность того, что будет не более 10 и не менее 2 вызовов?

9. В партии 100 изделий, среди которых 10 бракованных. Случайным образом выбираем 5 изделий для контроля. Построить ряд распределений $x$ – числа дефектных изделий в выборке. Вычислить $M[x]$, $D[x]$.

10. Вычислить $M[x]$ и $D[x]$ распределения, заданного интегральной функцией $F(x)=1-e^{-0.4x}, (x>0)$.

## Вариант №22

1. Машинно-котельная установка состоит из двух котлов и одной машины. Событие $A-$ исправна машина, событие $B(k)-$ исправен $k-$ый котел. Событие $C$ означает работоспособность машинно-котельной установки, что будет в том случае, если исправна машина и хотя бы один котел. Выразите события $C$ и $\overline{C}$ через $A$ и $B(k)$.

2. На паркет, составленный из правильных треугольников со стороной $a$, случайно падает монета радиуса $r$ $(r < a\sqrt{3}/6)$. Найти вероятность того, что монета не заденет ни одной из сторон треугольника.

3. В электрическую цепь последовательно включены 4 сопротивления, которые могут выйти из строя независимо друг от друга. Вероятность того, что перегорит сопротивление 1, равна 0.1; 2 – 0.2; 3 – 0.15; 4 – 0.3. Какова вероятность событий: $A-$ цепь вышла из строя; $B-$ перегорели все сопротивления?

4. Из разрезной азбуки выкладывается слово **МАТЕМАТИКА**. Затем все буквы тщательно перемешиваются и снова раскладываются в произвольном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово **МАТЕМАТИКА**?

5. На сборку поступают однотипные изделия из 4 цехов. Вероятности брака в каждом из цехов равны соответственно 0.04, 0.03, 0.06 и 0.02. Первый цех поставляет 30, второй – 20, третий – 50 и четвертый – 25 изделий. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие окажется бракованным?

6. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда ведет 5 дорог. Известно, что вероятность выйти из леса за час равна соответственно 0.6, 0.3, 0.2, 0.1 и 0.1. Какова вероятность того, что путник шел по 1 дороге, если известно, что через час он вышел из леса?

7. Событие $B$ появится, если событие $A$ наступит не менее четырех раз. Какова вероятность события $B$, если будет произведено 5 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события $A$ равна 0.8?

8. Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0.02. Сколько билетов нужно купить, чтобы вероятность хотя бы одного выигрыша была больше (равна) 0.5?

9. Производится ряд выстрелов с вероятностью попадания, равной 0.8. Стрельба ведется до первого попадания, но не свыше четырех вы-

стрелов. Найти: 1) Функцию распределения $F(x)$ случайной величины $X -$ числа произведенных выстрелов; 2) $M[x], D[x]$.

10. Непрерывная случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 2, \\ c/(4-x^2), & |x| \le 2. \end{cases}$$

Определите: $c, F(x), M[x], D[x]$.

## Вариант №23

1. Пусть $A, B, C -$ случайные события. Выясните смысл равенств: а) $A \cdot B \cdot C = A$; б) $A + B + C = A$.

2. Прямоугольная решетка состоит из прутьев радиуса $r$. Расстояние между осями прутьев равно соответственно $a$ и $b$. Какова вероятность попадания шариком диаметра $d$ в решетку при одном броске без прицеливания, если траектория полета шарика перпендикулярна плоскости решетки, а $(d < a < b)$?

3. Прибор состоит из двух узлов, работа каждого из них, безусловно, необходима для работы прибора в целом. Надежность первого узла равна $Q$, второго $-F$. Прибор испытывают в течение времени $t$, в результате чего обнаружено, что он вышел из строя. Какова вероятность того, что отказал только узел 1, а узел 2 – исправен?

4. Куб, все грани которого окрашены, распилен на 1000 одинаковых кубиков, которые затем перемешиваются. Какова вероятность того, что наудачу извлеченный кубик будет иметь окрашенных граней: а) одну, б) две, в) три?

5. В тире имеется 5 ружей, вероятности попадания, из которых равны соответственно 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 и 0.9. Какова вероятность попадания при одном выстреле, если ружье выбирается наугад?

6. Прибор может работать в двух режимах: нормальном и ненормальном. Нормальный режим наблюдается в 80 % всех случаев работы прибора; ненормальный – в 20 %. Вероятность выхода прибора из строя за время t в нормальном режиме равно 0.1, а в ненормальном – 0.7. Какова вероятность выхода прибора из строя?

7. В Томске в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Что вероятнее: из восьми наудачу взятых дней сентября будет два дождливых дня или три?

8. Из таблицы случайных чисел наудачу выписаны 200 случайных двузначных чисел (от 00 до 99). Какова вероятность того, что число 27 а) встретится 5 раз, б) встретится не менее 5 раз?

9. На полке 10 книг, 3 из которых в переплете. Библиотекарь взял наудачу 2 книги. Постройте ряд распределения случайной величины $X-$ числа отобранных книг в переплете. Вычислите $M[x], D[x]$.

10. Случайная величина задана интегральной функцией:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ x, & 0\le x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию f(x), M[x], D[x]. Построить графики функций: f(x), F(x).

## Вариант №24

1. Пусть $A, B, C-$ три произвольных события. Найти выражения для событий, которые состоят в следующем: а) произошло только событие $A$; б) произошло одно и только одно событие; в) произошло 2 и только два события; г) все три события произошли; д) произошло не более двух событий.

2. Квадрат разделен горизонтальными линиями на $n$ одинаковых полос. В каждую из них бросается точка, положение которой равновозможно в любом месте полосы. Затем аналогично предыдущему проводят $n-1$ вертикальных линий ($n$ вертикальных полос). Какова вероятность того, что в каждой вертикальной полосе будет только по одной точке?

3. В цветочном киоске продаются цветы 10 наименований. Покупатель просит составить букет из 12 цветков. Сколькими способами это можно осуществить?

4. На станцию связи за день поступило 20 телеграмм, адресованных в 4 различных пункта (по 5 в каждый пункт). Из всех телеграмм выбирают наугад 4. Какова вероятность событий: $A-$ все телеграммы адресованы в 1 пункт; $B-$ все телеграммы адресованы в разные пункты?

5. Изделия поступают из двух цехов: 70 % из первого, 30 % – из второго. Изделия 1 цеха имеют 10 % брака, 2 – 20 %. Какова вероятность того, что одно наугад взятое изделие без дефекта?

6. Два автомата по продаже газированной воды укомплектованы бумажными и пластмассовыми стаканчиками, причем первый содержит 20 % бумажных, а второй 30 %. Предложенная вам газ вода оказалась в пластмассовом стакане. Какова вероятность того, что она из второго автомата?

7. Пара одинаковых игральных костей бросается 7 раз. Какова вероятность следующих событий: $A-$ {Сумма очков, равная 7, выпадет дважды}; $D-${Ни разу не выпадет сумма очков, равная 12}?

8. Вероятность допустить ошибку при наборе некоторого текста, состоящего из 1000 знаков, равна 0.005. Найдите наиболее вероятное число сделанных ошибок в этом тексте и его вероятность.

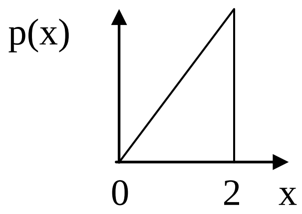
9. Дискретная случайная величина $X$ имеет ряд распределения:

| $x$ | 4 | 6 | $x_3$ |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.5 | 0.3 | $p_3$ |

Найдите $x_3$ и $p_3$, зная, что $M[x]=5.2$; постройте $F(x)$; Вычислите $D[x]$.

10. Случайная величина $X$ подчинена закону распределения, плотность которого задана графически.

Найдите: 1) функцию распределения $F(x)$; 2) $M[x]$, $D[x]$.




**Вариант №25**

1. Построить пространство элементарных событий для испытаний: а) подбрасывается правильная монета и игральная кость; б) подбрасывается игральная кость и вытаскивается из колоды карта какой то масти.

2. Какова вероятность, не целясь попасть бесконечно малой пулей в прутья квадратной решетки, если толщина прутьев равна $t$, а расстояние между их осями равна $l$ $(l>t)$?

3. В урне $a$ белых и $b$ черных шаров. Из урны наугад вынимается один шар, отмечается его цвет и шар возвращается в урну. Затем из урны берется еще один шар. Какова вероятность того, что оба вынутых шара будут белыми?

4. Вероятность того, что событие $A$ появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0.75. Какова вероятность появления события при одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же)?

5. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных, во 2 – 30 деталей, из них 24 стандартные, в 3 – 10 деталей, из которых 6 стандартных. Какова вероятность того, что наудачу извлеченные две детали из наудачу взятого ящика стандартные?

6. Известно, что 96 % всей выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Упрощенная схема контроля признает пригодной стандартную продукцию с вероятностью 0.98 и нестандартную – с вероятностью 0.05. Какова вероятность того, что изделие, прошедшее упрощенный контроль, стандартное?

7. Пара одинаковых игральных костей бросается 7 раз. Какова вероятность следующих событий: $B-$ {Сумма очков, равная 7, выпадет дважды}; $C-$ {Каждый раз выпадет сумма очков, большая 7}?

8. Телефонная станция обслуживает 1 000 абонентов. За время $t$ абоненты с вероятностью 0.005 независимо друг от друга могут сделать вызов. Какова вероятность того, что будет сделано ровно 7 вызовов?

9. Найти закон распределения случайной величины X – суммы очков, выпавших на двух игральных костях. Вычислите $M[x]$, $D[x]$.

10. Случайная величина $X$ задана дифференциальной функцией:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ C\cdot\sin 3x, & 0\le x\le \pi/6,\\ 0, & x>\pi/6.\end{cases}$$

Найти: 1) функцию распределения $F(x)$; 2) вероятность попадания на интервал $[\pi/6, \pi/4]$; 3) $M[x]$, $D[x]$.

## Вариант №26

1. Пусть $A, B, C-$ случайные события. Выясните смысл равенств: а) $A \cdot B \cdot C = A$; б) $A + B + C = A$.

2. В квадрат, разделенный на $n^2$ одинаковых квадратов, брошен шарик. Вероятность попадания шарика в малый квадрат $i-$ ой горизонтали и $j-$ ой вертикальной полосы равна $p_{ij}$, сумма $p_{ij}$ по всем квадратам равна 1. Какова вероятность попадания шарика в $k-$ ю горизонтальную полосу?

3. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Какова вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифры 5?

4. Каждый из четырех игроков в бридж получает 13 карт из колоды в 52 карты. Какова вероятность для одного игрока получить 13 карт одной масти (при условии, что карты хорошо перетасованы)?

5. В 10 ящиках сложены детали двух сортов. В первых трех – по 3 детали первого и 7 деталей второго сорта; в четвертом ящике – 9 деталей первого и 1 деталь второго сорта; в остальных 6 ящиках – по 1 детали первого и по 9 деталей второго сорта. Из произвольного ящика наугад выбирается деталь. Какова вероятность того, что вынутая деталь первого сорта взята из первого, пятого ящика?

6. Два автомата производят одинаковые детали, поступающие на общий конвейер. Производительность 1 автомата вдвое больше производительности второго. 1 производит 60 % деталей отличного качества, а 2 – 84 %. Наудачу взятая деталь оказалась отличного качества. Какова вероятность того, что она произведена 1 автоматом?

7. Среди деталей, изготовленных рабочим, в среднем 3 % нестандартных. Какова вероятность того, что среди взятых на испытание 6 деталей 2 – будут нестандартные?

8. Деталь не проходит проверку ОТК с вероятностью 0.2. Какова вероятность того, что среди 400 наугад отобранных деталей: а) нет ни одной бракованной, б) не пройдут проверку от 70 до 100 деталей?

9. Найдите неизвестные вероятности, зная таблицу распределения случайной величины $Y$, и математическое ожидание $M[y] = 2.8$.

| $y$ | 0 | 1 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | $p_2$ | $p_3$ | 0.3 |

Найдите $D[y]$, постройте функцию распределения $F[y]$.

10. Случайная величина $X$ подчинена закону: $f(x) = a \cdot e^{-t|x|}; (t > 0)$.
Найти коэффициент $a$, построить графики $f(x), F(x)$, вычислить $M[x]$, $D[x]$.

**Вариант №27**

1. Проводится наблюдение за группой, состоящей из 4 однородных объектов. Каждый объект за время наблюдения может быть обнаружен или нет. Опишите события: $A-$ обнаружен ровно 1 объект; $B-$ обнаружен хотя бы 1 объект; $C-$ обнаружено не мене 2 объектов; $D-$ обнаружено ровно 2 объекта; $E-$ обнаружено ровно 3 объекта; $F-$ обнаружены все объекты.

2. Мишень состоит из двух концентрических кругов с радиусами $kr$ и $nr$, где $k < n$. Считая равновозможным попадание в любую часть круга радиуса $nr$, определите вероятность того, что при двух выстрелах будет ровно два попадания в кольцо, ограниченное окружностями радиуса $kr$ и $nr$?

3. Стрелок ведет огонь по движущейся на него цели. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.4 и увеличивается на 0.1 при каждом последующем выстреле. Какова вероятность попасть 2 раза при 3-х независимых выстрелах?

4. 1 сентября на 2 курсе АВТФ запланировано по расписанию 3 лекции по разным предметам. На 2 курсе изучается всего 10 дисциплин. Студент не ознакомился с расписанием и наугад берет 3 конспекта. Какова вероятность успеха, если считается, что любое расписание из 3 предметов равновозможно?

5. Имеется 5 урн, из которых 2 содержат по 1 белому и 5 черных шаров, 1 урна – 2 белых и 5 черных и последние 2 урны – по 3 белых и по 5 черных шаров. Из наудачу выбранной урны вытаскивается шар. Какова вероятность того, что этот шар черный?

6. Трое охотников одновременно выстрелили по вепрю, который был убит одной пулей. Какова вероятность того, что вепрь убит первым, вторым или третьим охотником, если вероятности попадания для них соответственно равны 0.2, 0.4 и 0.6?

7. Какова вероятность осуществления от 2 до 4 разговоров по телефону при наблюдении 5 независимых вызовов, если вероятность того, что при вызове разговор состоится, равна 0.7?

8. Вероятность выхода из строя 1 конденсатора за время $t$ равна 0.2. Какова вероятность наивероятнейшего числа отказавших за время $t$ конденсаторов? В партии было 150 конденсаторов.

9. Случайная дискретная величина $X$ имеет только два возможных значения $x_1$ и $x_2$, причем равновероятных. Доказать, что $D[x]$ равна квадрату полуразности возможных значений.

10. Время безотказной работы элемента распределено по показательному закону $f(x) = 0.02e^{-0.02t}$, при $t > 0$ ($t -$ время в часах). Какова вероятность того, что элемент проработает безотказно 100 часов?

**Вариант №28**

1. Пусть события $A_1$ и $A_2$ означают попадание в мишень при 1-ом и 2-ом выстрелах. Выразить через $A_1$ и $A_2$ следующие события: $S -$ 2 попадания при двух выстрелах; $V -$ ровно одно попадание при двух выстрелах.

2. На плоскость с нанесенной на нее квадратной сеткой многократно бросается монета диаметром $d$, в результате чего установлено, что в 40 % случаев монета не пересекает ни одной стороны квадрата. Каковы размеры сетки?

3. Студент разыскивает необходимую ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что нужная формула окажется в первом, втором или третьем справочниках равна соответственно 0.6, 0.7 и 0.8. Какова вероятность того, что формула содержится только в одном справочнике, по крайней мере, в одном справочнике?

4. Минное заграждение поставлено в 4 линии. Вероятность подрыва корабля, идущего без мер предосторожности, на 1-ой линии равна 0.6, на 2-ой – 0.75, на 3-ей – 0.7 и на 4-ой – 0.65. Какова вероятность подрыва корабля при форсировании минного поля?

5. В двух урнах находится соответственно $m_1$ и $m_2$ белых и $n_1$ и $n_2$ черных шаров. Из каждой урны наудачу извлекается один шар, а затем из этих двух шаров наудачу берется один. Какова вероятность, что этот шар белый?

6. В больницу поступает в среднем 50 % больных с заболеванием $K$, 30 % – с заболеванием $L$ и 20 % – с заболеванием $M$. Вероятность полного излечения болезни $K$ равна 0.7, для болезней $L$ и $M$ эти ве-

роятности равны соответственно 0.8 и 0.9. Больной, поступивший в больницу, выписался здоровым. Какова вероятность того, что он страдал заболеванием $K$?

7. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле постоянна и равна 0,45. Найдите вероятность того, что в серии из 5 выстрелов окажется: а) ровно 4 попадания; б) не менее 4 попаданий. Определите наивероятнейшее число попаданий в мишень и вычислите соответствующую вероятность.

8. Игральная кость подбрасывается ровно 1 200 раз. Какова вероятность того, что грань с 6 очками выпадет не менее 100 и не более 300 раз?

9. Независимые случайные величины X и Y заданы законами распределения:

| $x$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.3 | 0.5 | 0.2 |

| $y$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

Составьте закон распределения разности $z = x - y$. Проверьте справедливость выражения: $M[z] = M[x-y] = M[x] - M[y]$, $D[z] = D[x-y] = D[x] + D[y]$.

10. Случайная величина X задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -\dfrac{\pi}{2}, \\ A\cos^2 x, & -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & x > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти A, F(x), M[x], D[x].

## Вариант №29

1. Из пруда, содержащего $R$ помеченных и $S$ непомеченных карпов, по схеме без возвращений случайно последовательно извлекают рыбы до тех пор, пока не появится первый из помеченных карпов. Описать пространство элементарных событий этого испытания.

2. На плоскости проведены параллельные линии, расстояния между которыми попеременно равны 1.5 и 8 см. Какова вероятность того, что

наудачу брошенная на эту плоскость монета радиуса 2.5 см не пересечет ни одной линии?

3. В мешочке имеется 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о, т, р, с, п. Какова вероятность того, что на вынутых и расположенных в одну линию кубиках можно будет прочесть слово "спорт"?

4. Игрок А поочередно играет с игроками В и С, имея вероятность выигрыша в каждой партии 0.25, и прекращает игру после первого проигрыша или после двух партий, сыгранных с каждым игроком. Какова вероятность выигрыша игроком В, игроком С?

5. С первого автомата на сборку поступает 20 %, со второго – 30 %, с третьего – 50 % деталей. Первый автомат дает в среднем 0.2 % брака, второй – 0,3 %, третий – 0.1 %. Какова вероятность того, что поступившая на сбоку деталь бракованная?

6. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0.95; для обыкновенной винтовки – 0.8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него?

7. 30 % изделий данного завода – высшего сорта. Некто приобрел 6 изделий. Какова вероятность того, что 4 из них высшего сорта?

8. Имеется сеть с 10 000 элементов, вероятность включения которых независима и равна 0.6. Какова вероятность того, что будут включены а) ровно 5 000 элементов, б) не менее 5 900 и не более 6 100 элементов?

9. Составить закон распределения случайной величины $X$, зная, что $M[x] = -0.3$:

| $x$ | -2 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $p$ | 0.3 | $p_2$ | $p_3$ |

Необходимо найти $F(x)$, $D[x]$.

10. Плотность вероятностей случайной величины $X$ задана:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ kx, & 0 \le x \le 4, \\ 0, & x > 4. \end{cases}$$

Найдите $k$, $F(x)$, $M[x]$, $D[x]$.

**Вариант №30**

1. Подбрасываются две игральные кости. Запишите пространство элементарных событий этого опыта. Из каких элементарных событий состоят события $A-$ разность между количеством очков на первой и второй кости отрицательна и кратна 3; $B-$ разность между количеством очков на первой и второй кости кратна 5.

2. Случайная точка $X$ имеет равномерное распределение в квадрате $A=\{(x,y):|x|\le a,|y|\le a\}$. Найти вероятность того, что квадрат с центром $X$ и сторонами длиной $b$, параллельными осям координат, целиком содержится в квадрате $A$.

3. В телешоу «Своя игра» главный приз – автомобиль. Победителю игры в первый раз предоставляется право вытащить один жетон, при повторном выигрыше (подряд) – два жетона и т.д. Всего в игре участвуют 22 жетона, к одному из которых прикреплен ключ от машины. В игре используется схема без возвращения. Например, если при первом выигрыше победитель вытаскивает один жетон из 22 и ключа не нашел, то при повторном выигрыше он вытягивает 2 жетона из оставшихся 21 и т.д. Сколько раз подряд необходимо победить, чтобы вероятность выигрыша была больше 0.3?

4. Игрок А поочередно играет с игроками В и С, имея вероятность выигрыша в каждой партии 0.25, и прекращает игру после первого проигрыша или после двух партий, сыгранных с каждым игроком. Какова вероятность выигрыша игроком В, игроком С?

5. В 10 ящиках сложены детали двух сортов. В первых трех – по 3 детали первого и 7 деталей второго сорта; в четвертом ящике – 9 деталей первого и 1 деталь второго сорта; в остальных 6 ящиках – по 1 детали первого и по 9 деталей второго сорта. Из произвольного ящика наугад выбирается деталь. Какова вероятность того, что она второго сорта?

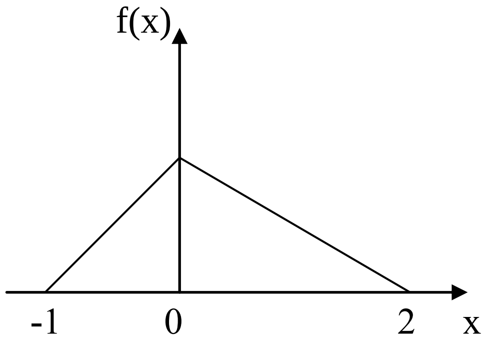
6. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 7 – с вероятностью 0.7; 4 – с вероятностью 0.6; и 2 – с вероятностью 0.5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. К какой из групп вероятнее всего принадлежит стрелок?

7. В библиотеке имеются книги только по технике и математике. Вероятность того, что любой читатель возьмет книгу по технике и математике равна соответственно 0.7 и 0.3. Какова вероятность того, что 5 читателей подряд возьмут книги или только по математике или только по технике, если каждый из них берет только 1 книгу

8. Телефонная станция обслуживает 1 000 абонентов. За время $t$ абоненты с вероятностью 0.005 независимо друг от друга могут сделать вызов. Какова вероятность того, что будет не более 10 и не менее 2 вызовов?

9. Производится два независимых опыта, в каждом из которых с равной вероятностью может быть получено любое целое число от 0 до 9. Постройте ряд распределения суммы полученных чисел.

10. График плотности распределения непрерывной случайной величины имеет вид:




Найти функции $f(x), F(x)$. Построить график $F(x)$. Вычислить $M[x]$.

### 4.4. Методические указания по выполнению ИДЗ № 2

**Цель работы:** ознакомиться с простейшими приемами статистической обработки результатов наблюдений (получение выборочных характеристик), научиться находить доверительные интервалы при заданной доверительной вероятности.

Ниже приведены методические указания по выполнению контрольной работы.

**Задание.** Дана простая, независимая выборка. Необходимо выполнить следующую работу:

1. Вычислить характеристики:

а) выборочное среднее $$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum x_i \qquad (1)$$

б) выборочная дисперсия:

(смещенная) $$Sb^2 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \overline{x})^2 \qquad (2)$$

(несмещенная) $$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \overline{x})^2 \qquad (3)$$

в) выборочный коэффициент асимметрии:

$$Sk = \frac{\mu_3}{S^3}; \quad \mu_3 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^3 \tag{4}$$

г) выборочный коэффициент эксцесса:

$$Ex = \frac{\mu_4}{S^4} - 3; \; \mu_4 = \frac{1}{n}\sum(x_i - \bar{x})^4 \tag{5}$$

2. Построить статический ряд, сведя заданную выборку в 5 групп; длину интервала группирования выбрать равной:

$$L = \frac{1}{5}\left(X_{\max} - X_{\min}\right) \tag{6}$$

Частоты попадания на интервал определяются:

$$\omega_i = \frac{\nu_i}{n}; \quad (i = 1,2,\ldots,5) \tag{7}$$

$\nu_i$ – количество элементов выборки, попавших в *i*-й интервал.

Полученные результаты сведите в таблицу.

Таблица 2

Таблица частот (относительных частот) группировки

| t($i$) | a(1), a(2) | a(2), a(3) | a(3), a(4) | a(4), a(5) | a(5), a(6) |
|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_i$ | | | | | |
| $\omega_i$ | | | | | |

Здесь a(1)= $X_{\min}$, a(6)= $X_{\max}$. По полученной таблице постройте гистограмму частот, относительных частот или плотности частот:

$$\vartheta(i) = \frac{\omega_i}{L} \tag{8}$$

3. Считая заданную выборку объема n=16 распределенной по нормальному закону, необходимо построить доверительные интервалы для выборочного среднего и выборочной дисперсии:

а) доверительный интервал для выборочного среднего нормального распределения при известной дисперсии определяется по следующему правилу:

Рассмотрим статистику $U = \frac{\left(\bar{x} - m_x\right)}{\sigma_x}\sqrt{n}$, имеющую нормальное распределение $N(0,1)$; следовательно

$$P[U_{\alpha/2} < U < U_{1-\alpha/2}] = \beta = 1 - \alpha \tag{9}$$

где $U_{\alpha/2}$ и $U_{1-\alpha/2}$ – квантили стандартного нормального распределения $N(0,1)$. Запишем неравенство (см.9), выполняющееся с вероятностью $1-\alpha$ относительно $m_x$:

$$\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}U_{1-\alpha/2}<m_x<\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}U_{1-\alpha/2} \quad (10)$$

Так как квантили нормального распределения связаны соотношением $U_{\alpha/2}=-U_{1-\alpha/2}$ и определяется по таблицам, окончательно получим:

$$\varepsilon=U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Искомый интервал определяется следующим образом:

$$I\left(\bar{x}-\varepsilon,\bar{x}+\varepsilon\right) \quad (12)$$

б) доверительный интервал для выборочного среднего нормального распределения при неизвестной дисперсии определяется следующим образом:

Так как дисперсия неизвестна, то непосредственно воспользоваться нормальным распределением $N(m_x,\sigma_x)$ нельзя. Однако известно, что случайная величина

$$t=\frac{\bar{x}-m_x}{S}\sqrt{n} \quad (13)$$

где $S$ – несмещенная оценка выборочного среднеквадратичного отклонения имеет распределение Стьюдента ($t$-распределение) с числом степеней свободы $N = n - 1$.

Для нахождения доверительного интервала потребуем, чтобы выполнялось равенство аналогичное (9):

$$P\left(\left(\frac{\bar{x}-m_x}{S}\sqrt{n}\right)<t_\beta\right)=\beta=1-\alpha \quad (14)$$

Величина $t$ определяется по таблицам распределения Стьюдента для заданного уровня значимости и числа степеней свободы, определяемого объемом выборки. Квантили распределения Стьюдента связаны соотношением аналогичным нормальному распределению: $t_{\alpha/2}=-t_{1-\alpha/2}$.

Запишем неравенство в выражении (14) относительно $m_x$:

$$\bar{x}-t_{1-\alpha/2,N}\frac{S}{\sqrt{n}}<m_x<\bar{x}+t_{1-\alpha/2,N}\frac{S}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

Таким образом, для выборочного среднего, распределенного по нормальному закону с неизвестной дисперсией, доверительный интервал определяется соотношением (14), а значение $\varepsilon = t_{1-\alpha/2,N}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$:

$$I_\beta = (\bar{x} - t_{1-\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}, \quad \bar{x} + t_{1-\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}). \tag{16}$$

в) доверительный интервал для выборочной дисперсии нормального распределения строится следующим образом:

Для заданной доверительной вероятности запишем выражение аналогично (9):

$$P\left(\sigma_1^2 < \sigma^2 < \sigma_2^2\right) = \beta = 1 - \alpha. \tag{17}$$

Следует помнить, что выборочная дисперсия и дисперсия нормального распределения связаны соотношением:

$$kS^2 = \chi^2\sigma^2, \tag{18}$$

где $\chi^2$ – имеет "хи-квадрат" распределение с $k = n – 1$ степенями свободы. Отсюда следует, что квантили $\sigma_1^2$ и $\sigma_2^2$ будут определяться по таблицам распределения $\chi^2$. Однако для заданной доверительной вероятности или, что тождественно, уровня значимости потребуем, чтобы для заданного уровня значимости выполнялось условие (симметричности по вероятности):

$$P\left(\chi^2_{\alpha/2,k} < \sigma_1^2\right) = P\left(\chi^2_{1-\alpha/2,k} > \sigma_2^2\right) = \alpha/2. \tag{19}$$

Подставив в (17) в явном виде выражение (18), с учетом (19), окончательно получим:

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,k}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,k}} \tag{20}$$

**Индивидуальное задание № 2 по теории вероятностей и математической статистике, вариант № #**

Дана простая, независимая выборка объемом 16. Исходные данные приведены в табл. 3

Таблица 3

Исходная выборка

| № | Варианта | № | Варианта | № | Варианта | № | Варианта |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 5 | 6 | 9 | 4 | 13 | 3 |
| 2 | 3 | 6 | 6 | 10 | 3 | 14 | 6 |
| 3 | 4 | 7 | 5 | 11 | 6 | 15 | 5 |
| 4 | 3 | 8 | 3 | 12 | 4 | 16 | 3 |

1. Вычислим характеристики выборки, согласно (1 – 5):

*а*) $\overline{X} = 4.3125$;

*б*) $Sb^2 = 1.4648$; $S^2 = 1.5625$;

*в*) $Sk = 0.2551$;

*г*) $Ex = -1.6299$.

2. Построим статический ряд, сведя заданную выборку в 5 групп. Длина интервала группирования (согласно 6) равна $L = 0.6$.

Таблица 4

Таблица частот (относительных частот) группировки

| $t(i)$ | 3 – 3.6 | 3.6 – 4.2 | 4.2 – 4.8 | 4.8 – 5.4 | 5.4 – 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_i$ | 6 | 3 | 0 | 3 | 4 |
| $\omega_i$ | 0.38 | 0.19 | 0 | 0.19 | 0.25 |

По данным табл. 4 построим гистограмму (рис. 1).

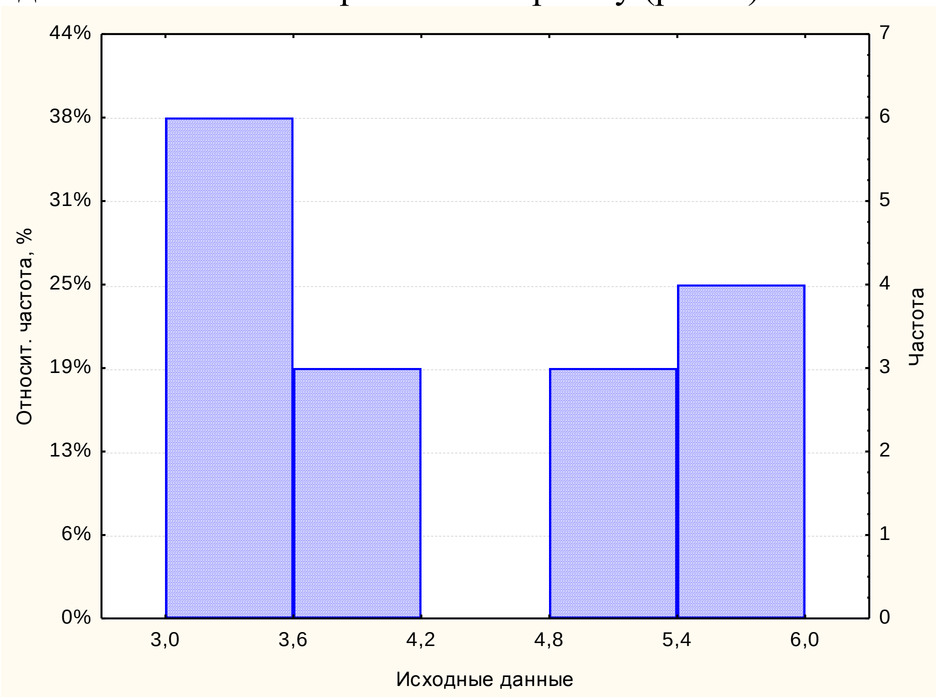



Рис. 1 Гистограмма частот (относительных частот) исходной выборки

3. Считая заданную выборку объема $n$ = 16 распределенной по нормальному закону, построим доверительные интервалы для выборочного среднего и выборочной дисперсии при доверительной вероятности $\beta = 0.97$ $(\alpha = 1 - \beta = 0.03)$:

а) Считаем, что $\sigma = S = \sqrt{S^2} = 1.25$. По статистическим таблицам определим $U_{1-\alpha/2} = U_{0.985} = 2.1701$. Доверительный интервал для выборочного среднего нормального распределения при известной дисперсии определим (10 – 12):

$$\varepsilon = 2.1701\frac{1.25}{\sqrt{16}} = 0.6782; \quad I_{0.97}(3.6343; 4.9907).$$

б) доверительный интервал для выборочного среднего нормального распределения при неизвестной дисперсии определим, используя распределение Стьюдента с $N = n-1 = 15$ степенями свободы. По таблицам определим $t_{0.985;15} = 2.3970$. Доверительный интервал для выборочного среднего нормального распределения при неизвестной дисперсии вычислим (16):

$$\varepsilon = 2.3970\frac{1.25}{\sqrt{16}} = 0.7491; \quad I_{0.97}(3.5634; 5.0616).$$

в) вычислим доверительный интервал для выборочной дисперсии нормального распределения, для чего по статистическим таблицам определим соответствующие квантили при $N = n-1 = 15$ степенях свободы: $\chi^2_{0.015;15} = 5.6534$; $\chi^2_{0.985;15} = 29.2349$. Доверительный интервал для дисперсии (20) равен $I_{0.97}(0.8017; 4.1457)$.

### 4.5. Варианты ИДЗ № 2

Таблица 5

| № варианта | Переменная | Доверительная вероятность |
|---|---|---|
| 1 | **X** | 0.9 |
| 2 | **Y** | 0.9 |
| 3 | **Z** | 0.9 |
| 4 | **V** | 0.9 |
| 5 | **X** | 0.92 |
| 6 | **Y** | 0.92 |
| 7 | **Z** | 0.92 |
| 8 | **V** | 0.92 |
| 9 | **X** | 0.93 |
| 10 | **Y** | 0.93 |
| 11 | **Z** | 0.93 |
| 12 | **V** | 0.93 |
| 13 | **X** | 0.94 |
| 14 | **Y** | 0.94 |
| 15 | **Z** | 0.94 |
| 16 | **V** | 0.94 |
| 17 | **X** | 0.95 |
| 18 | **Y** | 0.95 |
| 19 | **Z** | 0.95 |

Окончание таблицы 5

| № варианта | Переменная | Доверительная вероятность |
|---|---|---|
| 20 | **V** | 0.95 |
| 21 | **X** | 0.96 |
| 22 | **Y** | 0.96 |
| 23 | **Z** | 0.96 |
| 24 | **V** | 0.96 |
| 25 | **X** | 0.97 |
| 26 | **Y** | 0.97 |
| 27 | **Z** | 0.97 |
| 28 | **V** | 0.97 |
| 29 | **X** | 0.98 |
| 30 | **Y** | 0.98 |

Таблица 6

Исходная выборка (переменные)

| № Опыта | Переменные | | | |
|---|---|---|---|---|
| | X | Y | Z | V |
| 1 | 4570 | 4630 | 3360 | 3400 |
| 2 | 4550 | 4750 | 3300 | 3500 |
| 3 | 4500 | 4650 | 3300 | 3600 |
| 4 | 4500 | 4650 | 3100 | 3400 |
| 5 | 4550 | 4800 | 3350 | 3550 |
| 6 | 4530 | 4650 | 3333 | 3444 |
| 7 | 4500 | 4680 | 3350 | 3600 |
| 8 | 4500 | 4680 | 3250 | 3570 |
| 9 | 4540 | 4650 | 3100 | 3700 |
| 10 | 4520 | 4700 | 3300 | 3600 |
| 11 | 4550 | 4700 | 3350 | 3500 |
| 12 | 4530 | 4750 | 3300 | 3600 |
| 13 | 4550 | 4750 | 3300 | 3600 |
| 14 | 4500 | 4650 | 3300 | 3650 |
| 15 | 4450 | 4630 | 3100 | 3500 |
| 16 | 4500 | 4700 | 3300 | 3600 |

# 5. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

## 5.1. Требования для сдачи зачета

Допуск студента к зачету осуществляется только при успешной сдаче и защите ИДЗ № 1 и ИДЗ № 2. Сдача индивидуальных работ заключается в правильном решении всех 10 задач (ИДЗ № 1) и получении статистических оценок (ИДЗ № 2). Для защиты работы студент должен ответить на один-два теоретических вопроса по каждому заданию.

Зачет проводится в письменной форме.

## 5.2. Вопросы для подготовки к зачету

1. Комбинаторика: Правило произведения (строки).
2. Сравните перестановки и размещения, их сходство и отличия?
3. Комбинаторика: Размещения с повторениями.
4. Сочетания и размещения из $N$ элементов по $M$. В чем сходство и различие?
5. Случайное событие. Проиллюстрируйте диаграммой или примером события: D = A U B, K = A \ B, L = B \ A.
6. Диаграммы Эйлера-Венна ($D = A \cap B$; $D = \bar{A}$ ).
7. Понятия “элементарные события” и “полная группа событий” эквивалентны?
8. Несовместные и независимые события, приведите примеры.
9. Частотное (статистическое) определение вероятности.
10. Классическое определение вероятности. Приведите пример.
11. Геометрическая вероятность.
12. Чему равна вероятность полной группы событий, почему?
13. Чему равна вероятность противоположного события, почему?
14. Чему равна вероятность достоверного, невозможного события?
15. Вероятность суммы событий.
16. Теорема: Вероятность произведения.
17. Формула полной вероятности.
18. Теорема Байеса.
19. Что такое гипотеза? В чем ее сходство и отличие от элементарного события?
20. Несовместные события. В какой теореме (теоремах) учитываются эти свойства?
21. Какие события описываются схемой Бернулли?
22. Чему равно наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли?

23. Биномиальное распределение, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа – область применения?
24. Закон редких событий и условия его применимости.
25. Случайные величины (СВ).
26. Закон распределения СВ.
27. Дайте определения ряда распределения, многоугольника распределения, плотности распределения СВ.
28. Интегральная функция распределения и ее свойства.
29. Плотность распределения одномерной СВ и ее свойства.
30. Вероятность попадания на интервал для дискретных и непрерывных СВ.
31. Характеристики положения одномерной СВ.
32. Начальные моменты одномерной СВ. Свойства математического ожидания.
33. Центральные моменты одномерной СВ. Дисперсия и ее свойства.
34. Равномерное распределение.
35. Показательное распределение.
36. Функция надежности.
37. Нормальное распределение.
38. Вероятность попадания на симметричный относительно математического ожидания интервал для стандартного $N(0,1)$ распределения.
39. Многомерные СВ (на примере двумерных).
40. Начальный и центральный моменты двумерной СВ?
41. Плотность распределения двумерной СВ, ее свойства?
42. Коэффициент корреляции.
43. Понятия независимости и некоррелированности СВ – эквивалентны?
44. Корреляционная матрица.
45. Неравенство Чебышева.
46. Теорема Чебышева и обобщенная теорема Чебышева (суть).
47. Теоремы Маркова и Бернулли (суть).
48. Выборочное оценивание.
49. Требование “хороших” оценок в статистике.
50. Интервальное оценивание.
51. Доверительный интервал для выборочной дисперсии.
52. Проверка статистических гипотез. Приведите пример.
53. Ошибки первого и второго рода.
54. Распределение Стьюдента. В каких случаях мы его используем?
55. Распределение “хи-квадрат”, где используется?

56.Критерий Пирсона.
57.Основы линейного корреляционного анализа.

### 5.3. Образцы билетов к зачету

**Билет № 1**

1. Комбинаторика: Правило произведения (строки). Пример.
2. Интервальное оценивание.

**Билет № 2**

1. Элементарные события. Приведите пример.
2. Проверка статистических гипотез. Приведите пример.

**Билет № 3**

1. Формула полной вероятности.
2. Требование «хороших оценок».

**Билет № 4**

1. Центральные моменты одномерной СВ. Дисперсия и ее свойства.
2. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

**Билет № 5**

1. Теорема: Вероятность произведения.
2. Критерий Пирсона.

# 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## 6.1 Литература обязательная

1. Кацман Ю.Я. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 140 с.
2. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В.А. Колемаев, В.Н. Калинина; под ред. В.А. Колемаева. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 303 с.
3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М., 1998. – 480 с.
4. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математическая статистика. – М., 1998. – 400 с.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2002. – 543 с.
6. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных: учебник.– 3-е изд. – М.:ООО "Бином-Пресс", 2007.– 512с.

## 6.2 Литература дополнительная

7. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей. – М., 1973.– 364 с.
8. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М., 1965 (1969). – 400с.
9. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.– 816 с.
10. Письменный Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2006. – 288 с.

## 6.3 Internet-ресурсы

11. Википедия.– Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki, вход свободный.
12. Раздел Statistica.– Режим доступа: http://www.exponenta.ru, вход свободный.
13. Кацман Ю.Я. Курс лекций по теории вероятностей.– Режим доступа: ftp://ftp.vt.tpu.ru/study/Katsman/public/Probability/New/, вход свободный.
14. Кацман Ю.Я. Курс лекций по математической статистике.– Режим доступа: ftp://ftp.vt.tpu.ru/study/Katsman/public/Statistica/Lectures/New/, вход свободный.
15. Пакет STATISTICA (data analysis software system), ver. 6.– Режим доступа: www.statsoft.com, вход свободный.

Учебное издание

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания и индивидуальные задания

*Составитель*

КАЦМАН Юлий Янович

Рецензент
*кандидат физико-математических наук,*
*доцент кафедры ВТ ИК*

*Ю.Б. Буркатовская*

Редактор

Компьютерная верстка *В.П. Зимин*

**Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии**
**с качеством предоставленного оригинал-макета**
Подписано к печати . Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».
Печать Xerox. Усл.печ.л. 3,89. Уч.-изд.л. 3,53.
Заказ . Тираж экз.

Национальный исследовательский Томский политехнический университет
Система менеджмента качества
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30.
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru