МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ СЕРВИСА



**ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

**Для студентов очной и заочной форм обучения**

**по всем направлениям**

**2014 г.**

**УДК 539.3**

**Сопротивление материалов**: задания и методические указания по выполнению контрольной работы для студентов очной и заочной форм обучения всех направлений:– Санкт – Петербург: СПбГЭУ,2014. – 84 с.: ил.

Методические указания содержат: общие рекомендации по выполнению и защите контрольных работ; краткие теоретические сведения по основным разделам дисциплины «Сопротивление материалов», необходимые для решения задач и успешной защиты контрольных работ; требования к оформлению и условные обозначения; примеры решения задач; варианты заданий.

Составители: к.т.н., доц. В.С. Цепелев

к.в.н., доц. В.Н. Шабаев

А.С.Панасюк

Рецензент: д.т.н., проф. Л.А. Голдобина

.

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 5](#_Toc340513953)

[1ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ЗАЩИТЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ 6](#_Toc340513954)

[1.1 Содержание заданий, выбор вариантов 6](#_Toc340513955)

[1.2 Требования к выполнению и оформлению контрольной работы 7](#_Toc340513956)

[1.3 Защита контрольной работы 8](#_Toc340513957)

[1.4 Рекомендуемая литература 10](#_Toc340513958)

[2 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1. РАСЧЕТ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ – СЖАТИИ 12](#_Toc340513959)

[2.1 ЗАДАЧА № 1.1. Расчет статически определимого составного ступенчатого бруса 12](#_Toc340513960)

[2.2 ЗАДАЧА № 1.2. Расчет грузоподъемности статически определимой шарнирно – стержневой системы 13](#_Toc340513961)

[2.3 Методические указания к решению задач №№ 1.1, 1.2 13](#_Toc340513962)

[2.4 Пример решения задачи 1.1 17](#_Toc340513963)

[2.5 Пример решения задачи 1.2 22](#_Toc340513964)

[2.6 ЗАДАЧА № 1.3 Расчет статически неопределимой шарнирно – стержневой системы 24](#_Toc340513965)

[2.7 Методические указания к решению задачи № 1.3 25](#_Toc340513966)

[2.8 Пример решения задачи 1.3 26](#_Toc340513967)

[2.9 Вопросы и задания для самоконтроля 32](#_Toc340513968)

[3 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ 36](#_Toc340513969)

[3.1 ЗАДАЧА № 2. Расчет моментов инерции плоского сечения, имеющего ось симметрии 36](#_Toc340513970)

[3.2 Методические указания к решению задачи 36](#_Toc340513971)

[3.3 Пример решения задачи 38](#_Toc340513972)

[3.4 Вопросы и задания для самоконтроля 41](#_Toc340513973)

[4 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ВАЛА КРУГЛОГО И КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЙ 43](#_Toc340513974)

[4.1 ЗАДАЧА № 3 Расчет статически определимого вала 43](#_Toc340513975)

[4.2 Методические указания к решению задачи 44](#_Toc340513976)

[4.3 Пример решения задачи 45](#_Toc340513977)

[2.9 Вопросы и задания для самоконтроля 50](#_Toc340513978)

[5 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ БАЛКИ ПРИ ПРЯМОМ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ 52](#_Toc340513979)

[5.1 ЗАДАЧА № 5 Расчет статически определимой балки 52](#_Toc340513980)

[5.2 Методические указания к решению задачи 52](#_Toc340513981)

[5.3 Пример решения задачи 56](#_Toc340513982)

[5.4 Вопросы и задания для самоконтроля 60](#_Toc340513983)

[ПРИЛОЖЕНИЯ 64](#_Toc340513984)

[ПРИЛОЖЕНИЕ А 65](#_Toc340513985)

[Оформление титульного листа контрольной работы 65](#_Toc340513986)

[ПРИЛОЖЕНИЕ Б 66](#_Toc340513987)

[Варианты заданий для контрольной работы №1 66](#_Toc340513988)

[Б.1 Варианты задания для задачи №1.1 66](#_Toc340513989)

[Б.2 Варианты задания для задачи №1.2 67](#_Toc340513990)

[Б.3 Варианты задания для задачи №1.3 70](#_Toc340513991)

[ПРИЛОЖЕНИЕ В 72](#_Toc340513992)

[Варианты заданий для контрольной работы №2 72](#_Toc340513993)

[ПРИЛОЖЕНИЕ Г 73](#_Toc340513994)

[Варианты заданий для контрольной работы №3 73](#_Toc340513995)

[ПРИЛОЖЕНИЕ Д 75](#_Toc340513996)

[Варианты заданий для контрольной работы №4 75](#_Toc340513997)

[ПРИЛОЖЕНИЕ С 78](#_Toc340513998)

[Справочные данные для всех задач 78](#_Toc340513999)

[С1 Механические свойства материалов 78](#_Toc340514000)

[С2 Рекомендации по выбору запасов прочности 78](#_Toc340514001)

[С3 Геометрические характеристики простейших сечений 79](#_Toc340514002)

[Приложение С4. Нормальные линейные размеры по ГОСТ 80](#_Toc340514003)

[Приложение С5. Двутавры стальные горячекатаные 81](#_Toc340514004)

# ВВЕДЕНИЕ

Целью освоения учебной дисциплины «Сопротивление материалов» является базовая инженерная подготовка и развитие инженерного мышления будущих бакалавров, направленные на решение организационных, научных, технических задач при проектировании, производстве и эксплуатации транспортно-технологических машин и оборудования.

Основными задачами изучения дисциплины являются:

* формирование у студентов в тесной связи с другими дисциплинами основы инженерных знаний и привитие им навыков технического мышления;
* общеинженерная подготовка студентов к практической работе по проведению расчетов при эксплуатации технологических машин и оборудования;
* получение студентами теоретических знаний и практических навыков по основным вопросам в области общеинженерных расчетов на прочность, жесткость, устойчивость;
* приобретение студентами навыков экспериментального исследования механических характеристик материалов и прочностных характеристик конструкций.

Общеинженерная подготовка студентов необходима для изучения последующих дисциплин и обеспечивает в будущем их квалифицированное участие в многогранной деятельности инженера по выбранной специальности.

В результате изучения дисциплины у студентов формируются общекультурные и профессиональные компетенции.

Процесс изучения дисциплины «Сопротивление материалов» состоит из следующих этапов:

1. Посещение и проработка установочных и обзорных лекций;
2. Посещение и проработка практических занятий;
3. Самостоятельная работа над учебными пособиями и учебниками;
4. Выполнение контрольных работ;
5. Прохождение лабораторного практикума;
6. Защита лабораторных работ;
7. Сдача экзамена (зачета).

Важнейшей составной частью изучения дисциплины является формирование навыков решения практических задач, связанных с анализом и оценкой прочностных характеристик элементов конструкций. Эффективное приобретение этих навыков возможно лишь при самостоятельном решении большого числа задач. Это особенно существенно при заочном образовании.

Контрольные работы призваны закрепить усвоение теоретической части дисциплины. Решение задач по контрольным заданиям является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии преподавателя призваны помочь в доработке и правильном освоении различных разделов дисциплины.

Методические указания содержат задания и подробные рекомендации для самостоятельного выполнения контрольных работ по основным разделам дисциплины «Сопротивление материалов», включая простейшие виды деформаций (растяжение-сжатие, кручение, прямой плоский изгиб), геометрию масс плоских сечений.

Для качественной подготовки к выполнению и защиты контрольных работ в данном пособии студентам предлагаются контрольные вопросы и тестовые задания.

# ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ЗАЩИТЕ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

## Содержание заданий, выбор вариантов

Методические указания содержат подробные рекомендации для самостоятельного выполнения контрольных работ по основным разделам дисциплины «Сопротивление материалов».

Каждая контрольная работа включает решение задач по основным темам раздела.

Каждая задача представляется расчетной схемой и таблицей исходных данных.

***Шифр варианта контрольного задания назначается преподавателем на установочном занятии и состоит из двух цифр.***

***Если в условиях задачи нет дополнительных указаний, то расчетная схема выбирается по последней цифре шифра, числовые данные – по первой.***

***Внимание!*** Студенту очной формы обучения вариант задания выдается преподавателем при личном общении. Если задание не получено до начала зачетной недели, то оно выдается только с представлением объяснительной записки по специальному разрешению деканата.

## 1.2 Требования к выполнению и оформлению контрольной работы

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо:

1. Понять содержание задач и поставленные вопросы;
2. Ознакомиться с указаниями к выполнению задания;
3. Изучить теоретический материал по темам задания;
4. Ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе;
5. Ознакомиться со справочными материалами, приведенными в приложениях к методическим указаниям.

Решенные задачи оформляются на машинописных листах формата А4 в соответствии с требованиями стандарта по оформлению текстовых документов (ГОСТ 7.32- 91).

Примеры оформления титульного листа и содержания приведены в приложении А. Примеры решения и оформления задач рассмотрены в основном тексте методических указаний.

Расчетные схемы к задачам должны быть выполнены наглядно и аккуратно с соблюдением необходимого масштаба. На расчетных схемах необходимо показать все векторные величины и линейные размеры конструкции; на схемах должны быть нанесены (если этого требует решение задачи) координатные оси.

Ход решения задач следует сопровождать пояснениями (на основании каких теорем, свойств, положений или формул выполняется то или иное действие), подробно демонстрировать весь ход расчетов.

Формулы и уравнения необходимо нумеровать в пределах одной задачи. Записи вести только на лицевой стороне листа. При оформлении задач следует использовать общепринятые условные обозначения (см. таблица 1.1).

Ход расчетов следует оформлять по следующей форме:

***вычисляемая величина — формула — буквенная подстановка — числовая подстановка — результат с указанием размерности***.

Для получения правильного результата при расчетах необходимо ***согласовывать размерности*** величин, входящих в вычислительные формулы.

Расчёты следует проводить с соблюдением правил приближенных вычислений с заданной точностью. Результаты вычислений рекомендуется заносить в таблицу ответов.

## 1.3 Защита контрольной работы

Выполненная и исправленная студентом после проверки работа подлежит «защите». *Во время «защиты» контрольной работы студент должен:*

- показать знание теоретического материала по разделам, относящимся к заданиям;

- объяснить и обосновать представленное решение задачи;

- уметь решать задачи и тесты по темам контрольной работы.

***Контрольные работы, представленные без соблюдения указанных выше правил оформления, а также работы, выполненные не по своему варианту, к защите не допускаются.***

Таблица1.1 - Основные условные обозначения

| **Обозначение** | **Наименованиеи единицы измерения** |
| --- | --- |
| *Нагрузки* | |
| *F* | сосредоточенная сила, Н; |
| *m* | сосредоточенная пара сил (момент), Н⋅м |
| *q* | интенсивность распределенной по длине стержня нагрузки, Н/м**.** |

Продолжение таблицы 1.1

| **Обозначение** | **Наименованиеи единицы измерения** |
| --- | --- |
| *Обозначения осей* | |
| *X* | продольная ось бруса, |
| *Y, Z* | главные центральные оси инерции поперечного сечения |
| *Геометрические характеристики сечений* | |
| *A* | площадь поперечного сечения, мм2; |
| *Sy, Sz* | cтатические моменты относительно осей , мм3; |
| *Iy, Iz* | осевые моменты инерции относительно осей Y, Z, мм4; |
| *Ip* | полярный момент инерции, мм4. |
| *Wy, Wz* | моменты сопротивления изгибу, мм3 |
| *Внутренние силы* | |
| *N* | продольная сила, Н |
| *Q, (Qy,Qz)* | поперечнач сила (относительно осей Y, Z), Н |
| *M (My, Mz)* | изгибающий момент (относительно осей Y, Z), Н м |
| *Напряжения, МПа=Н/мм2* | |
| *σ* | нормальное |
| *τ* | касательное |
| *Деформации и перемещения* | |
| *ε* | относительная продольная |
| *γ* | относительная касательная |
| *Δl* | абсолютная продольная (удлинение), мм |
| *Δφ* | абсолютная угловая, рад |
| *θ* | относительный угол закручивания, рад/м |

Продолжение таблицы 1.1

| **Обозначение** | **Наименованиеи единицы измерения** |
| --- | --- |
| *δ* | упругое продольное перемещение.мм |
| *φ* | упругое угловое перемещение, рад |
| Характеристики материала | |
| *Е* | модуль нормальной упругости ( Юнга), МПа |
| *G* | модуль сдвига, МПа |
| *σТ, (σ0,2)* | предел текучести материала, МПа |
| *σВ* | временное сопротивление (предел прочности), МПа |
| *α* | коэффициент линейного температурного расширения, 1/оС |
| *[σ], [τ]* | допускаемые напряжения, МПа |

## 1.4 Рекомендуемая литература

**Основная**

1. Ахметзянов, М. Х. Сопротивление материалов : учеб. / М. Х. Ахметзянов, И. Б. Лазарев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. :Юрайт, 2011.
2. Кривошапко, С. Н. Сопротивление материалов: лекции, семинары, расчетно-графические работы : учеб. / С. Н. Кривошапко. – М. :Юрайт, 2013.

**Дополнительная**

1. Бородин, Н. А. Сопротивление материалов : учеб.пособие / Н. А. Бородин. – М. : Дрофа, 2010.
2. Буланов, Э. А. Решение задач по сопротивлению материалов / Э. А. Буланов. – М. : Бином. Лаборатория знаний, 2010.
3. Мовнин, М. С. Основы технической механики : учеб. / М. С. Мовнин, А. Б. Израелит, А. Г. Рубашкин. – 5-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Политехника, 2011.
4. Сопротивление материалов : контр.задания и метод. указ. / авт.-сост.: В. С. Цепелев, В. В. Завгородний, В. И. Полянский. - СПб. : СПбГУСЭ, 2008.

**Интернет-ресурсы:**

1. MYsopromat.ru: Сопротивление Материалов и науки о прочности [Электронный ресурс]. - Режим доступа: www. URL: <http://mysopromat.ru/>.
2. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]. - Режим доступа: www. URL: http://www.soprotmat.ru/.

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

# РАСЧЕТ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ – СЖАТИИ

## 2.1 ЗАДАЧА № 1.1. Расчет статически определимого составного ступенчатого бруса

**Дано:**Составной ступенчатый брус, нагруженный силами, направленными вдоль его оси. Заданы длины участков *a*, *b*, *c* , материалы и соотношение площадей поперечных сечений ступеней.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в приложении Б1.

**Требуется:**

1. составить в масштабе индивидуальную расчетную схему задачи (заданные отрицательные нагрузки направить в сторону противоположную заданной на рисунке2.1);
2. построить эпюру продольных сил;
3. определить допускаемые напряжения;
4. определить по условию прочности базовую площадь поперечного сечения ;
5. построить эпюры напряжений  и продольных перемещений 

Рисунок 2.1 -Варианты схем к задаче №1.1

## 2.2 ЗАДАЧА № 1.2. Расчет грузоподъемности статически определимой шарнирно -стержневой системы

**Дано:**Стержневая система, состоящая из абсолютно жестких (заштрихованных) балок, шарнирных опор и упругих стальных стержней одинакового поперечного сечения площадью *A*.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в приложении Б2.

**Требуется:**

1. составить в масштабе индивидуальную расчетную схему задачи;
2. определить усилия, возникающие в упругих стержнях, выразив их через неизвестную нагрузку *F*;
3. определить допускаемую нагрузку *[F]* по условию прочности, приняв *[σ] =160* МПа, модуль нормальной упругости *E=2·105*МПа;
4. определить напряжения в стержнях при значении *F=0,8[F]*;
5. определить перемещение точки приложения силы *F*при значении *F=0,8[F]*.

## 2.3 Методические указания к решению задач №№ 1.1, 1.2

При растяжении (сжатии) в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы, направленные вдоль его оси, все остальные внутренние усилия равны нулю.

***1. Определение продольной силы.***

Продольная или нормальная сила *N* считается положительной при растяжении и отрицательной при сжатии. Ее величина может быть найдена с помощью метода сечений (РОЗУ), как алгебраическая сумма проекций на ось бруса всех внешних сил, приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения:

,

где *Fi*– сосредоточенные силы; *qx* – распределенная нагрузка по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Эпюра продольной силы N представляет собой график ее изменения вдоль геометрической оси стержня.

***2. Определение нормальных напряжений.***

Действующая в поперечном сечении продольная сила *N* равномерно распределяется по всему сечению и, как следствие этого, нормальные напряжения *σ* также равномерно распределяются по всему сечению.

Их величина определяется по формуле: ,

где *Ni* - продольная сила вi-ом поперечном сечении;*Аi* - его площадь.

В системе СИ сила выражается в ньютонах (Н), площадь поперечного сече­ния - в мм2, нормальное напряжение - в МПа (1МПа = 1Н/мм2).

Эпюра σ строится аналогично эпюре *N*, но в своем масштабе.

***3. Определение перемещений в стержневых и шарнирно- стержневых системах.***

Линейные упругие перемещения в системах растяжения (сжатия) возникают в результате удлинения (или укорочения) стержней, определяемого по формулам, вытекающим из физического закона Гука:



где *l* - длина бруса; *E* - коэффициент пропорциональности (модуль упругости первого рода, или модуль Юнга). Модуль Юнга - это физическая характеристика материала, измеряемая в МПа.

Для бруса с несколькими *расчетными участками* (т.е. в пределах которых *N, E, А* постоянны) удлинение подсчитывается как алгебраическая сумма их удлинений:

 .

В шарнирно – стержневых системах перемещения шарниров определяется **методом засечек** (рисунок 2.2). Суть метода состоит в следующем:

а) мысленно разъединяют стержни и отмечают на схеме удлинения или укорочения стержней;

б) стержни вращают вокруг точек подвеса до встречи, из-за малости упругих перемещений вращение осуществляется не по дуге, а по касательной, т.е. по перпендикулярно радиусу вращения.

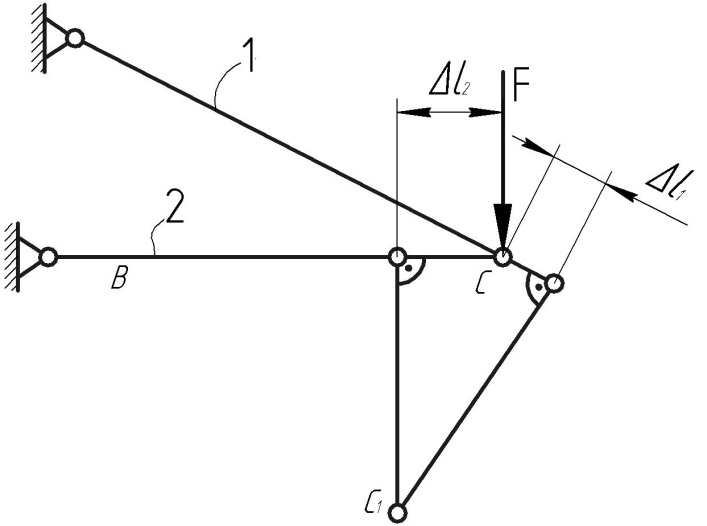


Рисунок 2.2- Метод засечек

В сложных статистически определимых и во всех статистически неопределимых системах используется **обратный метод засечек** (рисунок 2.3):

а) задаются конечным положением жесткого элемента или положением шарнира после деформации;

б) из этого положения восстанавливают перпендикуляры на продолжение деформируемых стержней, отсекающих их удлинение или укорочение.

По результатам построений в прямом и обратном методе засечек ищут геометрическую связь между положениями шарниров и абсолютной деформацией стержней.

***4. Использование условия прочности.***

Соотношение σmax≤ [σ], называется ***условием прочности по допускаемым напряжениям***. Здесь[σ]- допускаемое напряжение материала бруса.

Допускаемое напряжение[*σ*]либо задается заранее, либо находится по формуле:

 ,

гдеσ*op*=σт - предел текучести для пластичных материалов;σ*op*=σт- временное сопротивление (предел прочности) для хрупких материалов;*nσ* - запас прочности материала, величина которого имеет статистический характер и связана с конструктивными особенностями, условиями эксплуатации и риском разрушения конкретного изделия.

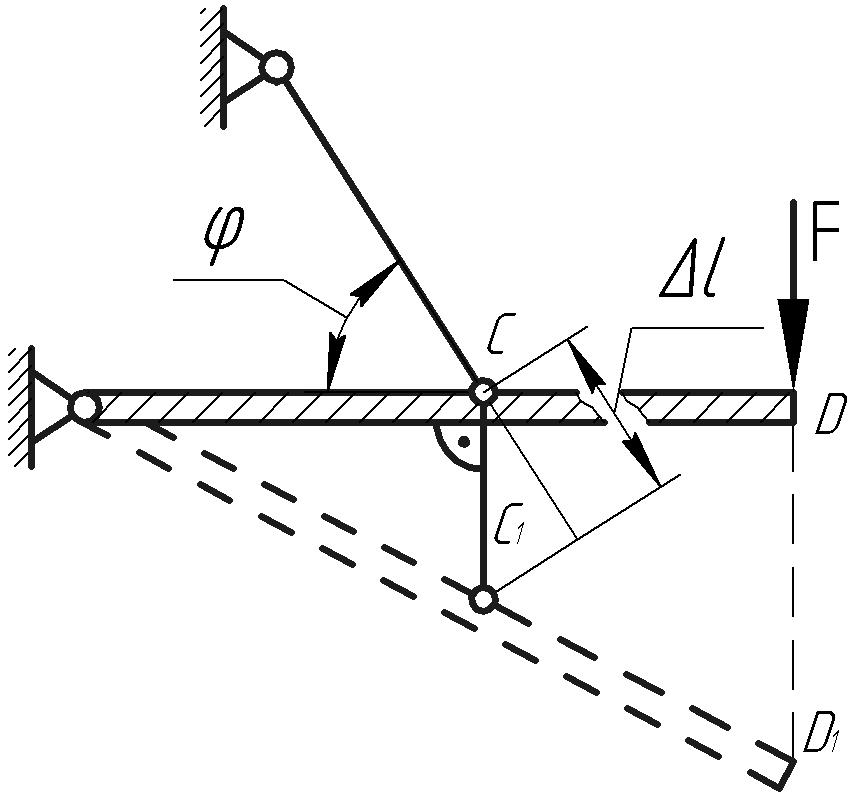
**

Рисунок 2.3.- Обратный метод засечек

С помощью условия прочности можно решать три основных задачи сопротивления материалов.

1) Подобрать сечение растянутого (сжатого) бруса, при котором его прочность будет обеспечена.

Необходимая площадь поперечного сечения растянутого (сжатого) бруса определяется в виде: 

Зная форму сечения и его площадь, можно определить линейные размеры сечения или по сортаменту подобрать требуемый стандартный профиль: уголок, швеллер, двутавр и т.п.

2) Определить допускаемую нагрузку, если известны прочностные свойства материала и площадь поперечного сечения бруса:

.

Это соотношение позволяет вычислить наибольшее значение продольной силы N, действующей в опасном сечении и, следовательно, величину допускаемых внешних нагрузок, приложенных к брусу.

3) Провести поверочный расчет прочности бруса.

При поверочном расчете нагрузки, размеры и материал, из которого изготовлен брус, считаются известными. Вычисляется наибольшее нормальное напряжение в опасном поперечном сечении и сравнивается с допускаемым напряжением:

*.*

Если данное условие выполняется, то прочность бруса обеспечена.

## 2.4 Пример решения задачи 1.1

На составной ступенчатый брус, схема которого представлена на рисунке 2.4, действует система сил.

Ступени бруса изготовлены из различных материалов: Ма1 – бронза, Ма2 –сталь, Ма3 – чугун.

******

Рисунок 2.4- Схема ступенчатого бруса

***Требуется:***

* построить эпюры продольных сил,
* подобрать поперечные сечения всех участков бруса,
* определить нормальные напряжения и осевые перемещения.

***Решение:***

***Определение продольной силы***

Разобьём брус на участки. Границы участков определяются сечениями, где изменяются поперечные размеры, материал, приложенные внешние нагрузки (рисунок 2.4).

Для определения продольных сил воспользуемся методом сечений (РОЗУ). Мысленно рассечём брус в пределах участка 1 и отбросим левую часть бруса. Для уравновешивания силы F1 необходимо, чтобы равнодействующая внутренних сил (продольная сила *NI*) равнялась этой внешней силе (рисунок 2.5):

 .

Аналогично рассечём брус в пределах участка II и отбросим левую часть бруса. Чтобы уравновесить внешние силы *F1* и *F2*, равнодействующая внутренних сил (продольная сила*NII*) должна равняться алгебраической сумме внешних сил *F1,F2*:

.

Аналогично, для остальных участков получим:

на участке III

на участке IV;

на участке V ;

на участке VI

.

Продольные силы на IV,V и VI участках можно также определить, мысленно отбросив правую часть бруса и рассмотреть равновесие его левой части. Для этого необходимо определить реакцию в заделке.

Согласно знакам продольных сил брус на участках I,IV,V,VI будет растягиваться, а на участках II, III сжиматься.

В соответствии с полученными результатами строим эпюру продольных сил (эпюра N, рисунок 2.5).

***Определение допускаемых напряжений для материала***

Для решения проектной задачи по методу допускаемых напряжений необходимо их определить.

Механические характеристики материала определяются по таблице приложения С1, а коэффициенты запаса прочности материала по рекомендациям приложения С2.

Для материала Ма1 – бронза имеем:

модуль Юнга - *Е1=* 105МПа; предел текучести *σТ=*150 МПа; коэффициент запаса прочности *nσ=*1,5.

Для материала Ма2 –сталь имеем:

модуль Юнга – *Е2=* 2·105МПа; предел текучести *σТ=*240 МПа; коэффициент запаса прочности *nσ=*1,5.

Для материала Ма3 – чугун имеем:

модуль Юнга – *Е3=* 1,2·105МПа; предела текучести нет (т.к. материал – хрупкий), выбираем временное сопротивление при растяжении *σВ=*180МПа (т.к. участок имеет положительное значение продольной силы – растягивается); коэффициент запаса прочности *nσ=*3.

В результате, определяем [*σ*]1=100МПа, [*σ*]2=160МПа, [*σ*]3=60МПа.

***Определение поперечных размеров***

Требуемая площадь поперечного сечения i-ой ступени определяется по формуле



Учитывая заданные конструктивные ограничения по соотношению площадей ступеней, базовая площадь бруса *А* определяется в виде



Требуемая по условию прочности базовая площадь поперечного сечения бруса в пределах I и II участков (первой ступени с материалом Ма1) рассчитывается исходя из наибольшей по абсолютной величине продольной силы *Ni=NII*

мм2.

Аналогично, исходя из наибольшей по абсолютной величине продольной силы *Ni=NIV=60кН* в пределах III и IV участков второй ступени с материалом Ма2, имеем

 мм2.

Исходя из наибольшей по абсолютной величине продольной силы *Ni=NVI=100кН* в пределах V и VI участков третьей ступени с материалом Ма3, для последней ступени бруса имеем

 мм2.

Чтобы обеспечить прочность бруса при одновременном выполнении конструктивных ограничений по соотношению площадей ступеней, базовая площадь бруса *А* должна удовлетворять условию

мм2.

Для дальнейших расчетов принимаем за базовую площадь бруса *А*=835мм2.

***Вычисление нормальных напряжений по участкам бруса в МПа***



В соответствии с полученными значениями напряжений строим эпюру нормальных напряжений (эпюра σ, рисунок 2.5).

***Определение упругих перемещений бруса***

Для определения упругих перемещений должно быть известно перемещение хотя бы одного из сечений бруса.

В сечении заделки (L) перемещение δL=0. Абсолютное удлинение участка VI (KL) определяется по закону Гука

м.

Тогда перемещение сечения в (·) К

мм.

Абсолютное удлинение участка V (LG) определяется в виде:

м,

а перемещение сечения в (·) G

мм.

Аналогично, нарастающим итогом определяются удлинения и упругие перемещения остальных участков:

м;

мм;

м;

мм;

м;

мм;

м;

мм.

Полное абсолютное удлинение бруса равно 1,18 мм.

В соответствии с полученными значениями упругих перемещений строим их эпюру (эпюра δ, рисунок 2.5).



Рисунок 2.5 – Эпюры продольной силы N,напряжений σ и перемещений δ.

## 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | F1 | F2 | F3 | F4 | F5 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 0,5 | 50 | 60 | 70 | 70 | 20 |
| 2 | 2 | 1 | 4 | 1 | 3 | 2 | 40 | 70 | 60 | 60 | 30 |
| 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 1 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 |
| 5 | 3 | 2 | 1 | 4 | 1 | 2 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 |
| 6 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 2 | 20 | 23 | 45 | 35 | 30 |
| 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| 8 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 40 | 20 | 30 | 30 | 50 |
| 9 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 25 | 45 | 30 | 35 | 50 |
| 10 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 30 | 40 | 40 | 50 | 25 |
| 11 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 35 | 45 | 45 | 55 | 30 |
| 12 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 30 | 40 | 50 | 40 | 30 |
| 13 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 5 | 20 | 30 | 40 | 40 | 20 |
| 14 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 25 | 35 | 45 | 55 | 40 |
| 15 | 4 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10 |
| 16 | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 |
| 17 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 70 | 60 | 50 | 30 | 30 |
| 18 | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 | 3 | 60 | 50 | 20 | 30 | 20 |
| 19 | 4 | 3 | 2 | 2 | 1 | 4 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
| 20 | 5 | 6 | 4 | 3 | 3 | 2 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 |

## 2.5 Пример решения задачи 1.2

***Дано:*** стержневая система, состоящая из абсолютно жесткой(заштрихованной) балки, удерживаемой тремя упругими стальными стержнями (рисунок 2.6а) одинакового поперечного сечения*А1=А2=А3=А*=*200мм2*;

допускаемое напряжение *[σ]=160*МПа; модуль нормальной упругости *E=2·105*МПа;

*a=b=1*м;

длина упругих стержней *l1=l2=2* м.

***Определить:***

1. усилия, возникающие в упругих стержнях, выразив их через неизвестную нагрузку *F*;
2. допускаемую нагрузку *[F]* по условию прочности, приняв *[σ] =160 МПа*;
3. напряжения в стержнях при значении *F=0,8[F]*;
4. определить вертикальное перемещение точки С.

***Решение:***

Предполагаем, что от внешней нагрузки все упругие стержни испытывают растяжение. Разрезаем стержни в узлах крепления, заменяя их по методу сечений продольными силами (Рисунок).

Усилия в стержнях определятся из условий равновесия нижней отсеченной части системы:











Проверка: сумма проекций всех сил на ось Y должна быть равна нулю:

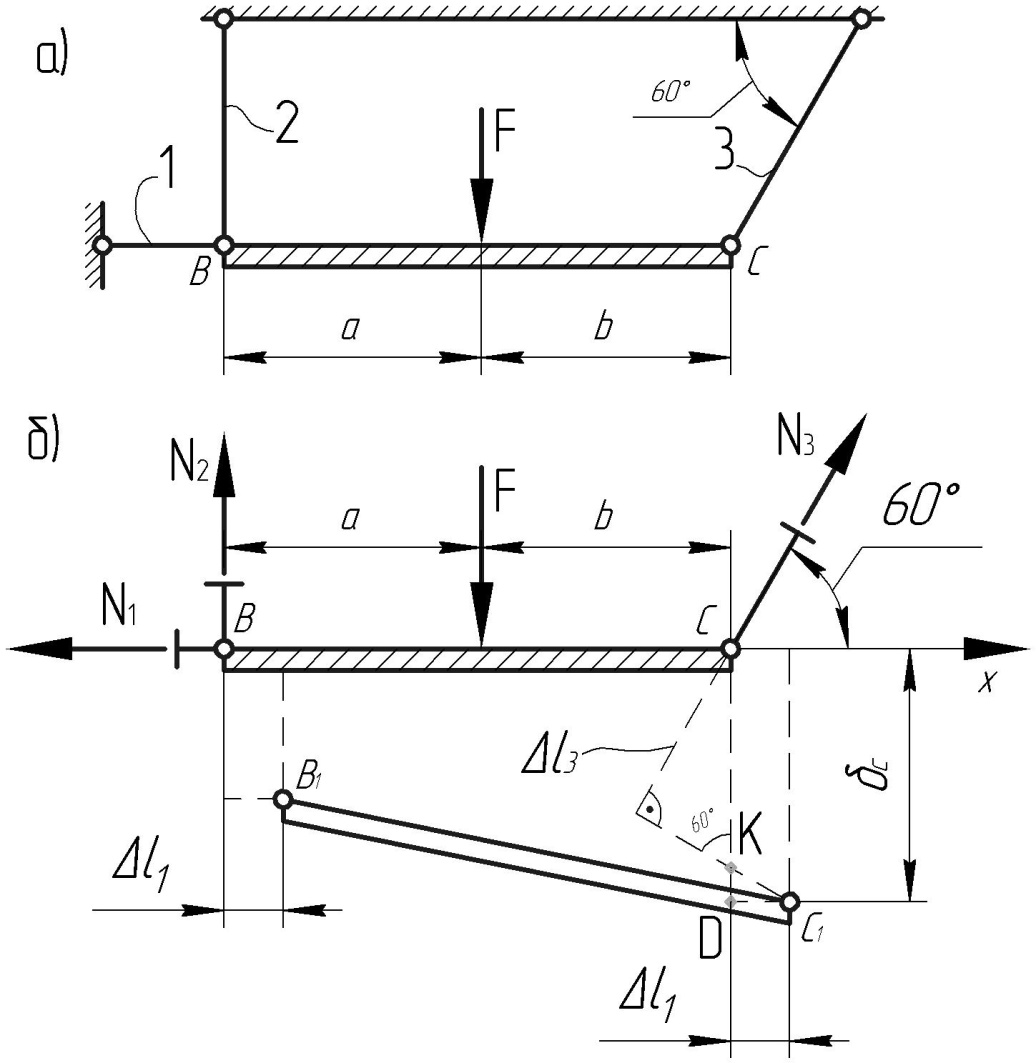


Вычислим напряжения, возникающие в каждом стержне:









а) расчетная схема; б) деформированная схема стержневой системы

Рисунок 2.6 – Расчетные схемы

Наиболее напряженным оказался третий стержень. По условию прочности



откуда, кН. Принимаем *[F]=55кН.*

Вычислим напряжения, возникающие в каждом стержне при *F=0,8[F]=44кН*:

*σ1=63,4 МПа, σ2=110 МПа,*

*σ3=127,2 МПа.*

Для определения вертикального перемещения точки *С* вычислим удлинения стержней (рисунок 2.6б):



м;

м;

м.

Из геометрии деформированного состояния системы (рисунок 2.4б), имеем:



м

или мм.

## 2.6 ЗАДАЧА № 1.3Расчет статически неопределимой шарнирно – стержневой системы

**Дано:**Статически неопределимая шарнирно - стержневая система, нагруженная сосредоточенной силой *F* и состоящая из невесомой, абсолютно жесткой балки АВ, которая опирается на шарнирно-неподвижную опору и поддерживается двумя стальными стержнями.

Соотношение площадей поперечных сечений стержней заданы.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в Приложении Б3.

**Требуется:**

1. составить в масштабе индивидуальную расчетную схему задачи;
2. определить степень статической неопределимости;
3. раскрыть статическую неопределимость – определить продольные силы натяжения стержней;
4. подобрать размеры сечений стержней в форме квадрата;
5. определить напряжения в стержнях:

* от действия силы F;
* при нагреве заданного i-го стержня;
* при сборке системы в результате неточности изготовления длины заданного i-го стержня.

## 2.7 Методические указания к решению задачи № 1.3

В задаче № 1.3 рассматривается статически неопределимая конструкция, стержневые элементы которой работают на растяжение или сжатие и число неизвестных сил, приложенных к абсолютно жесткому брусу, превышает возможное число уравнений статики. Разность между числом неизвестных усилий и числом возможных уравнений статики определяет степень статической неопределимости системы:

,

где *nH* – число неизвестных сил; *ny*–число уравнений статического равновесия.

Уравнения, недостающие для определения усилий в стержнях, можно получить, рассматривая возможную деформацию системы. Условие, выражающее зависимость между деформациями отдельных элементов системы (конструкции), называется условием совместности деформаций. Оно получается из геометрических соотно­шений между дефор­мациями элементов конструкции. Используемые при решении задачи расчетные формулы приведены в методических указаниях к решению задач № 1.1 и 1.2 (см. раздел 2.3) .

Статически неопределимые конструкции рассчитывают, рассматривая совместно уравнения статической, геометрической и физической сторон задачи. При этом придерживаются следующего порядка:

1. Статическая сторона задачи. Составляются уравнения равновесия отсеченных элементов конструкции, содержащие неизвестные усилия. Определяется степень статической неопределимости.

2. Геометрическая сторона задачи. Рассматривая систему в деформированном состоянии, устанавливаются чисто геометрические связи между деформациями и перемещениями отдельных элементов конструкции и составляются уравнения совместности деформаций (уравнения совместности перемещений). Для получения этих уравнений используются прямой и обратный методы засечек (см. раздел 2.3).

3. Физическая сторона задачи. На основании закона Гука выражаются перемещения или деформации элементов конструкции через действующие в них неизвестные (пока) усилия.

4. Математическая сторона задачи (синтез). Решая совместно статические, геометрические и физические уравнения, находят неизвестные усилия.

Для определения температурных напряжений и монтажных усилий указанная схема расчета сохраняется. В этих случаях условия статики составляют только для усилий стержней.

Величины изменений длин нагретых или охлажденных элементов определяют алгебраическим суммированием приращений длин от усилий и изменения температуры:



Абсолютное удлинение стержня от продольной силы определяется законом Гука

.

Абсолютное удлинение стержня от изменения температуры Δt определяется зависимостью вида:

,

где *αi* - коэффициент температурного расширения.

## 2.8 Пример решения задачи 1.3

***Дано:*** расчетная схема шарнирно - стержневой системы, представленная на рисунке 2.7.

*F*=100 кН, *а* = 1,2 м, *b* = 0,8 м; материал – сталь: модуль упругости *Е* = 2⋅105 МПа, допускаемое напряжение [σ]= 100 МПа, коэффициент температурного расширения *α* = 12,5⋅10-61/градус.

***Требуется*** определить:

1. размеры квадратного поперечного сечения стержней при действии силы *F,* при условии, что поперечное сечение одного из стержней в два раза больше, чем другого;
2. напряжения в стержнях:

* от действия силы F;
* от неточности монтажа, если считать, что один из стержней выполнен короче на величину *Δ*= 0,2 мм;
* от изменения температуры на Δt= 20°С.

***Решение:***

*А. Определение необходимой по условию прочности площади поперечного сечения стержней и фактических напряжений при действии силы F*

1) Степень статической неопределимости.

Освободим жесткую балку AD от внешних связей, заменив их неизвестными реакциями в шарнире A и продольными усилиями стержней N1иN2 (рисунок 2.7).



Рисунок 2.7 – Шарнирно – стержневая

,

где *nH =*4 – число неизвестных сил; *ny*=3 –число уравнений статического равновесия.

Система один раз статически неопределима.

2) Раскрытие статической неопределимости – определение продольных сил в упругих стержнях.

Статическая сторона задачи.

Составляем уравнения статического равновесия, т.к. реакции определять ненужно, то остается одно уравнение:



или  (1)

Геометрическая сторона задачи.

Составляем деформированную схему системы и сопоставляя ее с исходной имеем (рисунок 2.8):



а) исходная и деформированная схемы системы; б) деформация стержня I

Рисунок 2.8





 (2)

Физическая сторона задачи.

Согласно закону Гука можно записать

(3)

Синтез решения.

Подставляя выражение физической стороны задачи (3) в выражение из геометрической стороны задачи (2) и преобразуя, имеем:

 (4)

Составляем систему уравнений из полученного выражения (4) и уравнения моментов из статической стороны задачи (1)

.

Решая эту систему с известными исходными данными, получаем:

кН; кН.

3) Определение площадей поперечного сечения стержней

Определим, какой из стержней нагружен сильнее. По закону Гука



Второй стержень является более нагруженным, так как σ1<σ2, поэтому определим площадь поперечного сечения по условию прочности для стержня 2



или

мм2.

Сторона квадрата сечения мм.

Подбираем размер по ГОСТ6636-69 (приложение С4) *d=*26мм. Тогда A= 676мм2.

4) Определение фактических напряжений в стержнях от внешних сил

МПа;

МПа.

Первый стержень работает на сжатие, а второй – на растяжение.

*В. Определение фактических напряжений от неточности монтажа*

Будем считать, что короткий стержень выполнен короче на величину Δ= 0,2 мм, сила - *F*отсутствует (см.рисунок 2.9).

Статическая сторона задачи.

Составляем уравнения статического равновесия, т.к. реакции определять ненужно, то остается одно уравнение:



или  (5)

Геометрическая сторона задачи





 (6)



Рисунок 2.9

Физическая сторона задачи

 (7)

Синтез

 (8)

Составляем систему уравнений из полученного выражения (8) и уравнения моментов из статической стороны задачи (5)

.

Решая эту систему с известными исходными данными, получаем:

кН; кН

Определение фактических напряжений в стержнях от монтажных неточностей

МПа;

МПа.

Оба стержня работают на растяжение.

*С. Определение фактических напряжений от изменения температуры*

Будем считать, что температура системы повышается. Тогда оба стержня будут удлиняться от повышения температуры. При удлинении стержней, они будут воздействовать друг на друга через недеформируемый стержень АС. Вследствие этого, в обоих стержнях будут возникать дополнительные силы сжатия (рисунок 2.10).



Рисунок 2.10

Статическая сторона задачи.

Составляем уравнения статического равновесия, т.к. реакции определять ненужно, то остается одно уравнение:



или  (9)

Геометрическая сторона задачи





 (10)

Физическая сторона задачи.

Согласно закону Гука можно записать

 (11)

Синтез



 (12)

Составляем систему уравнений из полученного выражения (12) и уравнения моментов из статической стороны задачи (9)

.

Решая эту систему с известными исходными данными, получаем:

кН; кН

Определение фактических напряжений в стержнях от нагрева

МПа;

МПа.

Оба стержня работают на сжатие.

## 2.9 Вопросы и задания для самоконтроля

1. Что такое продольная (нормальная) сила?
2. Как определяются нормальные напряжения в стержне?
3. Cущность метода сечений.
4. Виды деформаций и какими силовыми факторами они вызываются?
5. Как формулируется и записывается закон Гука для участка стержня при растяжении (сжатии)?
6. Что называется прочностью, жесткостью и устойчивостью конструкции?
7. Какие основные задачи решаются на основе условия прочности?

Варианты тестовых заданий

| 2.1 | Восстановить внешнюю силу F2 по заданной эпюре продольной силы | 2.2 | Восстановить внешнюю силу F3 по заданной эпюре продольной силы |
| --- | --- | --- | --- |
| 2.3 | На диаграмме деформирования укажите упругую составляющую деформации | 2.4 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью *А* определить соотношение между силами *F2* и *F1* , если задана эпюра перемещений. Модуль Юнга материала – *Е*. |
| 2.5 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью А определить sмахпо абсолютному значению | 2.6 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью А определить продольное перемещение сечения I. Модуль Юнга материала – Е |
| 2.7 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью А определить полное продольное перемещение. Модуль Юнга материала – Е. | 2.8 | На условной диаграмме деформирования укажите предел текучести материала |
| 2.9 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью *А* определить силу *F1* , необходимую для выбора монтажного зазора δ. Модуль Юнга материала (*Е)* задан. | 2.10 | Для заданного стержня постоянного сечения площадью *А* определить соотношение между силами *F* и *F1*, если полное продольное перемещение *Δl=0* и *Е∙ А=const* . *Е* - модуль Юнга материала. |

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

## 3.1 ЗАДАЧА № 2. Расчет моментов инерции плоского сечения, имеющего ось симметрии

**Дано:**Форма и размеры плоского сечения.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в Приложении В.

**Требуется:**

1. начертить в масштабе заданное сечение;
2. определить положение центра тяжести;
3. определить моменты инерции сечения относительно главных центральных осей;
4. радиус инерции сечения в главной центральной системе координат.

## 3.2 Методические указания к решению задачи

При расчете на изгиб, кручение и другие виды более сложного нагружения для оценки прочности и жесткости бруса недостаточно знать только площадь его поперечного сечения, требуется определять другие геометрические характеристики сечения: статический момент площади, осевые, центробежный и полярный моменты инерции.

Рассмотрим произвольную плоскую фигуру площадью *A*, отнесенную к системе координат zoy (Рисунок 3.1).

Обозначим: *dA* - площадь элементарной площадки; y, z - расстояние ее центра тяжести до осей координат.

Выражения вида



называются статическими моментами площади относительно осей y и z соответственно.

Зная величины статических моментов площади фигуры, можно вычислить координаты ее центра тяжести. Если заданное сечение можно разбить на части, для которых известны положения их центровтяжести и величины площадей, координаты центра тяжести всей фигуры определяются по формулам



где *n* - число элементов, на которое разбивается сечение;*Ai*- площади отдельных элементов сечения;- координаты центров тяжести этих элементов в выбранной системе координат *y*, *z*.

Рисунок 3.1 – Плоская фигура

Центр тяжести лежит на оси симметрии сечения, а если таких осей несколько - в точке их пересечения.

Моментами инерции (осевыми моментами инерции) относительно осей *y* и *z*соответственно называются интегралы вида



Для простейших фигур и прокатных профилей величины моментов инерции приводятся в учебной и справочной литературе.

Выражение называется центробежным моментом инерции.

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, называются главными осями. Если хотя бы одна из выбранных координатных осей является осью симметрии, то обе эти оси будут главными. Осевые моменты инерции относительно главных центральных осей называются главными центральными моментами инерции. Они являются экстремальными по величине: один из них максимален, другой минимален.

Осевой момент инерции составного сечения вычисляется как сумма осевых моментов инерции отдельных составляющих фигур относительно одной и той же оси. При этом в таблицах сортамента прокатных профилей моменты инерции простых элементов опре­делены относительно их собственных центральных осей, которые показываются на чертежах. Центральные оси составной фигуры обычно не совпадают с табличными. Тогда для вычисления моментов инерции подобных фигур приходится использовать зависимость между моментами инерции относительно парал­лельных осей:



где - моменты инерции сечения относительно произвольных осей; - моменты инерции сечения относительно центральных осей;*A* - площадь фигуры ;*a* и *в* - расстояние между осями *y, y0* и *z, z0* соответственно.

## 3.3 Пример решения задачи

***Дано:*** плоское сечение, представленное на Рисунке 3.2*.*

***Требуется найти:***

* центр тяжести сечения;
* моменты инерции сечения относительно главных центральных осей;
* радиус инерции сечения относительно главной центральной оси ZC.

***Решение:***

Ось симметрии фигурыY(Рисунок 3.2) является главной осью инерции. Координата zC=0, т.к.центр тяжести лежит на оси симметрииY=YC.

*Определим положение центра тяжести фигуры по оси симметрии Y.*

Разобьем сложную фигуру на составляющие простые: дваравнобедренных треугольникаI , III и прямоугольник II (Рисунок 3.2). Площади выделенных фигур:

см2; см2; см2,

всей фигуры - см2.

Расчеты удобно свести в таблицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *№ фигуры* | *Ai* | *yi* | *SZi* |
| *см2* | *см* | *см3* |
| *1* | *90* | *12* | *1080* |
| *2* | *600* | *0* | *0* |
| *3* | *-36* | *-8* | *288* |
| *A=654см2* | | *SZ=1368см3* | |



Рисунок 3.2

Для определения статического момента введем вспомогательную осьZ, проходящую через центр тяжести прямоугольника II. В этом случае статический момент фигуры II равен нулю. Чтобы найти статические моменты треугольников, умножаем площадь выделенных фигур на координатыих центра тяжести в системеYZ:



Тогда см.

Откладываем эту координату и проводим через центр тяжести (точку*С*на Рисунке 3.3) главную центральную ось ZC.

*Найдем моменты инерции всей фигуры относительно главной центральной осиZC*, складывая (или вычитая) моменты инерции составляющих фигур:



Для этого определим моменты инерции каждой из фигур I, II,IIIотносительно горизонтальной оси - собственной главной центральной оси ZCi// ZC, используя табличные формулы (см. Приложение С3)



Рисунок 3.3

для равнобедренного треугольника I

см4;

для прямоугольника II

см4;

для равнобедренного треугольника III

см4;

По формулам параллельного переноса осей , где *yiС*– расстояние от центра тяжести *i-*ой фигуры *Сi* доцентра тяжести всего сечения*С*, определяем главный центральный момент инерции сечения



см4.

*Радиус инерции* относительно главной центральной оси ZCопределяется по формуле

см.

## 3.4Вопросы и задания для самоконтроля

1. Для чего необходимы геометрические характеристики плоских сечений?
2. Назовите основные геометрические характеристики поперечных сечений.
3. Что такое статический момент плоской фигуры? Какова его размерность?
4. Какими свойствами обладает статический момент?
5. Как определяется положение центра тяжести сечения?
6. Для каких сечений положение главных осей можно указать без вычислений?
7. Что такое момент сопротивления сечения?
8. Какие оси называются центральными осями?
9. Какие оси и какие моменты инерции называются главными?
10. Напишите зависимости между моментами инерции относительно параллельных осей.
11. Как изменяются моменты инерции при повороте координатных осей?
12. В какой последовательности определяется положение главных центральных осей для составных сечений?

Варианты тестовых заданий

| 3.1 | Определить положение центра тяжести сечения относительно координатных осей |  |
| --- | --- | --- |
| 3.2 | Определить статический момент сечения относительно оси Y |
| 3.3 | Определить статический момент сечения относительно оси Z |
| 3.4 | Определить момент инерции сечения относительно оси Y. |  |
| 3.4 | Определить момент инерции сечения относительно оси Y, если известен его момент инерции относительно центральной оси Yс - *Jyc=d4* и площадь *A*=*3d2/2*. |  |
| 3.6 | Определить положение центра тяжести сечения относительно оси Y |  |
| 3.7 | Определить ***h*** прямоугольного сечения, если известен момент сопротивления Wy=144 см3 при изгибе и соотношение h/b=2. |  |

# 4 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

# РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ ВАЛА КРУГЛОГО И КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЙ

## 4.1 ЗАДАЧА № 3 Расчет статически определимого вала

**Дано:**

**К**онсольно закрепленный стальной вал круглого поперечного сечения нагружен четырьмя крутящими моментами *М1, М2, М3, М4,* три из которых заданы.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в приложении Г.

Для всех вариантов принять модуль сдвига для стали G=8·104МПа, допускаемое касательное напряжение [τ]= 60МПа.

**Требуется:**

1) нарисовать в масштабе расчетную схему вала, изменив направление отрицательных нагрузок на противоположное, согласно индивидуальному заданию;

2) установить, при каком значении незаданного момента *МХ* угол поворота правого кон­це­вого сечения равен нулю;

3) при найденном значении МХ построить эпюру крутящих моментов;

4) определить диа­метр вала круглого сечения из условия его прочности по допускаемым напряжениям и округлить величину диаметра до бли­жай­шей большей стандартной величины по ГОСТ 6636-69\* (см. приложение С4);

5) определить диа­метр вала кольцевого сечения из условия его прочности по допускаемым напряжениям и округлить величину диаметров до бли­жай­шей стандартной величины по ГОСТ 6636-69\* (см. приложение С4);

6) сравнить полученные конструкции по массе;

7) проверить выполнение условие жесткости для вала меньшей массы при допускаемом угле закручивания;

8) построить эпюру углов закручивания.

## 

## 4.2 Методические указания к решению задачи

Брус, нагруженный парами сил, плоскости действия которых перпендикулярны его оси, испытывает деформацию кручения и называется валом. Внутренним силовым фактором в поперечном сечении бруса в этом случае является крутящий момент *MK*, величину которого определяют методом сечений.

По этому методу крутящий момент в любом сечении вала численно равен алгебраической сумме крутящих моментов, расположенных по одну сторону от этого сечения. ***Крутящий момен, считается условно положительным, если при взгляде вдоль оси бруса с левого конца мы видим его направленным по ходу часовой стрелки.***

Размеры и форма поперечного сечения вала в расчетах на кручение учитываются двумя геометрическими характеристиками: **полярным моментом инерции  и полярным моментом сопротивления .** Для круглого сечения они вычисляются по следующим формулам:





где *d* - диаметр сечения.

Крутящий момент *MK* вызывает в сечениях касательные напряжения τ, вычисляемые по формуле

 ,

где *MK* - крутящий момент в сечении бруса;

- полярный момент инерции сечения;

- расстояние от центра тяжести сечения до точки, в которой определяются напряжения.

Условие прочности записывается в виде



где - максимальная по модулю величина крутящего момента, определяемого по эпюре ;

- полярный момент сопротивления;

*[τ]* - допускаемое касательное напряжение.

Деформация при кручении характеризуется углом закручивания ϕ(рад):

,

где *l* - длина бруса;   
*G* - модуль сдвига (модуль упругости второго рода).

Угол закручивания на единице длины бруса называется относительным углом закручивания и вычисляется по формуле

, (*рад/м*).

Условие жесткости накладывает ограничение на величину относительного угла закручивания:

*,*

где [θ] - допускаемый угол закручивания в *град/м*.

Условие жесткости имеет вид

.

## 4.3 Пример решения задачи

***Дано:***к стальному валу кольцевого поперечного сечения с жесткой заделкой на одном конце приложены три внешних момента относительно продольной оси OX (рисунок 4.7).

Значения двух моментов заданы: M1=0,4кН·м, M2=2,0кН·м. Линейные размеры вала равны: а=b=c=1м. Отношение внутреннего и наружного диаметров сечения K=d/D=0,8; допускаемое касательное напряжение [τ]=40МПа; допускаемый относительный угол закручивания [θ]=0,5град/м, модуль сдвига стали G=0,8·105 МПа.

***Требуется:***

1) Установить, при каком значении момента M3 исключается поворот свободного торцевого сечения.

2) Определить величины крутящих моментов по участкам с учетом найденного значения M3и построить их эпюры.

3) Подобрать размеры кольцевого сечения по условиям прочности и жесткости вала.

***Решение:***

1. По исходным данным составляется расчетная схема вала с соблюдением масштаба (рисунок 4.2а).

2. Определяется неизвестный момент пары сил в концевом сечении.

Полагаем момент М3 положительным и известным М3=МХ.

Выделяем три расчетных участка, границами которых являются сечения, где появляется нагрузка (на рисунке участки KC, СВ и ВА). В пределах каждого участка проводится произвольное сечение.



Рисунок 4.1

*Определение неизвестного момента М3*

Рассматривая от каждого сечения правую отсеченную часть (так как там нет опоры), вычисляем величины крутящих моментов, используя **следующее рабочее правило**, вытекающее из метода сечений.

Крутящий момент в любом сечении бруса численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения относительно продольной оси бруса в месте сечения.



(пример определения MK2 представлен на рисунке 4.2, г)



Эти значения моментов по расчетным участкам представлены на рисунке 4.2, б.

Угол закручивания i-го расчетного участка при постоянных характеристиках материала, сечения и нагрузки определяется по формуле:

.

Сечение А в зоне заделки не закручивается. Перемещаясь по сечениям от зоны заделки вправо к свободному концу, имеем: 

.

После подстановки известных значений и при условии, что поворот в торцевом сечении исключен (угол поворота равен нулю) получаем:





 кН· м.

*Определение величины крутящих моментов по участкам*

Величины крутящих моментов по участкам вычисляем, используя рабочее правило метода сечений:

 кН· м,

 кН· м,

(пример определения MK2 представлен на рисунке 4.2, г)

 кН· м.

По этим значениям строим эпюры МК (см. рисунок 4.2, д).

Откуда получаем: кН· м.

*Подбор сечения по условию прочности*

Определяется требуемый полярный момент сопротивления по условию прочности:

см3.

Полярный момент сопротивления для бруса кольцевого сечения равен: 

Приравниваем  см3 .

Отсюда при заданном К = 0,8 находим D = 6,37 см.

*Подбор сечения по условию жесткости*

Из условия жесткости определяется требуемое значение полярного момента инерции по следующей формуле:



Откуда, 

В это соотношение  подставляется в радианах, поэтому заданный угол выразим в радианах:

рад/м,

см4.

Из условия  получим: 

Отсюда, определяем D (по условию задачи К = 0,8):

см.

После округления примем D = 7,4 см, тогда,

d = 0,8 ⋅D = 0,8 ⋅ 7,4 = 5,92 см.

По результатам расчетов на прочность и жесткость видно, что по условию жесткости диаметр бруса требуется больше, чем по условию прочности (7,4 см > 6,37 см).

Окончательно принимаем больший диаметр:

D = 7,4 см, d = 5,92 см.



Рисунок 4.2

*Проверка прочность и жесткость подобранного сечения*

Предварительно определим полярный момент сопротивления и полярный момент инерции подобранного сечения:

 м3,

 м4,

 ,

 МПа.

Условия прочности и жесткости выполняются.

Эпюра углов закручивания строится аналогично эпюре перемещений в задаче 1.1.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | M1 | M2 | a | b | c |
| 1 | 0,8 | 2.0 | 1,0 | 1,1 | 1,2 |
| 2 | 0,3 | 2,1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 |
| 3 | 0,8 | 2,2 | 1,2 | 1,3 | 1,4 |
| 4 | 0,9 | 2,3 | 1,3 | 1,4 | 1,5 |
| 5 | 0,5 | 2,4 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 6 | 0,4 | 2,5 | 1,5 | 1,6 | 1,7 |
| 7 | 0,8 | 2,6 | 1,6 | 1,7 | 1,8 |
| 8 | 0,6 | 2,7 | 1,7 | 1,8 | 1,9 |
| 9 | 0,5 | 2,8 | 1,8 | 1,9 | 2,0 |
| 10 | 0,8 | 2,8 | 1,9 | 2,0 | 1,9 |
| 11 | 0,7 | 2,9 | 2,0 | 1,9 | 1,8 |
| 12 | 0,6 | 3,0 | 1,9 | 1,8 | 1,7 |
| 13 | 0,5 | 2,9 | 1,8 | 1,7 | 1,6 |
| 14 | 1,0 | 2,8 | 1,7 | 1,6 | 1,5 |
| 15 | 0,9 | 2,7 | 1,6 | 1,5 | 1,4 |
| 16 | 0,8 | 2,6 | 1,5 | 1,4 | 1,3 |
| 17 | 0,7 | 2,5 | 1,4 | 1,3 | 1,2 |
| 18 | 0,6 | 2,4 | 1,3 | 1,2 | 1,2 |
| 19 | 0,5 | 2,3 | 1,2 | 1,1 | 1,1 |
| 20 | 0,4 | 2,2 | 1,1 | 1,0 | 1,0 |

## 2.9 Вопросы и задания для самоконтроля

1. Как определяется внутренний крутящий момент в поперечном сечении вала? Какое принято правило знаков для крутящего момента?
2. Как записывается условие прочности вала при кручении? Какие основные задачи решаются при расчёте вала на прочность?
3. Что такое относительный угол закручивания? Как он вычисляется и какова его размерность?
4. Как формулируется условие жёсткости для вала?

Варианты тестовых заданий

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 4.1 | Чему равен наибольший по модулю крутящий момент? |  |
| 4.2 | Чему равен крутящий момент на участке 3? |
| 4.3 | Чему равен неизвестный крутящий момент? |  |
| 4.4 | На каком участке вала деформация наибольшая, если размеры их считать одинаковыми? |  |
| 4.5 | На каком участке вала деформация наименьшая, если размеры их считать одинаковыми? |
| 4.6 | Укажите правильное распределение напряжений при кручении круглого вала. |  |
| 4.7 | Укажите вариант рационального распределения моментов на валу. |  |
| 4.8 | Укажите номер точки, где касательное напряжение при кручении наибольшее. |  |
| 4.9 | Расположите номера точек в порядке убывания касательных напряжений при кручении. |

# 5 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

# РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ БАЛКИ ПРИ ПРЯМОМ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ

*Изгиб* – это вид деформации, при котором в поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты. Поперечный изгиб – изгиб, при котором в сечениях стержня кроме внутреннего изгибающего момента возникает и поперечная сила. Плоский изгиб – изгиб, при котором все усилия, изгибающие балку, лежат в одной из плоскостей симметрии балки (в одной из главных плоскостей).

Элементы конструкций, работающих на изгиб, называют *балками*.

## 5.1 ЗАДАЧА № 4 Расчет статически определимой балки

**Дано:**стальная балка постоянного (двутавр) сечения, нагруженная системой поперечных сил в вертикальной плоскости. Известны допускаемое напряжение [σ] =160 МПа.

Исходные данные для решения задачи в соответствии с индивидуальным шифром варианта задания указаны в приложении Д. Справочные данные по прокатному профилю приведены в приложении В2.

**Требуется:**

1. составить в масштабе индивидуальную расчетную схему задачи, учитывая только заданные нагрузки (заданные отрицательные нагрузки направить в сторону противоположную установленной на исходных схемах);
2. определить поперечные силы и изгибающие моменты и построить их эпюры по длине балки;
3. определить опасные сечения балки по условиям изгиба;
4. подобрать размеры сечения стандартного двутавра по таблице сортамента прокатной стали.

## 5.2 Методические указания к решению задачи

Расчет балки на изгиб следует условно разделить на три этапа:

* ***Определение опорных реакций***

На этом этапе осуществляется решение задачи на равновесие твердого тела в соответствии с методологией теоретической механики из раздела «Статика. Плоская произвольная система сил».

Для того чтобы балка могла сопротивляться действию внешней нагрузки, она должна быть соответствующим образом закреплена.

Обычно используются три вида опорных закреплений, которым соответствует определенное количество накладываемых связей (см. таблицу 5.1).

Таблица 5.1 – Виды опор и их реакции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид опоры | Схема и реакции | Характеристика опоры |
| Шарнирно -  подвижная |  | Опора препятствует перемещению балки по вертикали; разрешает горизонтальное смещение и поворот сечения. |
| Шарнирно -  неподвижная |  | Опора препятствует линейному перемещению балки в любом направлении. |
| Жесткое  защемление  (жесткая заделка) |  | Невозможны линейное перемещение сечения и поворот. |

Для определения реакций опор необходимо:

Освободить балку от связей (опор) и изобразить действующие на неё заданные нагрузки. В данную расчетную схему включить неизвестные опорные реакции, векторы которых должны быть направлены перпендикулярно оси балки. Для неподвижной опоры следует дополнительно ввести опорную реакцию, вектор которой направлен вдоль оси балки. Направления векторов всех неизвестных опорных реакций на данном этапе расчета можно назначать произвольным образом.

Распределенную нагрузку необходимо заменить эквивалентной ей сосредоточенной силой, действующей в том же направлении и приложенной в центре тяжести эпюры распределенной нагрузки (рисунок 5.1).

Выбрать систему координат и составить уравнения статического равновесия. Начало координат удобнее совмещать с левым концом балки, за ось X принять ось балки. Представляется целесообразным составлять уравнения статического равновесия моментов относительно тех точек балки, в которых приложены неизвестные опорные реакции. При наличии внешней нагрузки, вызывающей горизонтальную составляющую у реакции в неподвижной опоре, необходимо добавить уравнение равновесия проекций действующих нагрузок, включая неизвестные опорные реакции, на горизонтальную ось балки.



Рисунок 5.1

Решить составленные уравнения равновесия. В случае отрицательных значений у вычисленных опорных реакций следует изменить направления соответствующих векторов на противоположные.

Проверить правильность полученных результатов по уравнению, которое не было использовано в ходе решения, путем подстановки в него вычисленных опорных реакций с учетом их уточненных направлений.

* ***Определение поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки***

Решение этой задачи следует проводить в следующей последовательности:

1. Балку разделить на расчетные участки, границы которых совпадают с точками приложения сосредоточенных сил, сосредоточенных моментов или с точками начала и конца действия распределенной нагрузки;
2. Применяя метод сечений для данной задачи, последовательно переходя от одного участка к другому, условно разрезать балку в произвольном сечении на каждом участке;
3. Для каждого участка составить условия статического равновесия отсеченной части балки (левой или правой), из которых получить выражения для определения поперечной силы Q и изгибающего момента M (через текущую координату X) для данного участка;
4. Подставляя в найденные уравнения значения абсцисс на каждом участке вычислить в ряде сечений величины поперечных сил и изгибающих моментов.

Если в пределах участка поперечная сила меняет знак, необходимо найти величину текущей координаты *x*, которой соответствует нулевое значение поперечной силы Q=0. На эпюре изгибающего момента этой координате будет соответствовать экстремальное значение Мэкс, которое следует вычислить;

- **при записи выражений для Q и M следует придерживаться определенных правил:**

* *поперечная сила численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих по одну сторону от рассматриваемого сечения. Внешняя сила дает положительное слагаемое, если стремиться повернуть оставшуюся часть балки относительно данного сечения по часовой стрелке. Следует мысленно установить шарнир в рассматриваемом сечении, относительно которого поворачивается отсеченная часть балки от действующих сил;*
* *изгибающий момент численно равен сумме моментов относительно рассматриваемого сечения от всех нагрузок, действующих по одну сторону от этого сечения. Момент от нагрузки считается положительным, если вызывает сжатие верхних волокон рассматриваемой части балки. Мысленно установить в этом сечении заделку и рассмотреть состояние верхних волокон отсеченной части балки в зависимости от данного вида нагрузки.*

Графически **правило знаков** для поперечных сил Q и изгибающих моментов M в зависимости от движения к сечению показано на рисунке 5.2.



Рисунок 5.2

По вычисленным значениям поперечных сил и изгибающих моментов построить в масштабе соответствующие эпюры. Положительные значения откладывать от нулевой линии вверх, отрицательные – вниз. Полученные плоские фигуры заштриховать вертикальными линиями с указанием знаков.

* ***Подбор сечения балки (проектный расчет) выполняется по методу допускаемых напряжений.***

Особенностью расчета изгиба консольных балок является отсутствие необходимости определения опорных реакций. В этом случае определение поперечных сил Q и изгибающих моментов M целесообразно начинать от свободного торцевого сечения.

## 5.3 Пример решения задачи

***Дано:*** стальная балка на двух опорах, нагруженная системой внешних сил, лежащих в силовой плоскости, изображенной на рисунке 5.3, а. При расчетах принято: *F= 20кН, m= 40кН∙м, q=100кН/м, [σ] = 160 МПа.*

***Требуется***решить следующие задачи:

1. Определить опорные реакции балки;

2. Построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов М;

3. Из расчета на прочность подобрать сечение в форме стандартного профиля двутавровой прокатной балки.

***Решение:***

*Определение опорных реакций* (рисунок 5.3, б)

Представим балку как свободное тело, для чего отбросим опоры А и D, а их действие на балку заменим реакциями XA, YA и YD.

Заменяем распределенную нагрузку.

При составлении уравнений равновесия моментов сил примем **правило знаков**, по которому сила или сосредоточенный момент, поворачивающие балку вокруг данной точки в направлении вращения часовой стрелки, обуславливают положительное слагаемое.

Составим условия равновесия:







Откуда получаем *YD =108кН; YA≈212 кН; XA=0*.

*Проверка.* Правильность нахождения реакций опор можно оценить, например, составив уравнение суммы проекций всех сил на ось Y:

или

Следовательно, опорные реакции определены верно.

*Построение эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов М для участков балки* (рисунок 5.3, б).

1. Разбиваем балку на участки.

За границы участков принимаем сечения, где приложены момент m или сила F, а также границы действия распределенной нагрузки q. Направление обхода участков выбираются в зависимости от удобства вычислений, чем меньше нагрузок, тем проще формулы для вычислений. В данном случае имеем четыре участка (очередность буквенного обозначения определяет направление обхода, например, LD – начало обхода от точки L к D):

I – AB: 0≤ x1≤ 3м, (x1A=0; x1B=3м);

II – BC: 0≤ x2≤ 1м, (x2B=0; x2C=1м);

III – LD: 0≤ x3≤ 2м, (x3L=0; x3D=2м);

IV – DC: 0≤ x4≤ 2м, (x4D=0; x4C=2м).

Участок I. Выбираем начало координат в точке (опоре) А и приступаем к построению эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов М, применяя метод сечений.

Проводим сечение в пределах участка на расстоянии х1 от начала координат. Мысленно отбрасываем правую часть балки и рассматриваем равновесие оставшейся левой части. Составляем уравнения — сумму проекций всех сил на вертикальную ось и сумму моментов всех сил относительно рассматриваемого се­чения:





Задавая значения *x1*, соответствующие границам участка I, по­лучим

*Q1A(x1=0) =YA=212кН; Q1B(x1=3м) =YA-3q=-88кН;*

*M1A(x1=0) =0кН∙м; M1B (x1=3м) =3YA-32q/2=186 кН∙м.*

Так как сила *Q* в пределах участка меняет знак, то, очевидно, имеется значение *Q=0*. Согласно известной дифференциальной зависимости, очевидно, что в точке пересечения (*Q=0*) изгибающий момент принимает экстремальное значение. Для нахождения этого экстремума вычисляем его координату по формуле:

Откуда, x*1Э=YA/q= 212/100=2,12* м.

Подставив значение x*1Э= 2,12* м в уравнение момента для участка, найдем величину экстремального момента

кН·м.

Участок II. Выбираем начало координат в точке В и приступаем к построению эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов М, применяя метод сечений.

Проводим сечение в пределах участка на расстоянии *х2* от начала координат. Мысленно отбрасываем правую часть балки и рассматриваем равновесие оставшейся левой части. Составляем уравнения — сумму проекций всех сил на вертикальную ось и сумму моментов всех сил относительно рассматриваемого сечения:

кН (не зависит от *х2*);

.

Задавая значения *x2*, соответствующие границам участка II, по­лучим значения изгибающего момента

кН·м;

кН·м.

Участок III. Выбираем начало координат в точке L и приступаем к построению эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов М, применяя метод сечений.

Проводим сечение в пределах участка на расстоянии *x3* от начала координат. Мысленно отбрасываем левую часть балки и рассматриваем равновесие оставшейся правой части. Составляем уравнения — сумму проекций всех сил на вертикальную ось и сумму моментов всех сил относительно рассматриваемого сечения:

 кН (не зависит от *х3*);

 .

Задавая значения *x3*, соответствующие границам участка III, по­лучим значения изгибающего момента

;

кН·м.

Участок IV. Выбираем начало координат в точке D и приступаем к построению эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов М, применяя метод сечений.

Проводим сечение в пределах участка на расстоянии *x4* от начала координат. Мысленно отбрасываем левую часть балки и рассматриваем равновесие оставшейся правой части. Составляем уравнения — сумму проекций всех сил на вертикальную ось и сумму моментов всех сил относительно рассматриваемого сечения:

кН (не зависит от *х4*);



Задавая значения *x4*, соответствующие границам участка IV, получим значения изгибающего момента

кН·м.

кН·м.

По результатам проведенных расчетов строятся эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M. Эти эпюры представлены на рисунках 5.3 в - г.

*Определение сечения балки по условию прочности*

Определим из расчета на прочность размеры поперечного сечения балки в форме двутавра.

Подбор сечения производится по максимальному изгибающему моменту Mmax. Опасным является сечение в точке экстремума, где действует максимальный по абсолютному значению изгибающий момент Mmax =225 кН·м.

Минимально допустимый момент сопротивления сечения изгибу равен

 см3.

Стандартный профиль двутавра выбирается по ГОСТ 8239-89 (приложение С.%). Из таблицы сортамента выбираем двутавр № 50:

 см3, площадь - A=100см2.



Рисунок 5.3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | F | m | q | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 30 | 50 | 90 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 35 | 55 | 95 | 3 | 2 | 2 | 1 |
| 3 | 25 | 45 | 100 | 2 | 1 | 3 | 1 |
| 4 | 30 | 40 | 100 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 20 | 30 | 110 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 6 | 30 | 40 | 100 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 7 | 40 | 50 | 100 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 8 | 30 | 40 | 90 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 9 | 30 | 50 | 100 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| 10 | 35 | 45 | 95 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 11 | 45 | 50 | 100 | 3 | 1 | 2 | 1 |
| 12 | 30 | 40 | 90 | 1 | 3 | 3 | 2 |
| 13 | 45 | 60 | 80 | 2 | 4 | 3 | 2 |
| 14 | 50 | 50 | 100 | 3 | 2 | 2 | 1 |
| 15 | 30 | 40 | 100 | 3 | 3 | 1 | 1 |
| 16 | 35 | 45 | 90 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| 17 | 40 | 40 | 100 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 18 | 30 | 50 | 90 | 2 | 3 | 4 | 2 |
| 19 | 40 | 30 | 100 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 20 | 50 | 50 | 90 | 2 | 2 | 2 | 2 |

## 5.4 Вопросы и задания для самоконтроля

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях балки при изгибе? Какое принято правило знаков при их определении?
2. Какие применяются основные правила проверки эпюр Q и M?
3. Как определяются нормальные напряжения в произвольной точке сечения и максимальные напряжения?
4. Что такое осевой момент инерции сечения и момент сопротивления сечения при изгибе?
5. Как записывается условие прочности балки при изгибе? Какие задачи решаются на основе условия прочности?

Варианты тестовых заданий

| № | Задание | Варианты ответов |
| --- | --- | --- |
| 5.1 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру поперечных сил. |  |
| 5.2 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру изгибающих моментов. |  |
| 5.3 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру изгибающих моментов. |  |
| 5.4 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру поперечных сил. |  |
| 5.5 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру изгибающих моментов. |  |
| 5.6 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру изгибающих моментов. |  |
| 5.7 | Для заданной схемы нагружения балки укажите правильную эпюру поперечных сил. |  |
| 5.8 | Определить для заданной схемы нагружения изгибающий момент в опасном сечении балки длиной *l*. | 1. *M-q∙l2* 2. *M+q∙l2* 3. *M+q∙l2/6* 4. *M-q∙l2/2* |
| 5.9 | Расположите номера точек в порядке возрастания нормальных напряжений при изгибе. |  |

# 

# ПРИЛОЖЕНИЯ

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

# Оформление титульного листа контрольной работы

|  |
| --- |
| **Министерство Образования Российской Федерации**  **Санкт-Петербургский государственный экономический университет** |
| ***Факультет сервиса***  ***Кафедра Технической механики*** |

**К О Н Т Р О Л Ь Н А Я Р А Б О Т А**

по ***Сопротивлению материалов***

**Работу выполнил**

студент группы (специальности)

№\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_ курса,

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ отделения

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

фамилия, инициалы

**Работу проверил**

Доцент кафедры Техническая механика

Шабаев В.Н.

Санкт-Петербург

2014 г

# ПРИЛОЖЕНИЕ Б

# Варианты заданий для контрольной работы №1

## Б.1 Варианты задания для задачи №1.1

Таблица Б1 - Числовые данные к задаче № 1.1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта  ***А*** | № схемы  по  Рисунку | Длина  участков | | | Материал  участков | | №  варианта  ***В*** | Силы, кН | | | |
| ***а*** | ***b*** | ***с*** | ***a*** | ***b*** | ***F1*** | ***F2*** | ***F3*** | ***F4*** |
| ***м*** | | | ***40*** | ***60*** | ***80*** | ***30*** |
| 1 | а) | 0,8 | 1,5 | 0,6 | ст. 35 | бронза | 1 | - | + | + | + |
| 2 | б) | 1,3 | 1,5 | 0,5 | чугун | бронза | 2 | + | + | + | - |
| 3 | а) | 1,4 | 1,6 | 0,4 | медь | алюм. | 3 | + | - | + | + |
| 4 | б) | 1,0 | 1,6 | 0,6 | алюм. | ст. 35 | 4 | - | + | + | - |
| 5 | а) | 0,5 | 1,4 | 0,3 | алюм. | бронза | 5 | + | - | - | + |
| 6 | б) | 0,8 | 1,4 | 0,4 | ст. 35 | чугун | 6 | - | + | - | + |
| 7 | а) | 0,8 | 1,2 | 0,5 | алюм. | чугун | 7 | + | - | + | - |
| 8 | б) | 1,4 | 1,8 | 0,6 | бронза | латунь | 8 | - | - | + | + |
| 9 | а) | 1,2 | 1,4 | 0,4 | чугун | ст. 35 | 9 | + | + | - | - |
| 0 | б) | 0,5 | 1,0 | 0,3 | бронза | ст. 35 | 0 | - | - | + | - |
| Выбор варианта по последней цифре | | | | | | | Выбор варианта по первой  цифре | | | | |
| **Примечание:** Знак « - » силы ***F*** означает, что направление соответствующей силы на расчетной схеме задачи необходимо заменить на противоположное. | | | | | | | | | | | |



Рисунок Б.1 -Варианты схем нагружения к задаче №1.1

## Б.2 Варианты задания для задачи №1.2

Таблица Б.2 - Числовые данные к Задаче № 1.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  варианта | ***a*** | ***b*** | ***c*** | ***d*** | ***l1*** | ***l2*** | ***A*** | ***φ*** |
| ***м*** | | | | | | ***мм2*** | ***градусы*** |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 100 | 60 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 150 | 30 |
| 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 200 | 45 |
| 4 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 100 | 30 |
| 5 | 3 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 150 | 45 |
| 6 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 200 | 60 |
| 7 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 100 | 30 |
| 8 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 150 | 60 |
| 9 | 3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 200 | 30 |
| 0 | 2 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 250 | 45 |
| **Примечание:** строка задания выбирается по первой цифре шифра задания | | | | | | | | |

| Расчетные схемы к Задаче № 1.2 | |
| --- | --- |
| *Схема 1*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_1.jpg | *Схема 2*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_2.jpg |
| *Схема 3*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_6.jpg | *Схема 4*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_7.jpg |
| *Схема 5*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_5.jpg | *Схема 6*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_10.jpg |
| *Схема 7*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_9.jpg | *Схема 8*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_4.jpg |
| *Схема 9*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_3.jpg | *Схема 0*  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\2_8.jpg |

## Б.3 Варианты задания для задачи №1.3

Таблица Б.3 - Числовые данные к задаче № 1.3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер  варианта | Размер, м | | | Сила,  кН | Марка  стали | Предел  текучести,  МПа |
| ***а*** | ***b*** | ***с*** |
| 1 | 1,2 | 1,6 | 1,0 | 3 | 20 | 250 |
| 2 | 1,2 | 1,5 | 0,8 | 5 | 30 | 300 |
| 3 | 1,4 | 1,4 | 1,0 | 4 | 40 | 340 |
| 4 | 1,4 | 1,6 | 0,9 | 2 | 20 | 250 |
| 5 | 1,4 | 1,5 | 0,7 | 6 | 50 | 380 |
| 6 | 1,3 | 1,4 | 0,8 | 5 | 30 | 300 |
| 7 | 1,5 | 1,2 | 1,0 | 3 | 40Х | 800 |
| 8 | 1,5 | 1,1 | 0,9 | 4 | 20 | 250 |
| 9 | 1,2 | 1,5 | 1,0 | 6 | 40 | 340 |
| 0 | 1.2 | 1.6 | 1,0 | 4 | 40Х | 800 |
| **Примечание:** строка задания выбирается по первой цифре шифра задания  Дополнительно принять для всех вариантов: *d=a, e=b, ϕ=450.* | | | | | | |

Схемы нагружения к Задаче №1.3

|  |  |
| --- | --- |
| Схема 1  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_1.jpg | Схема 2  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_2.jpg |
| Схема 3  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_9.jpg | Схема 4  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_4.jpg** |
| Схема 5  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_10.jpg** | Схема 6  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_5.jpg** |
| Схема 73  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_6.jpg | Схема 8  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_7.jpg** |
| Схема 96  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_8.jpg** | Схема 0  **C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\4_3.jpg** |

# ПРИЛОЖЕНИЕ В

# Варианты заданий для контрольной работы №2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант данных выбирается по последней цифре шифра задания | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| ***Параметр сечения а, см*** | | | | | | | | | |
| 3 | 5 | 6 | 4 | 7 | 9 | 2 | 1 | 8 | 10 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Схемы сечений к задаче №2***  (номер схемы выбирается по последней цифре шифра задания) | схема 1  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 8.jpg | схема 2  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 4.jpg |
| схема 3  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 7.jpg | схема 4  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 2.jpg | схема 5  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 3.jpg |
| схема 6  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 9.jpg | схема 7  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 5.jpg | схема 8  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 1.jpg |
| схема 9  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 0.jpg | схема 0  C:\Documents and Settings\Admin\Рабочий стол\сопромат\пособие для заочников по сопромату\рисунки для методички (Панасюк А.С.)\сечение 6.jpg |  |

# ПРИЛОЖЕНИЕ Г

# Варианты заданий для контрольной работы №3

Таблица Г1 - Исходные данные к заданию № 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №Б  варианта | **Момент, кН·м** | | | | №A  варианта | **[*θ*],**  **град./м** | **Размеры, м** | |
| ***M1*** | ***M2*** | ***M3*** | ***M4*** | ***a, c*** | ***b, l*** |
| **1** | 20 | -24 | 30 | *Mx?* | **1** | 0,8 | 0,5 | 1,1 |
| **2** | -10 | 16 | *Mx?* | 28 | **2** | 1,2 | 1,0 | 0,6 |
| **3** | 26 | *Mx?* | -22 | 15 | **3** | 0,6 | 0,7 | 0,4 |
| **4** | -24 | 20 | -24 | *Mx?* | **4** | 0,8 | 0,8 | 0,9 |
| **5** | 22 | -30 | *Mx?* | 15 | **5** | 1,1 | 1,1 | 0,8 |
| **6** | -20 | *Mx?* | 28 | -20 | **6** | 1,4 | 0,6 | 1,1 |
| **7** | 18 | -22 | 14 | *Mx?* | **7** | 1,6 | 0,4 | 1,2 |
| **8** | -16 | 28 | *Mx?* | -12 | **8** | 1,3 | 0,9 | 1,0 |
| **9** | 14 | -20 | 16 | *Mx?* | **9** | 0,8 | 0,8 | 0,7 |
| **0** | -10 | 18 | *Mx?* | -22 | **0** | 1,2 | 1,2 | 0,8 |
| **Примечания:**   1. №A выбирается по последней цифре задания, № B - по предпоследней цифре задания, 2. не заданный момент ***Мх?*** - подлежит определению. | | | | | | | | |

***a***

***М1***

***М2***

***М3***

***М4***

***b***

***c***

***l***

***a)***

***в)***

***D***

***Y***

***Z***

***б)***

***D***

***d***

***Z***

***Y***

***k=d/D***

а) Схема нагружения вала; б) и в) – формы сечения.

Рисунок Г

# ПРИЛОЖЕНИЕ Д

# Варианты заданий для контрольной работы №4

Таблица Д - Исходные данные к заданию № 4

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | ***m*** | ***F*** | ***q*** | ***a*** | ***b*** | ***c*** |
| Размерность | *кН м* | *кН* | *кН/м* |
| Значения | ***10*** | ***20*** | ***6*** | м | | |
| 0 | *M2* | *-Р1* | *q2* | 1 | 1,6 | 1,4 |
| 1 | *M1* | *Р2* | *q1* | 1,2 | 1 | 1,8 |
| 2 | *M1* | *Р2* | *q2* | 1 | 1,6 | 1,4 |
| 3 | *M2* | *Р1* | *q1* | 1,2 | 1 | 1,8 |
| 4 | *M2* | *Р1* | *q2* | 1 | 1,6 | 1,4 |
| 5 | *-М1* | *Р2* | *q1* | 1,2 | 1 | 1,8 |
| 6 | *M1* | *-Р2* | *q1* | 1 | 1,6 | 1,4 |
| 7 | *-М1* | *Р2* | *q2* | 1,2 | 1 | 1,8 |
| 8 | *M1* | *-Р2* | *q2* | 1 | 1,6 | 1,4 |
| 9 | *-М2* | *Р1* | *q2* | 1,2 | 1 | 1,8 |
| **Примечание:** строка задания выбирается по первой цифре шифра задания | | | | | | |

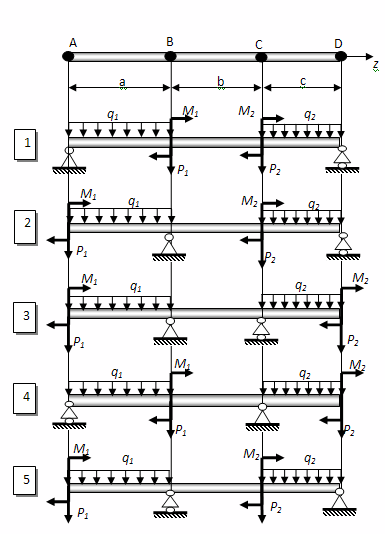


Рисунок Д - Схемы балок к контрольной работе№4

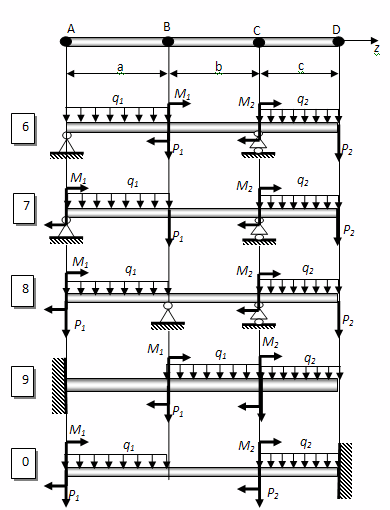


Рисунок Д - Схемы балок к контрольной работе № 4 (продолжение)

# ПРИЛОЖЕНИЕ С

# Справочные данные для всех задач

## С1Механические свойства материалов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Характеристики материала*** | ***Сталь (ст.35)*** | ***Сталь (30ХГСА)*** | ***Бронза*** | ***Алюминий*** | ***Чугун*** | ***Дерево*** |
| Модуль упругости *E*, МПа | 2⋅105 | 2⋅105 | 1⋅105 | 0,7⋅105 | 1,2⋅105 | 1⋅104 |
| Предел текучести  σт, МПа | 240 | 850 | 150 | 210 | - | - |
| Предел прочности на растяжение/ сжатие σв, МПа | 360 | 1100 | 240 | 300 | 180/600 | 100/45 |
| Коэффициент Пуассона µ | 0,25 | 0,25 | 0,34 | 0,3 | 0,25 | 0,45 |
| Коэффициент температурного расширения α, 1/град | 12⋅10-6 | 12⋅10-6 | 22⋅10-6 | 24⋅10-6 | 11⋅10-6 | 4⋅10-6 |

**Примечание:** Модуль сдвига материала вычисляется по формуле , для стали МПа.

## С2Рекомендации по выбору запасов прочности

1. При вычислении допускаемых напряжений при растяжении-сжатии нормируемый коэффициент запаса прочности ***n***σ необходимо принять:

* для пластичных материалов ***n***σ =1,5;
* для хрупких материалов ***n***σ =3 (коэффициенты запаса при растяжении-сжатии рекомендуется считать одинаковыми);
* для дерева при растяжении 10, при сжатии 4,5.

1. Допускаемые напряжения при кручении [τк] следует принять:

* для стали [τк] = 0,6 ∙[σ] МПа; где [σ] - допускаемое напряжение при растяжении-сжатии.

1. Допускаемые напряжения при изгибе считать равными допускаемым напряжениям при растяжении-сжатии.

## С3 Геометрические характеристики простейших плоских сечений

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Сечение | Ордината  центра тяжести  ***yc*** | Площадь  ***А*** | Осевой момент инерции  ***Jx*** | Момент сопротивления  ***Wx*** |
|  | *0* |  |  |  |
|  | *0* |  |  |  |
|  | *0* |  |  |  |
|  | *0* |  |  |  |
|  | *yC=h/3* |  |  | - |
|  | *yC≈0,424r* |  |  |  |

## Приложение С4.Нормальные линейные размеры по ГОСТ 6636 - 69\*

Для простановки линейных размеров - диаметров, длин, высот и др. стандартом устанавливаются ряды *Ra5, Ra10, Ra20, Ra40*, приведенный в таблице ряд *Ra40*, соответствует наиболее мелкой градации.

| *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 | *Ra* 40 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2,4 | 5,6 | 13 | 32 | 75 | 180 | 420 |
| 1,05 | 2,5 | 6 | 14 | 34 | 80 | 190 | 450 |
| 1,1 | 2,6 | 6,3 | 15 | 36 | 85 | 200 | 580 |
| 1,15 | 2,8 | 6,7 | 16 | 38 | 90 | 210 | 500 |
| 1,2 | 3 | 7,1 | 17 | 40 | 95 | 220 | 530 |
| 1,3 | 3,2 | 7,5 | 18 | 42 | 100 | 240 | 560 |
| 1,4 | 3,4 | 8 | 19 | 45 | 105 | 250 | 600 |
| 1,5 | 3,6 | 8,5 | 20 | 48 | 110 | 260 | 630 |
| 1,6 | 3,8 | 9 | 21 | 50 | 120 | 280 | 670 |
| 1,7 | 4 | 9,5 | 22 | 53 | 125 | 300 | 710 |
| 1,8 | 4,2 | 10 | 24 | 56 | 130 | 320 | 750 |
| 1,9 | 4,5 | 10,5 | 25 | 60 | 140 | 340 | 800 |
| 2 | 4,8 | 11 | 26 | 63 | 150 | 360 | 850 |
| 2,1 | 5 | 11,5 | 28 | 67 | 160 | 380 | 900 |
| 2,2 | 5,3 | 12 | 30 | 71 | 170 | 400 | 950 |

# Приложение С5.Двутаврыстальные горячекатаные по ГОСТ 8239-89

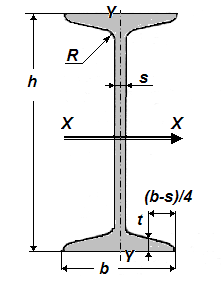


Схема двутавра

*h* — высота двутавра; *b —* ширина полки; *s* — толщина стенки;

*t* — средняя толщина полки;

*R* — радиус внутреннего закругления;

*r* — радиус закругления полки

| Номер двутавра | Размеры | | | | | | ***А*** | Справочные значения для осей | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***h*** | ***b*** | ***s*** | ***t*** | ***R*** | ***r*** | X – X | | | | Y – Y | | |
| не болеемм | | | | | | ***Ix,*** | ***Wx,*** | ***ix,*** | ***Sx,*** | ***Iy,*** | ***Wy,*** | ***iy,*** |
| см2 | см4 | см3 | см | см3 | см4 | см3 | см |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 7,0 | 2,5 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 7,5 | 3,0 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 8,0 | 3,0 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,50 | 1,55 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 8,5 | 3,5 | 20,2 | 873 | 109,0 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,50 | 1,70 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 9,0 | 3,5 | 23,4 | 1290 | 143,0 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,40 | 1,88 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 9,5 | 4,0 | 26,8 | 1840 | 184,0 | 8,28 | 104,0 | 115,0 | 23,10 | 2,07 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 10,0 | 4,0 | 30,6 | 2550 | 232,0 | 9,13 | 131,0 | 157,0 | 28,60 | 2,27 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 10,5 | 4,0 | 34,8 | 3460 | 289,0 | 9,97 | 163,0 | 198,0 | 34,50 | 2,37 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 11,0 | 4,5 | 40,2 | 5010 | 371,0 | 11,20 | 210,0 | 260,0 | 41,50 | 2,54 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 12,0 | 5,0 | 46,5 | 7080 | 472,0 | 12,30 | 268,0 | 337,0 | 49,90 | 2,69 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 13,0 | 5,0 | 53,8 | 9840 | 597,0 | 13,50 | 339,0 | 419,0 | 59,90 | 2,79 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 14,0 | 6,0 | 61,9 | 13380 | 743,0 | 14,70 | 423,0 | 516,0 | 71,10 | 2,89 |
| 40 | 400 | 155 | 8,3 | 13,0 | 15,0 | 6,0 | 72,6 | 19062 | 953,0 | 16,20 | 545,0 | 667,0 | 86,10 | 3,03 |
| 45 | 450 | 160 | 9,0 | 14,2 | 16,0 | 7,0 | 84,7 | 27696 | 1231,0 | 18,10 | 708,0 | 808,0 | 101,00 | 3,09 |
| 50 | 500 | 170 | 10,0 | 15,2 | 17,0 | 7,0 | 100,0 | 39727 | 1589,0 | 19,90 | 919,0 | 1043,0 | 123,00 | 3,23 |
| 55 | 550 | 180 | 11,0 | 16,5 | 18,0 | 7,0 | 118,0 | 55962 | 2035,0 | 21,80 | 1181,0 | 1356,0 | 151,00 | 3,39 |
| 60 | 600 | 190 | 12,0 | 17,8 | 20,0 | 8,0 | 138,0 | 76806 | 2560,0 | 23,60 | 1491,0 | 1725,0 | 182,00 | 3,54 |