

Практическое занятие № 24

Тема: Производная функций заданных неявно и параметрически.
Логарифмическая производная.

Задачи для решения на практическом занятии

Найти производные.

1. $y^3 - 3y + 2ax = 0$.

2. $\sin \varphi + r\varphi - 5r = 0$.

3. $\begin{cases} x = e^t \cos t; \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$ при $t = 0$.

4. $r = (\sin \varphi)^{\cos 2\varphi}$.

5. $x \sin y + y \sin x = 0$.

6. $\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = b \sin t. \end{cases}$

7. $y = x^{\sin x}$.

8. $y = (\sin 2x)^{x^3}$.

9. $x^3 + y^3 - 3xy = 0$.

10. $y = (x^2 + 1)^{\lg 2x}$.

Найти производные второго порядка.

11. $y = x + \ln y$.

12. $\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$

13. $\begin{cases} x = \ln t; \\ y = t^3 + 2t + 1. \end{cases}$

14. Показать, что функция $y = \cos 2x$ удовлетворяет уравнению $y'' + 4y = 0$.

15. Показать, что функция $y = \sin(\ln x) + \cos(\ln x)$ удовлетворяет уравнению $x^2 y'' + xy' + y = 0$.

Задачи для домашнего задания

Найти производные от функции y , заданной неявно или параметрически.

16. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 5$.

17. $x^2 + 3y^2 + 4xy + 10 = 0$.

18. $\begin{cases} x = a^2 + 2a; \\ y = \ln(a + 1). \end{cases}$

19. $y = (\sin x)^x$.

20. Показать, что функция $y = x + \sin 2x$ удовлетворяет уравнению $y'' + 4y = 4x$.

Ответы

$$1. y' = \frac{2a}{3(1+y^2)}. \quad 2. \frac{dr}{d\varphi} = \frac{r + \cos \varphi}{5 - \varphi}. \quad 3. 1.$$

$$4. r' = (\sin \varphi)^{\cos 2\varphi} [ctg \varphi \cos 2\varphi - 2 \sin 2\varphi \ln(\sin \varphi)]. \quad 5. -\frac{y \cos x + \sin y}{x \cos y + \sin x}.$$

$$6. -\frac{b}{a} ctgt. \quad 7. x^{\sin x} \cdot \left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x} \right). \quad 8. (\sin 2x)^{x^3} (3x^2 \ln \sin 2x + 2x^3 ctg 2x).$$

$$9. \frac{3x^2 - 3y}{3x - 3y^2}. \quad 10. \left(\frac{2}{\cos^2 2x} \ln(x^2 + 1) + tg 2x \frac{2x}{x^2 + 1} \right) (x^2 + 1)^{tg 2x}. \quad 11. -\frac{y}{(y-1)^3}.$$

$$12. -\frac{1}{(1 - \cos t)^2}. \quad 13. 9t^3 + 2t. \quad 16. -\sqrt{\frac{y}{x}}. \quad 17. -\frac{x + 2y}{3y + 2x}. \quad 18. 2(t+1)^{-2}.$$

$$19. (\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x ctgx).$$