

Основные понятия, определения и законы электрических цепей

Электрической цепью называют совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока.

Электрическая схема — графическое изображение электрической цепи, составленное из условных обозначений её элементов и показывающее способы соединения этих элементов.

Элементы электрической цепи делятся на активные и пассивные. **Активными элементами** электрической цепи являются все источники электрической энергии (рис. 1. а) и приемники (рис. 1. б), которые характеризуются значением ЭДС E и внутренним сопротивлением R .

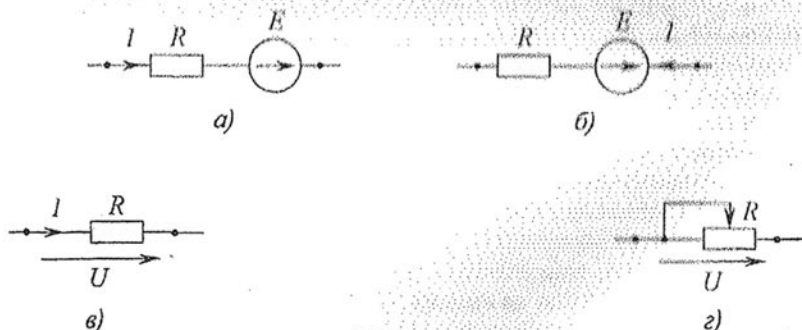


Рис. 1

Пассивными элементами, являются приемники, обладающие сопротивлением R (рис. 1. в), называемые **резисторами**. Резистор учитывает необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую, механическую.

Регулируемый резистор называется **реостатом** (рис. 1. г). При перемещении движка реостата влево его сопротивление увеличивается.

Физическую сущность сопротивления проводника составляет противодействие направленному движению свободных электронов, т. е. постоянному току. Сопротивление проводника постоянному току зависит от материала проводника, т. е. его удельного сопротивления ρ ($\text{Ом} \cdot \text{мм}^2 / \text{м}$), поперечного сечения S (мм^2), длины l (м) проводника и определяется как $R = \rho \cdot l / S$. Чем толще и короче проводник из одного и того же материала, тем меньше его сопротивление, и наоборот, чем он длиннее и тоньше, тем его сопротивление больше.

Единицей сопротивления является ом (Ом).

Величина, обратная сопротивлению, называется **проводимостью** $G = 1/R$.

Единицей проводимости является сименс (См).

Сопротивление проводника постоянному току зависит и от температуры. С повышением температуры сопротивление металлического проводника увеличивается, а с понижением — уменьшается. Изменение сопротивления проводника в зависимости от изменения его температуры определяется:

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)], \quad (1)$$

где R_1 – сопротивление, соответствующее температуре t_1 ;

R_2 – сопротивление, соответствующее температуре t_2 ;

α – температурный коэффициент сопротивления, равный отношению изменению сопротивления при изменении температуры на 1°C .

Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивление и др.) не зависят от тока в нем, называют линейным.

При анализе линейных электрических цепей пользуются топологическими понятиями:

Ветвь электрической цепи – участок цепи, ток которого имеет одно и тоже значение и направление.

Узел – место соединения трех и более ветвей.

Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям.

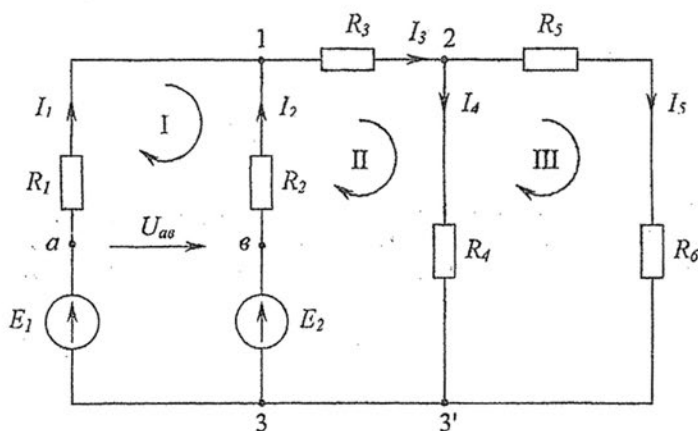


Рис. 2

Различают понятия геометрического и потенциального узлов. Геометрические узлы 3 и 3' (рис. 2), имеющие одинаковые потенциалы, являются одним потенциальным узлом. На схеме рис. 2 четыре геометрических и три потенциальных узла.

Основными законами электротехники являются закон Ома и законы Кирхгофа. Необходимо различать закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = \frac{U}{R} \quad (2)$$

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС, который называют *обобщенным законом Ома*:

$$I = \frac{\pm U \pm E}{R} \quad (2a)$$

Первый закон Кирхгофа относится к узлам электрической цепи: *алгебраическая сумма токов в проводах, сходящихся в узле, равна нулю.*

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0, \quad (3)$$

где m — число ветвей, подключенных к узлу.

Направления токов выбирают произвольно.

В уравнениях по первому закону Кирхгофа токи, направленные к узлу, берут с одним знаком, как правило со знаком «плюс», а токи, направленные от узла, — со знаком «минус».

Например, для узла 2 (рис. 2)

$$\begin{aligned} I_3 - I_4 - I_5 &= 0 \\ I_3 &= I_4 + I_5 \end{aligned}$$

Второй закон Кирхгофа относится к замкнутым контурам электрической цепи: *алгебраическая сумма падений напряжений на всех элементах любого замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС этого контура.*

$$\sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k, \quad (3a)$$

где m — число элементов с сопротивлением R_k в контуре,

n — число источников ЭДС в контуре.

Использование законов Кирхгофа для расчета сложных электрических цепей

Используя законы Ома и Кирхгофа можно рассчитать относительно простые и сложные электрические цепи. При расчете таких цепей обычно известны параметры источников ЭДС и сопротивления элементов электрической цепи. Задача сводится к определению токов в ветвях цепи.

Для определения токов в ветвях электрической цепи используют следующие правила:

1. Выбираются произвольно условно — положительные направления токов в ветвях, которые фиксируются стрелкой. Знаки ответов покажут правильны ли они.
2. Определяется число неизвестных токов по числу ветвей — p .
3. Определяется число узлов q и для любых узлов цепи записывается $(q-1)$ уравнений по *первому закону Кирхгофа*.
4. Недостающие $n = p - (q-1)$ уравнений записываются по *второму закону Кирхгофа* для n независимых контуров. *Независимым* называют контур, в который входит хотя бы одна новая ветвь.
5. Произвольно выбираются направления обхода контуров, например, по ходу часовой стрелки (рис. 2).
6. При составлении уравнений со знаком «плюс» записываются те слагаемые, в которых ток и ЭДС имеют направления, совпадающие с направлением обхода контура, и со знаком «минус», если их направления противоположны обходу контура.
7. Решается система уравнений относительно токов в ветвях, и если обнаруживается отрицательное значение тока, то это говорит о том, что действительное направление, противоположно условно выбранному. Истинное направление показывается на схеме.

Рассмотрим этот порядок расчета для схемы (рис. 2).

В схеме три узла, пять ветвей. Следовательно, для определения токов необходимо составить систему из пяти уравнений для неизвестных токов.

Как указано в п. 2, число уравнений, записанных по первому закону Кирхгофа, равно двум, а остальные три уравнения (см. п. 4) записываются по второму закону Кирхгофа.

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Узел 1} & I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ \text{Узел 3} & I_4 + I_5 - I_1 - I_2 = 0 \\ \text{Контур I} & I_1 R_1 - I_2 R_2 = E_1 - E_2 \\ \text{Контур II} & I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = E_2 \\ \text{Контур III} & -I_4 R_4 + I_5 (R_5 + R_6) = 0 \end{array} \right\}$$

Решив систему уравнений можно определить все неизвестные токи в ветвях.

Вторым законом Кирхгофа можно пользоваться и для определения напряжения между двумя произвольными точками схемы, мысленно замкнув контур на введенное *напряжение* между этими точками, которое как бы дополняет незамкнутый контур до замкнутого.

Например, для определения напряжения $U_{ас}$ (рис. 2) можно написать уравнения двумя способами:

$$\begin{aligned} 1. \quad I_1 R_1 - I_2 R_2 - U_{ас} &= 0 \\ U_{ас} &= U_1 - U_2 \end{aligned}$$

$$2. \quad U_{ас} = E_1 - E_2$$

Эквивалентные преобразования пассивных участков электрической цепи

Последовательное соединение элементов

Последовательным соединением элементов называют соединение, при котором ток в каждом элементе один и тот же.

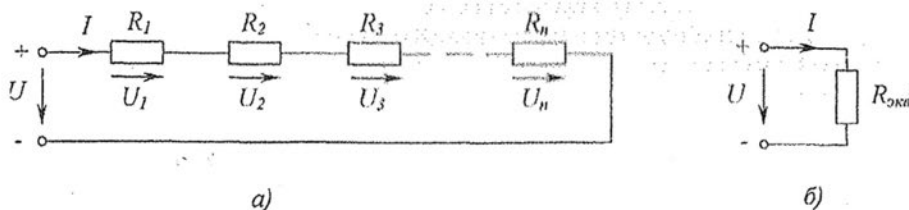


Рис. 3

Ток цепи не изменится, если последовательно соединенные “ n ” элементы (рис. 3. а) заменить одним эквивалентным сопротивлением $R_{экв}$.

Эквивалентное сопротивление (рис. 3. б) равно сумме сопротивлений, входящих в эту цепь.

$$R_{экв} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (4)$$

При подключении нового приемника в последовательную цепь — $R_{экв}$ увеличивается.

Ток в цепи зависит от сопротивления любого из элементов цепи и определяется по закону Ома:

$$\text{для участка цепи} \quad I = \frac{U_1}{R_1}, \quad I = \frac{U_2}{R_2}, \quad I = \frac{U_3}{R_3} \quad (5)$$

$$\text{для всей цепи} \quad I = \frac{U}{R_{экв}} \quad (5a)$$

Напряжения на элементах прямо пропорциональны сопротивлениям этих элементов. Напряжение источника определяется:

$$\begin{aligned} U_{ист} &= U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n \\ IR_{экв} &= IR_1 + IR_2 + IR_3 + \dots + IR_n \end{aligned} \quad (6)$$

Параллельное соединение элементов.

Параллельным называют соединение, при котором ветви цепи присоединяются к одной паре узлов (рис. 4. а). Напряжение на всех параллельных ветвях одно и то же.

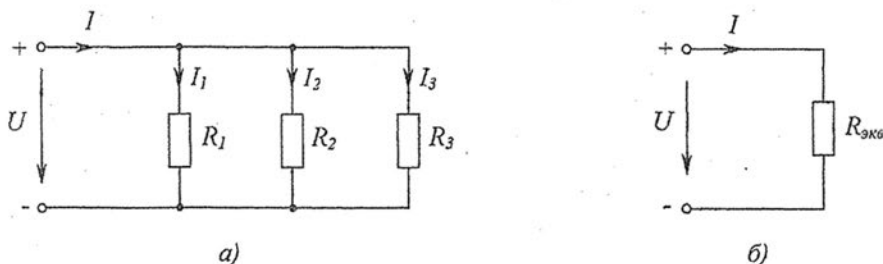


Рис. 4

Токи в ветвях обратно пропорциональны их сопротивлениям:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3} \quad (7)$$

Ток неразветвленной части цепи согласно первому закону Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (8)$$

Схема с параллельно включенными элементами может быть заменена эквивалентной схемой (рис. 4. б), для которой формула эквивалентного сопротивления:

$$\frac{1}{R_{\text{экв}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad R_{\text{экв}} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2} \quad (9)$$

При подключении нового приемника параллельно другим – $R_{\text{экв}}$ уменьшается.

При параллельном соединении двух элементов:

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (10)$$

Если параллельно соединены «n» одинаковых сопротивлений, т. е. $R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n$, то $R_{\text{экв}}$ будет в n раз меньше:

$$R_{\text{экв}} = R_n / n \quad (10a)$$

Смешанное соединение элементов

Смешанным соединением элементов называют сочетание их последовательных и параллельных соединений.

При расчете цепи со смешанным соединением элементов сначала заменяются эквивалентным сопротивлением параллельно соединенные элементы, а затем находят $R_{экв}$ относительно входных зажимов.

В схеме цепи (рис. 5) необходимо определить токи в ветвях, если $U=120$ В, а сопротивления резисторов $R_1=18$ Ом, $R_2=30$ Ом, $R_3=20$ Ом.

На рис. 5, б, в показаны этапы преобразования схемы.

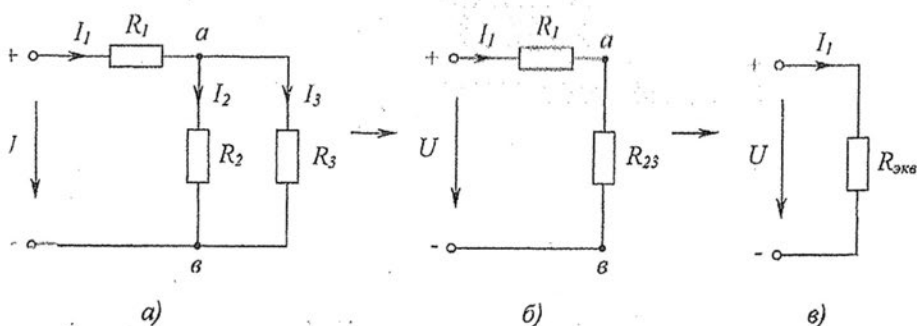


Рис. 5

В соответствии с (10) сопротивление участка $ав$

$$R_{ав} = R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = 12 \text{ Ом}$$

Током источника является ток I_1

$$I_1 = \frac{U}{R_{экв}} = \frac{120}{30} = 4 \text{ А}$$

Напряжение на участке $ав$

$$U_{ав} = U_{23} = R_{ав} \cdot I_1 = U - R_1 \cdot I_1 = 12 \cdot 4 = 120 - 18 \cdot 4 = 48 \text{ В}$$

Токи в ветвях

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{48}{30} = 1,6 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{23}}{R_3} = \frac{48}{20} = 2,4 \text{ А}$$

Преобразование «треугольника» сопротивлений в эквивалентную «звезду»

Для упрощения расчета сложных схем бывает удобно преобразовать треугольник пассивных сопротивлений в эквивалентную звезду по формулам:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_b = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_c = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (11)$$

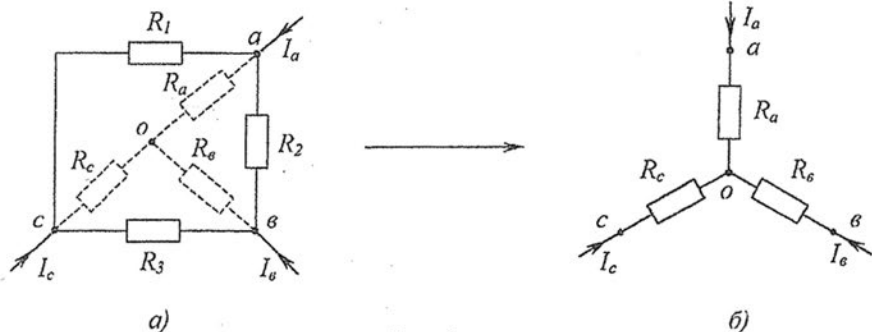


Рис. 6

По условию эквивалентности токи, направленные к узлам a, b, c в ветвях схемы (рис. 6 $a, б$), не подвергнутых преобразованию, должны оставаться без изменения.

Примеры расчета электрических цепей с одним источником питания

Рассмотрим несколько примеров определения эквивалентных сопротивлений при смешанном соединении элементов.

Пример 1. Определить показания вольтметра (рис. 7) при замкнутом ключе, если $U = 30$ В; $R = 2$ Ом. Как изменится показание после размыкания ключа?

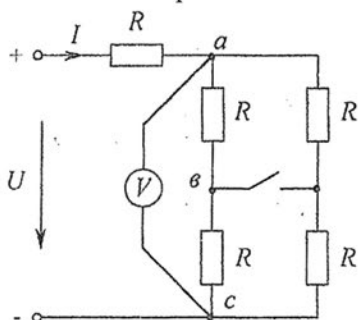


Рис. 7

Решение:

1. При замкнутом ключе параллельные участки ab и bc (10а) соединяются последовательно

$$R_{экв} = R_{ac} + R = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} + R = 2R$$

$$I = \frac{U}{R_{экв}} = \frac{U}{2R} = \frac{30}{4} \text{ А}$$

Вольтметр показывает:

$$U = I \cdot R_{ac} \approx \frac{30}{4} \cdot 2 = 15 \text{ В}$$

2. При размыкании ключа параллельно соединяются сопротивления участка ac

$$R_{э\kappa\text{в}} = R_{ac} + R = \frac{R+R}{2} + R = 2R$$

$$I = \frac{U}{R_{э\kappa\text{в}}} = \frac{U}{2R} = \frac{30}{4} \text{ А}$$

Вольтметр показывает:

$$U = I \cdot R_{ac} \approx \frac{30}{4} \cdot 2 = 15 \text{ В}$$

Пример 2. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис.8).

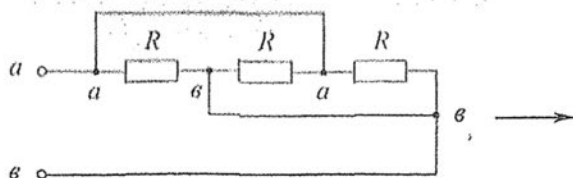


Рис. 8

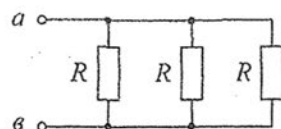


Рис. 9

На коротком потенциале точек один и тот же, поэтому их можно объединить. Благодаря этому видно, что элементы подключены к одной и той же паре узлов, т. е. соединены параллельно (рис. 9).

$$R_{э\kappa\text{в}} = R_{ab} = \frac{R}{3}$$

Пример 3. Определить эквивалентное сопротивление для схемы (рис.10) относительно полюсов a и b при заземлении двух точек c и d . Сопротивление резисторов $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}$; $R_4 = 9 \text{ Ом}$; $R_5 = 2 \text{ Ом}$.

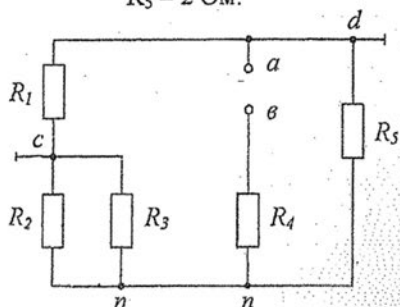


Рис. 10

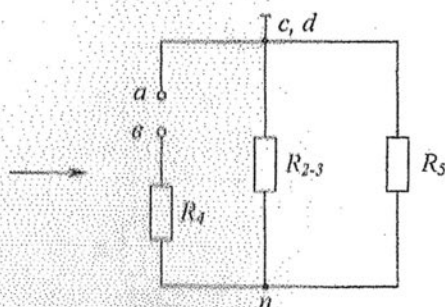


Рис. 11

Решение:

При заземлении двух точек c и d образуются две точки равного (нулевого) потенциала, которые могут быть объединены в одну (рис. 11).

Резистор R_1 при этом окажется закороченным.

$$R_{2-3} = \frac{R}{n} = \frac{4}{2} = 2 \text{ Ом}$$

$$R_{\text{эке}} = R_4 + \frac{R_{2-3} \cdot R_5}{R_{2-3} + R_5} = 9 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 10 \text{ Ом}$$

Расчетно – графическая работа № 1

ЗАДАЧА 1. Для электрической цепи (рис. 1.1) с параметрами, заданными в табл. 1 определить эквивалентное (входное) сопротивление относительно зажимов источника питания и ток в ветви источника питания.

ПРИМЕЧАНИЯ: 1. Если $R=0$, сопротивление закорочено $\bullet \text{---} \bullet$ (резистор убрать).

2. Если $R=\infty$, в цепи разрыв, $I=0$ (ветвь из схемы убрать).

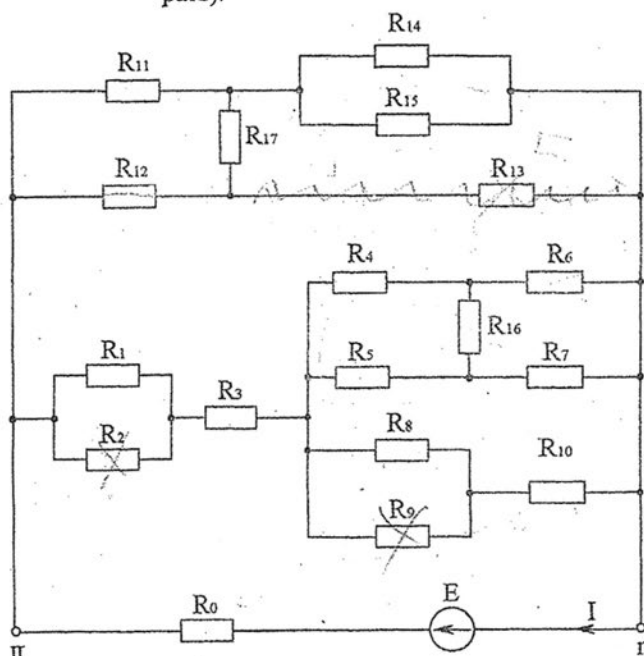


Рис. 1.1

Таблица 1

Вариант	Данные для расчета																		
	E, В	R ₀ , ОМ	R ₁ , ОМ	R ₂ , ОМ	R ₃ , ОМ	R ₄ , ОМ	R ₅ , ОМ	R ₆ , ОМ	R ₇ , ОМ	R ₈ , ОМ	R ₉ , ОМ	R ₁₀ , ОМ	R ₁₁ , ОМ	R ₁₂ , ОМ	R ₁₃ , ОМ	R ₁₄ , ОМ	R ₁₅ , ОМ	R ₁₆ , ОМ	R ₁₇ , ОМ
1	50	0,2	2	3	6	2	∞	2	4	∞	6	0,6	3	0	5	2	8	∞	6
2	50	0,2	2	6	3	2	0	3	6	4	∞	0,6	5,2	∞	1	8	2	0	0,6
3	100	0,1	2	0	3	2	6	2	0	6	4	0,6	1,4	2	8	8	2	2	∞
4	100	0,2	3	6	3	2	2	2	6	4	4	0,6	3	2	∞	2	8	2	4
5	100	0,3	3	3	6	2	0	3	2	6	4	0,6	4	4	0	8	2	4	1,6
6	100	0,1	2	6	3	2	8	∞	2	4	6	0,6	∞	4	2	2	8	2	0,4
7	50	0,2	2	3	6	4	2	2	∞	6	4	0,6	6	1	3	0	2	4	6
8	50	0,3	2	6	3	2	∞	0	0	4	6	0,6	3	3	2	∞	∞	10	3
9	50	0,4	3	3	6	2	1	6	3	6	4	0,6	0	0	6	8	8	0	10
10	60	0,2	3	2	6	2	2	2	4	∞	5	1	3	0	6	2	8	∞	6
11	60	0,4	2	6	3	5	4	3	6	4	∞	0,8	1	8	2	8	3	0	3
12	60	0,2	3	∞	5	5	4	8	∞	2	6	0,6	6	3	1,6	2	8	2	0
13	80	0,2	2	0	3	5	2	2	4	5	0	6	7	5	∞	2	3	4	5
14	80	0,1	8	5	2	3	4	4	1	2	5	0	∞	2	3	4	4	5	5
15	80	0,2	6	5	3	∞	3	1	4	4	2	2	5	0	6	6	∞	3	2
16	80	0,3	6	5	3	∞	55	0	5	5	4	4	∞	2	1	6	4	4	2
17	100	0,4	5	5	0	2	5	3	4	5	∞	2	3	4	5	0	2	3	2
18	100	0,4	6	6	8	8	7	3	4	6	6	2	∞	5	5	2	2	6	0
19	100	0,2	3	4	5	∞	2	0	3	3	4	4	5	∞	6	6	2	3	2
20	100	0,2	3	5	4	2	∞	∞	6	7	0	8	8	3	∞	4	4	5	6

Продолжение таблицы 1

Вариант	Данные для расчета																		
	E, В	R ₀ , Ом	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	R ₇ , Ом	R ₈ , Ом	R ₉ , Ом	R ₁₀ , Ом	R ₁₁ , Ом	R ₁₂ , Ом	R ₁₃ , Ом	R ₁₄ , Ом	R ₁₅ , Ом	R ₁₆ , Ом	R ₁₇ , Ом
21	100	0,2	4	5	1,6	2	∞	3	3	2	∞	2	5	6	0	3	4	5	5
22	100	0,2	3	4	5	8	0	2	2	1	4	5	∞	3	3	0	2	4	6
23	100	0,2	3	6	6	6	6	∞	8	0	2	4	5	6	∞	7	8	8	8
24	20	0,2	3	6	5	∞	2	4	5	5	5	6	6	∞	2	3	3	0	2
25	120	0,3	0,3	6	6	∞	0	3	3	4	5	6	7	8	∞	2	3	4	5
26	120	0,3	3	5	6	7	8	8	7	6	∞	5	5	4	0	3	3	∞	2
27	120	0,5	6	7	8	∞	2	0	3	4	5	5	6	6	6	7	7	8	8
28	140	0,4	8	6	7	5	∞	4	3	2	1	0	3	2	∞	1	2	3	4
29	140	0,3	8	5	3	2	1	∞	2	2	6	6	5	5	4	∞	3	3	∞
30	140	0,4	5	6	7	∞	2	3	4	5	5	6	6	∞	3	2	0	1	1
31	140	0,7	3	2	2	4	4	∞	5	5	5	6	∞	7	7	0	8	8	6
32	150	0,5	2	1	3	∞	4	5	5	6	8	8	9	0,6	0	3	∞	2	1
33	150	0,4	2	∞	0	1	2	3	3	3	4	4	∞	5	5	6	8	3	4
34	150	0,5	1	2	3	4	4	∞	5	5	5	6	0	7	7	∞	3	4	5
35	150	0,5	2	2	0	3	3	0	4	4	4	5	5	∞	6	6	1,4	1,4	1,4
36	150	0,5	3	3	4	∞	5	5	6	6	2	2	0	7	7	∞	8	8	8
37	150	0,2	6	6	10	5	5	∞	4	4	3	3	1	2	0	5	5	6	6
38	150	0,4	8	8	6	5	5	5	∞	4	4	2	2	0	3	3	∞	5	4
39	120	0,3	9	9	8	∞	7	7	7	6	5	4	3	∞	2	1	0	5	5
40	120	0,3	2	4	5	∞	2	3	4	5	5	5	6	∞	2	2	1	0	5

Вариант	Данные для расчета																		
	E, В	R ₀ , ОМ	R ₁ , ОМ	R ₂ , ОМ	R ₃ , ОМ	R ₄ , ОМ	R ₅ , ОМ	R ₆ , ОМ	R ₇ , ОМ	R ₈ , ОМ	R ₉ , ОМ	R ₁₀ , ОМ	R ₁₁ , ОМ	R ₁₂ , ОМ	R ₁₃ , ОМ	R ₁₄ , ОМ	R ₁₅ , ОМ	R ₁₆ , ОМ	R ₁₇ , ОМ
41	120	0,4	3	5	6	0	∞	2	2	1	1	5	5	6	6	∞	7	7	7
42	120	0,3	2	2	5	5	5	6	6	2	3	4	0	5	5	6	∞	2	2
43	120	0,4	3	3	3	∞	4	4	6	6	6	6	8	∞	0	58	5	5	6
44	120	0,2	4	4	4	4	10	5	5	5	6	6	0	7	8	∞	5	3	3
45	120	0,3	2	2	3	3	∞	5	0	6	6	6	7	7	7	∞	8	2	2
46	100	0,2	5	5	5	∞	2	0	∞	5	5	6	6	8	8	9	9	3	3
47	100	0,4	3	3	3	6	0	∞	5	5	6	6	4	4	6	6	∞	2	2
48	100	0,2	3	2	4	∞	5	6	7	∞	8	8	5	0	4	4	1	1	6
49	100	0,3	5	5	5	0	2	2	3	3	3	3	4	4	∞	5	5	5	5
50	100	0,4	8	8	0	6	6	∞	5	5	3	3	4	4	5	5	∞	2	8
51	90	0,4	5	4	3	1	∞	2	2	1	1	5	0	6	∞	3	3	4	4
52	90	0,4	6	6	3	2	2	5	∞	0	6	6	7	7	8	8	6	6	6
53	90	0,4	6	3	2	∞	4	4	5	6	0	7	7	∞	8	8	3	3	5
54	90	0,3	5	4	2	2	∞	3	3	5	5	0	6	7	8	∞	9	9	0,8
55	90	0,3	6	∞	7	7	0	8	8	8	6	6	∞	5	5	5	4	4	4
56	80	0,4	8	3	10	2	2	0	3	3	3	4	4	∞	5	5	6	8	7
57	80	0,3	5	5	6	6	0	∞	3	3	4	4	2	2	5	∞	6	6	6
58	80	0,5	6	7	7	∞	8	6	5	∞	4	4	3	3	0	2	1	5	5
59	80	0,6	4	5	3	3	∞	2	2	0	2	2	4	4	5	∞	1	2	4
60	60	0,3	8	4	4	5	0	6	∞	2	2	4	4	∞	5	5	6	6	10

Продолжение таблицы 1

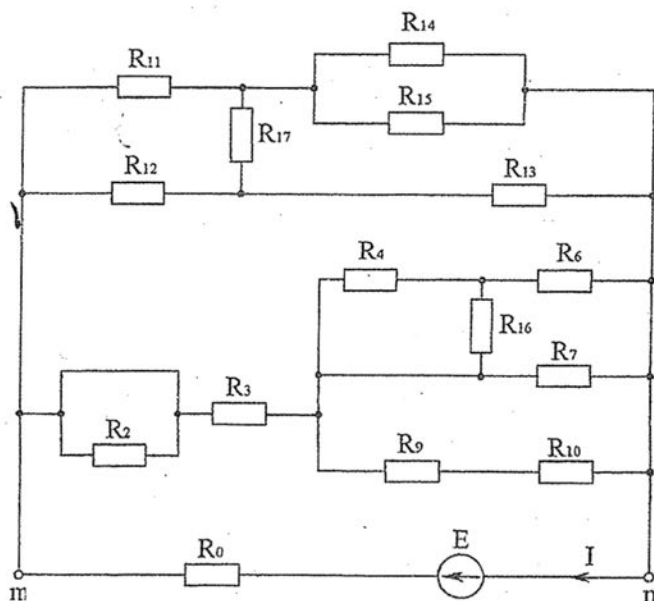
Вариант	Данные для расчета																		
	E, В	R ₀ , Ом	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	R ₇ , Ом	R ₈ , Ом	R ₉ , Ом	R ₁₀ , Ом	R ₁₁ , Ом	R ₁₂ , Ом	R ₁₃ , Ом	R ₁₄ , Ом	R ₁₅ , Ом	R ₁₆ , Ом	R ₁₇ , Ом
61	60	0,2	8	3	3	4	5	6	0	7	7	8	8	∞	9	9	3	3	∞
62	60	0,2	5	5	0	∞	2	2	∞	6	6	7	7	5	4	4	2	2	8
63	60	0,5	3	4	5	5	6	0	4	∞	3	5	6	∞	7	7	3	4	5
64	60	0,3	6	5	8	4	2	1	1	2	0	5	5	6	∞	3	3	3	3
65	60	0,4	8	3	0	5	5	5	∞	6	6	6	4	4	4	∞	2	2	5
66	50	0,4	5	3	3	0	2	2	2	∞	5	5	6	6	∞	4	4	8	6
67	50	0,5	8	4	4	5	0	∞	3	2	1	1	6	7	8	∞	5	5	5
68	50	0,4	3	2	10	0	5	4	3	3	2	2	1	∞	2	2	1	3	5
69	50	0,3	7	6	5	4	∞	3	3	2	2	2	0	1	2	∞	2	2	2
70	50	0,3	6	3	4	5	0	2	∞	3	3	3	4	4	4	4	∞	5	5
71	60	0,6	8	3	5	2	2	1	1	1	5	5	5	0	4	4	7	∞	5
72	60	0,7	5	5	0	4	4	4	3	3	2	2	1	∞	10	10	∞	2	2
73	60	0,6	3	4	5	8	2	0	1	2	3	4	5	∞	3	∞	1	2	6
74	60	0,2	8	3	3	0	5	5	∞	6	6	6	7	7	7	6	6	∞	6
75	60	0,4	6	6	6	∞	5	5	5	0	4	4	4	4	3	3	∞	2	2
76	40	0,2	5	5	12	4	4	0	3	3	3	2	2	2	∞	5	5	6	6
77	40	0,2	8	3	3	0	4	4	4	4	4	∞	5	5	6	8	∞	7	7
78	40	0,2	7	4	4	5	∞	6	6	0	3	3	4	5	5	∞	6	6	6
79	40	0,3	4	2	2	5	5	0	6	6	6	∞	7	7	7	8	∞	2	2
80	40	0,4	5	5	6	6	7	7	0	8	8	3	∞	6	6	5	4	∞	2

Вариант	Данные для расчета																		
	E, В	R ₀ , Ом	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	R ₇ , Ом	R ₈ , Ом	R ₉ , Ом	R ₁₀ , Ом	R ₁₁ , Ом	R ₁₂ , Ом	R ₁₃ , Ом	R ₁₄ , Ом	R ₁₅ , Ом	R ₁₆ , Ом	R ₁₇ , Ом
81	30	0,3	3	4	5	5	6	6	0	7	∞	5	5	4	∞	3	3	3	3
82	30	0,2	7	7	0	5	5	5	∞	4	4	4	3	3	3	2	∞	5	5
83	30	0,5	5	5	4	∞	3	3	2	0	1	2	3	3	4	∞	5	5	6
84	30	0,4	6	6	7	7	3	3	0	2	2	1	1	∞	2	3	4	5	∞
85	30	0,5	6	6	8	8	0	7	7	3	3	∞	4	4	5	5	∞	2	2
86	20	0,2	3	4	5	5	0	6	6	∞	3	4	5	5	∞	6	6	7	8
87	20	0,2	5	5	4	4	∞	3	3	8	8	6	6	0	2	2	∞	5	5
88	20	0,4	6	6	5	0	6	6	∞	3	3	4	4	∞	5	5	5	6	6
89	20	0,5	3	3	0	4	4	5	5	6	6	6	∞	2	2	2	∞	3	3
90	20	0,2	7	7	6	6	5	5	0	4	4	4	3	3	∞	5	5	5	∞
91	150	0,5	3	3	4	4	0	5	5	5	∞	6	6	7	7	8	8	9	∞
92	150	0,5	5	5	0	4	4	∞	3	3	2	2	∞	1	1	5	5	4	4
93	150	0,5	6	6	15	2	2	4	4	5	0	6	6	6	7	7	7	∞	5
94	150	0,6	3	4	5	∞	2	2	0	1	1	5	5	5	6	6	∞	3	3
95	150	0,5	5	4	3	6	0	5	5	4	4	4	3	∞	2	2	1	∞	8
96	140	0,4	3	4	4	5	5	0	6	6	6	7	7	7	∞	5	5	4	∞
97	140	0,4	4	4	5	5	6	∞	8	0	3	3	4	5	6	6	∞	2	5
98	140	0,4	5	5	5	6	6	6	0	7	7	7	∞	9	3	3	2	∞	4
99	140	0,6	3	3	4	∞	5	0	6	6	6	8	8	8	6	6	6	∞	5
100	120	0,2	4	4	4	3	4	5	0	6	∞	5	5	5	∞	6	9	8	6

Пример расчета задачи 1

Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 1.1, определить эквивалентное (входное) сопротивление относительно зажимов источника питания и ток в ветви источника питания.

Заданы параметры электрической цепи рис. 1.1, в соответствии с которыми показана электрическая рабочая схема рис. 1.2:



$R_0 = 0,5 \text{ Ом}$
 $R_1 = 0$
 $R_2 = 4 \text{ Ом}$
 $R_3 = 4 \text{ Ом}$
 $R_4 = 4 \text{ Ом}$
 $R_5 = 0$
 $R_6 = 4 \text{ Ом}$
 $R_7 = 5 \text{ Ом}$
 $R_8 = \infty$
 $R_9 = 8 \text{ Ом}$
 $R_{10} = 8 \text{ Ом}$
 $R_{11} = 15 \text{ Ом}$
 $R_{12} = 15 \text{ Ом}$
 $R_{13} = 7 \text{ Ом}$
 $R_{14} = 8 \text{ Ом}$
 $R_{15} = 8 \text{ Ом}$
 $R_{16} = 6 \text{ Ом}$
 $R_{17} = 15 \text{ Ом}$
 $E = 128 \text{ В}$

Рис. 1.2

Решение:

Для определения $R_{\text{экв}}$ данную цепь разбиваем на участки. В каждом участке, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы эквивалентными сопротивлениями, упрощаем схему.

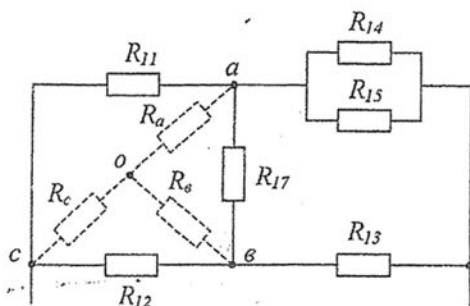


Рис. 1.3

Для участка схемы (рис. 1.3) преобразуем треугольник abc в эквивалентную звезду (11):

$$R_a = \frac{R_{11} \cdot R_{17}}{R_{11} + R_{12} + R_{17}} = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15 + 15} = 5 \text{ Ом}$$

$$R_b = \frac{R_{12} \cdot R_{17}}{R_{11} + R_{12} + R_{17}} = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15 + 15} = 5 \text{ Ом}$$

$$R_c = \frac{R_{11} \cdot R_{12}}{R_{11} + R_{12} + R_{17}} = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15 + 15} = 5 \text{ Ом}$$

Определяем эквивалентное сопротивление R_a упрощенного участка схемы (рис. 1.3).

$$R_I = \frac{R_{14} \cdot R_{15}}{R_{14} + R_{15}} = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = 4 \text{ Ом}$$

$$R_{II} = R_a + R_I = 5 + 4 = 9 \text{ Ом}$$

$$R_{III} = R_6 + R_{13} = 5 + 7 = 12 \text{ Ом}$$

$$R_a = R_c + \frac{R_{II} \cdot R_{III}}{R_{II} + R_{III}} = 5 + \frac{9 \cdot 12}{9 + 12} = 10,14 \text{ Ом}$$

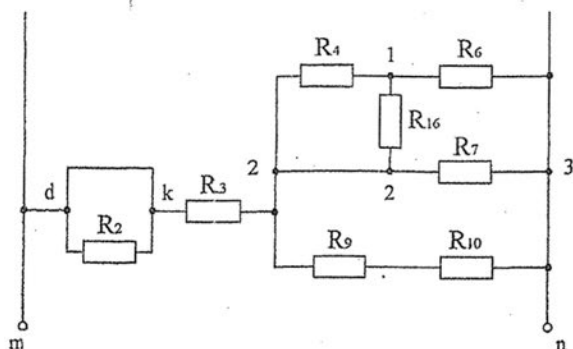


Рис. 1.4

На рис. 1.4 сопротивление R_2 закорочено нулевым сопротивлением $R_1=0$.

$$R_{dk} = \frac{R_2 \cdot 0}{R_2 + 0} = 0$$

Ток потечет по наименьшему сопротивлению, т. е. по закоротке. Если вместо R_2 будет несколько параллельных сопротивлений, они все будут закорочены.

$$R_{IV} = R_3 = 4 \text{ Ом}$$

Ветви R_4 и R_{16} присоединены к одной паре узлов 1 и 2, следовательно они соединены параллельно.

$$R_V = \frac{R_4 \cdot R_{16}}{R_4 + R_{16}} + R_6 = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} + 4 = 6,4 \text{ Ом}$$

$$R_{VI} = \frac{R_V \cdot R_7}{R_V + R_7} = \frac{6,4 \cdot 5}{6,4 + 5} = 2,8 \text{ Ом}$$

$$R_{VII} = R_9 + R_{10} = 8 + 3 = 11 \text{ Ом}$$

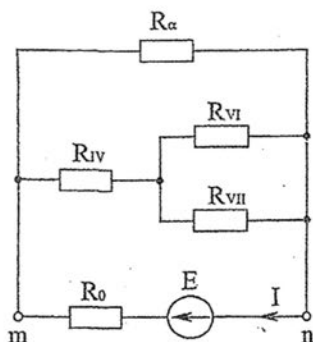


Рис. 1.5

В результате преобразований получена схема рис. 1.5.

$$R_{\beta} = \frac{R_{VI} \cdot R_{VII}}{R_{VI} + R_{VII}} = \frac{2,8 \cdot 11}{2,8 + 11} = 2,23 \text{ Ом}$$

$$R_{\gamma} = R_{IV} + R_{\beta} = 4 + 2,23 = 6,23 \text{ Ом}$$

Эквивалентное сопротивление относительно зажимов источника питания (рис. 1.6).

$$R_{\text{экв}} = \frac{R_{\alpha} \cdot R_{\gamma}}{R_{\alpha} + R_{\gamma}} = \frac{10,14 \cdot 6,23}{10,14 + 6,23} = 3,86 \text{ Ом}$$

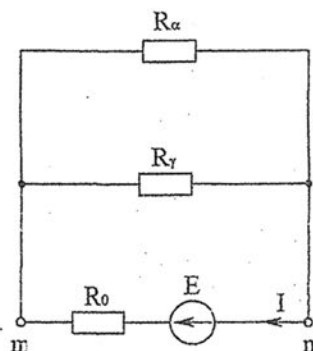


Рис. 1.6

Ток в ветви источника питания определяют по закону Ома

$$I = \frac{E}{R_{\text{экв}} + R_0} = \frac{128}{3,86 + 0,5} = 29,36 \text{ А}$$

ЗАДАЧА 2: Для электрической цепи, схема которой соответствует номеру варианта в табл. 2 и изображенной на рис. 2.1 – 2.20, выполнить следующее:

1. Составить систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы методом законов Кирхгофа, не решая её.
2. Упростить схему, преобразовав её в эквивалентную схему с двумя узлами путем замены пассивного «треугольника» сопротивлений в эквивалентную «звезду».
3. Определить токи в упрощенной схеме методом узлового напряжения.
4. Возвратиться к исходной схеме и из уравнений, составленных по законам Кирхгофа определить остальные токи.
5. Проверить баланс мощностей.

Таблица 2

Вариант	Рисунок	Данные для расчета								
		R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	E ₁ , В	E ₂ , В	E ₃ , В
1	2.1	1	1	1	6	6	4	12	5	10
2	2.14	1	2	4	6	8	10	10	15	26
3	2.13	2	4	6	8	6	10	8	12	8
4	2.16	2	1	2	4	2,5	1,5	120	114	100
5	2.4	5	6	1,5	1,5	3	2	110	104	100
6	2.15	1	1,5	2	5	3	2	100	90	105
7	2.2	1,75	2,5	4	1,5	6	6	12	24	0
8	2.17	2	1	2	4	4	8	24	24	40
9	2.18	3,2	6	9	10	2	8	24	40	20
10	2.5	2	2	3	3	4	4	12	16	20
11	2.6	2	2	6	6	4	4	24	12	0
12	2.7	2	2	2	4	6	0	12	24	12
13	2.10	2	2	4	10	10	10	24	12	24
14	2.11	2	1	6	8	4	10	12	20	30
15	2.12	5	2	1	10	4	2	10	20	30
16	2.3	2	2	3	10	4	5	20	10	0
17	2.8	2	2	2	6	6	6	12	6	12
18	2.9	2	2	2	6	6	0	12	6	0
19	2.19	2	4	8	10	2	4	24	12	24
20	2.20	1	2	4	10	5	1	12	12	20
21	2.1	1	1	1	6	6	4	10	12	18
22	2.14	1	2	4	6	8	10	25	15	10
23	2.13	2	4	6	8	6	10	8	8	12
24	2.16	3	1	2	4	1,5	2,5	115	116	110
25	2.4	5	6	1,8	1,8	2,5	3	115	109	110
26	2.15	1,5	1	2	5	3	3	105	95	110
27	2.2	3	2	4	2	4	8	12	15	0
28	2.17	1,5	3	7	2	4	2	12	16	32
29	2.18	8	9	3	4	8	4	40	30	25
30	2.5	2	2	3	3	4	4	10	15	20
31	2.6	2	2	6	6	4	4	12	24	0
32	2.7	2	2	2	4	6	0	12	24	12
33	2.10	2	2	4	10	10	10	12	24	12
34	2.11	2	1	6	8	4	10	30	20	12

Продолжение таблицы 2

Вариант	Рисунок	Данные для расчета								
		R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	E ₁ , В	E ₂ , В	E ₃ , В
35	2.12	5	2	1	10	4	2	30	20	10
36	2.3	2	2	4	10	5	3	10	20	0
37	2.19	2	4	8	10	2	4	20	30	30
38	2.8	2	2	2	6	6	6	6	12	6
39	2.9	2	2	4	6	6	0	6	12	0
40	2.20	1	2	4	10	5	1	15	20	30
41	2.1	1	1	1	6	6	4	15	10	5
42	2.14	1	2	4	6	8	10	20	12	8
43	2.13	2	4	6	8	6	10	15	10	20
44	2.16	5	4	2	2	2	1,5	125	119	120
45	2.4	5	4	2,4	2,4	1,5	3	125	118	130
46	2.15	2	1,5	1	5	3	4	110	100	115
47	2.2	3,5	3	4	4	2	2	16	24	8
48	2.17	2	4	3	8	4	4	20	25	24
49	2.18	2,5	2	3	6	3	9	16	15	24
50	2.5	2	2	3	3	4	4	15	10	18
51	2.6	2	2	6	6	4	4	25	15	0
52	2.7	2	2	2	4	6	0	15	25	10
53	2.10	2	2	4	10	10	10	12	6	12
54	2.11	2	1	6	8	4	10	8	12	20
55	2.12	5	2	1	10	4	2	20	10	30
56	2.3	2	2	3	10	4	5	15	5	0
57	2.19	2	4	8	10	2	4	10	20	30
58	2.8	2	2	2	6	6	6	12	6	24
59	2.9	2	2	2	6	6	0	12	6	0
60	2.20	1	2	4	10	5	1	30	20	15
61	2.1	1	1	1	6	6	4	20	10	15
62	2.14	1	2	4	6	8	10	8	120	8
63	2.13	2	4	6	8	6	10	20	15	10
64	2.16	1	2	7	2	2	1,5	120	115	125
65	2.4	5	4	2,7	2,7	2,7	2	130	122	100
66	2.15	0,5	1	1,5	5	3	5	115	105	120
67	2.2	4	1	6	3,25	8	2	20	12	0
68	2.17	1,2	1,6	2,6	6	8	6	30	20	25

Вариант	Рисунок	Данные для расчета								
		R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом	E ₁ , В	E ₂ , В	E ₃ , В
69	2.18	6	4	4,2	2	8	10	40	30	25
70	2.5	2	2	3	3	4	4	12	14	16
71	2.6	2	2	6	6	4	4	10	20	0
72	2.7	2	2	2	4	6	0	8	12	8
73	2.10	2	2	4	10	10	10	20	24	12
74	2.11	2	1	6	8	4	10	20	8	12
75	2.12	5	2	1	10	4	2	20	30	10
76	2.3	2	2	5	10	4	2	10	5	0
77	2.19	2	4	8	10	2	4	12	24	25
78	2.8	2	2	2	6	6	6	10	20	25
79	2.9	2	2	2	6	6	0	10	20	0
80	2.20	1	2	4	10	5	1	12	20	13
81	2.1	1	1	1	6	6	4	5	10	15
82	2.14	1	2	4	6	8	10	15	10	25
83	2.13	2	4	6	8	6	10	12	8	8
84	2.16	4	1	2	4	2	1,5	112	126	115
85	2.4	5	6	2,1	2,1	2	2	120	113	109
86	2.15	1	0,5	1,5	5	5	4	4	110	125
87	2.2	3,5	3,25	3	2,5	3	6	25	20	0
88	2.17	2,8	3,8	3,1	4	3	3	32	10	24
89	2.18	8	2	3	4	4	8	20	16	30
90	2.5	2	2	3	3	4	4	25	20	15
91	2.6	2	2	6	6	4	4	15	18	0
92	2.7	2	2	2	4	6	0	20	10	15
93	2.10	2	2	4	10	10	10	6	12	6
94	2.11	2	1	6	8	4	10	20	12	30
95	2.12	5	2	1	10	4	2	30	10	20
96	2.3	2	2	3	10	4	5	5	20	0
97	2.19	2	4	8	10	2	4	24	24	12
98	2.8	2	2	2	6	6	6	18	9	24
99	2.9	2	2	2	6	6	0	18	9	0
100	2.20	1	2	4	10	5	1	20	12	12
101	2.1	3	3	3	6	6	4	12	5	10
102	2.14	1	2	7	9	9	9	20	12	18

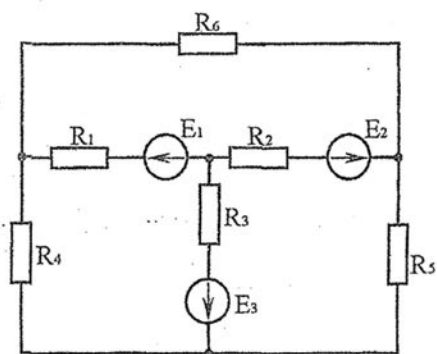


Рис. 2.1

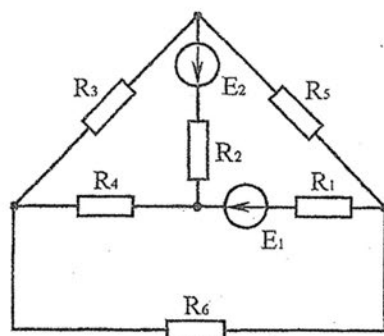


Рис. 2.2

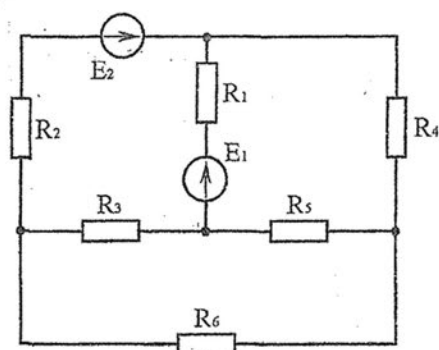


Рис. 2.3

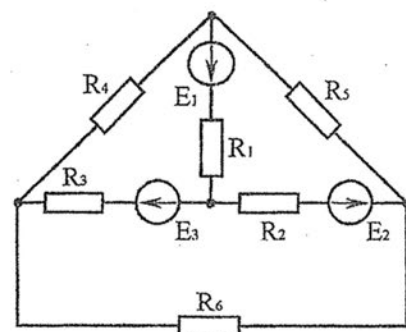


Рис. 2.4

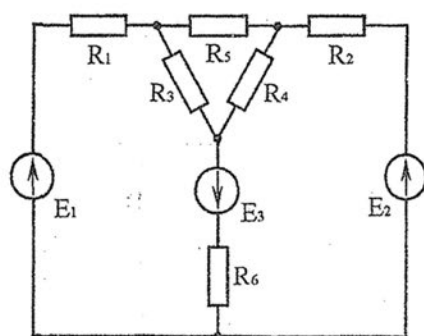


Рис. 2.5

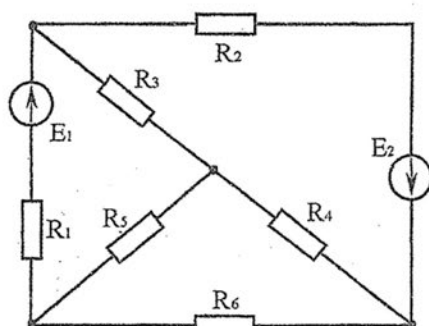


Рис. 2.6

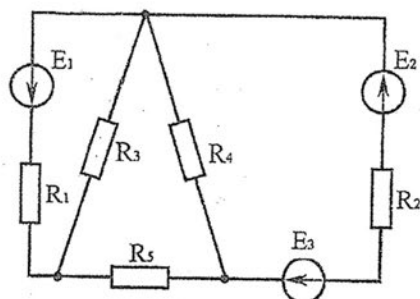


Рис. 2.7

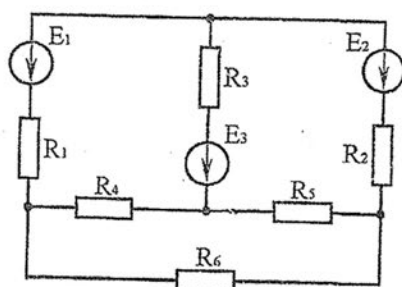


Рис. 2.8

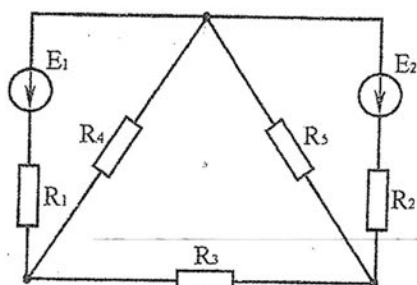


Рис. 2.9

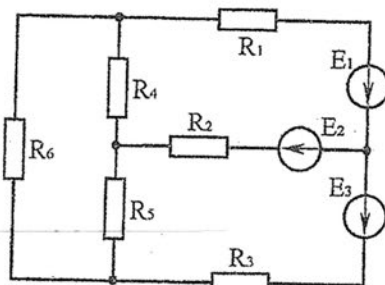


Рис. 2.10

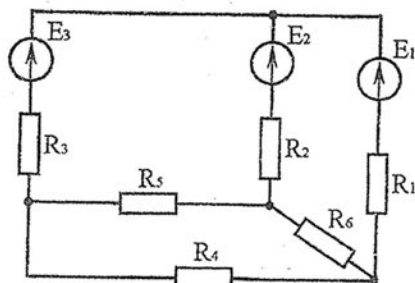


Рис. 2.11

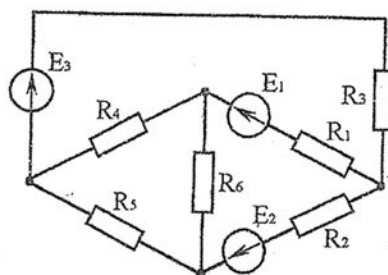


Рис. 2.12

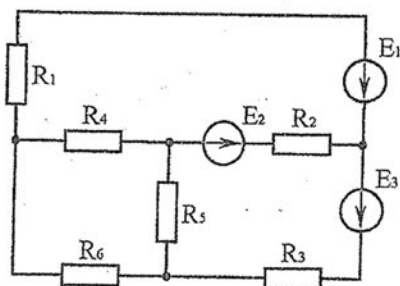


Рис. 2.13

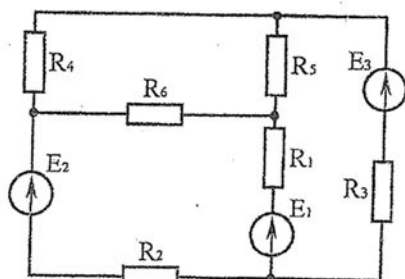


Рис. 2.14

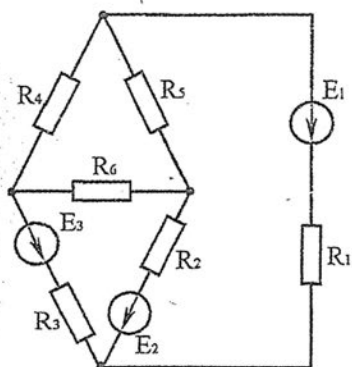


Рис. 2.15

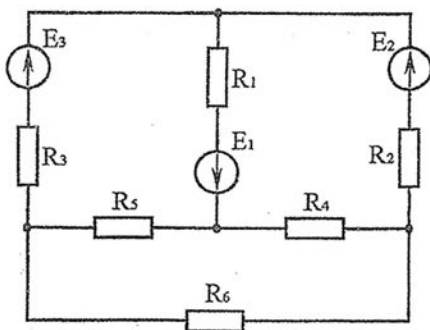


Рис. 2.16

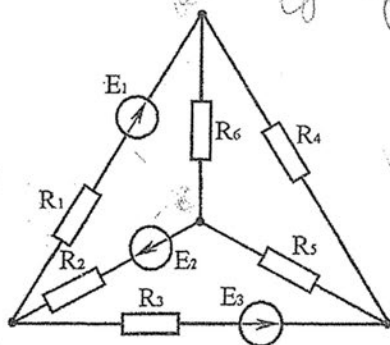


Рис. 2.17

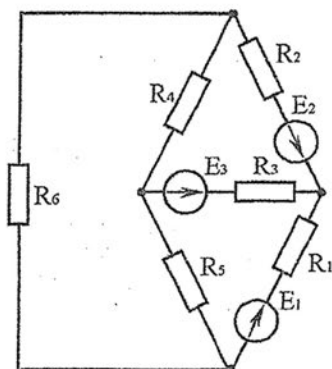


Рис. 2.18

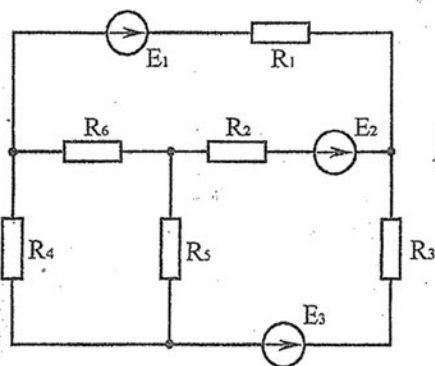


Рис. 2.19

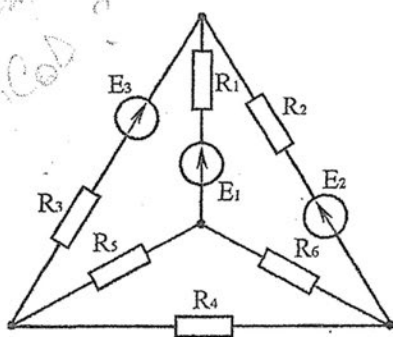
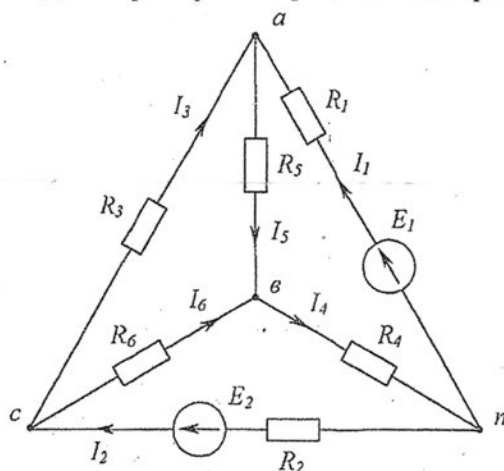


Рис. 2.20

Пример расчета задачи 2

Заданы параметры электрической схемы рис. 12:



$R_1 = 10 \text{ Ом}$
 $R_2 = 10 \text{ Ом}$
 $R_3 = 10 \text{ Ом}$
 $R_4 = 5 \text{ Ом}$
 $R_5 = 5 \text{ Ом}$
 $R_6 = 5 \text{ Ом}$
 $E_1 = 100 \text{ В}$
 $E_2 = 50 \text{ В}$

Рис. 12

Решение:

1. В приведенной электрической цепи (рис. 12) четыре узла, шесть ветвей, следовательно, для определения токов в ветвях методом законов Кирхгофа необходимо составить систему из шести уравнений для неизвестных токов. Решать не надо.

Узел <i>a</i>	$I_1 + I_3 - I_5 = 0$
Узел <i>b</i>	$I_6 + I_5 - I_4 = 0$
Узел <i>n</i>	$I_4 - I_1 - I_2 = 0$
Контур <i>can</i>	$I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = -E_1 + E_2$
Контур <i>cвn</i>	$I_6 \cdot R_6 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = E_2$
Контур <i>авn</i>	$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 = E_1$

Решив систему уравнений относительно токов в ветвях, можно определить все неизвестные токи.

2. Метод узлового напряжения эффективен при расчете электрических цепей с двумя узлами и большим количеством параллельных ветвей или более сложных схем, которые легко могут быть приведены к двухузловым. Изображенная схема на рис. 12 — четырехузловая. Выделим треугольник *авс* пассивных элементов и преобразуем его в эквивалентную звезду (рис. 13).

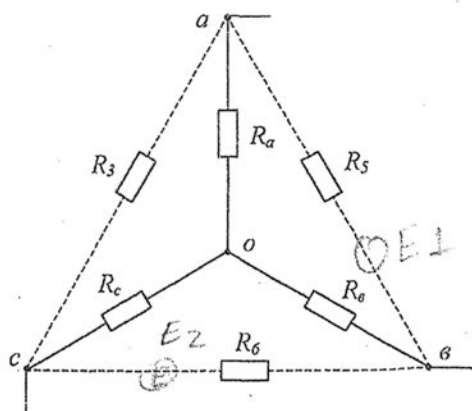


Рис. 13

Сопротивления лучей «звезды» определяются по формулам (11):

$$R_a = \frac{R_5 \cdot R_3}{R_5 + R_6 + R_3} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 5 + 10} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ Ом}$$

$$R_b = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6 + R_3} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5 + 10} = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ Ом}$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_6}{R_5 + R_6 + R_3} = \frac{10 \cdot 5}{5 + 5 + 10} = \frac{50}{20} = 2,5 \text{ Ом}$$

В результате преобразований получена двухузловая схема рис. 14

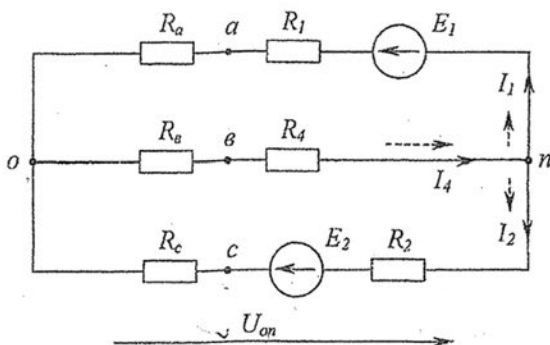


Рис. 14

3. Сущность метода узлового напряжения заключается в том, что сначала определяют:

3.1. Величину напряжения, которое возникает между двумя узлами «о» и «n» по формуле:

$$U_{on} = \frac{\sum_{k=1}^m E_k \cdot G_k}{\sum_{k=1}^n G_k}, \quad (12)$$

где n — число параллельных ветвей цепи;

m — число ветвей, содержащих источники ЭДС;

G_k — проводимости ветвей.

Рассчитываем проводимости ветвей схемы рис. 14:

$$G_1 = \frac{1}{R_a + R_1} = \frac{1}{12,5} = 0,08 \text{ См}$$

0,25

$$G_2 = \frac{1}{R_c + R_2} = \frac{1}{12,5} = 0,08 \text{ См}$$

0,25

$$G_4 = \frac{1}{R_e + R_4} = \frac{1}{6,25} = 0,16 \text{ См}$$

0,25

Направление узлового напряжения указывается произвольно, положительный знак ответа подтверждает правильность выбора. Отрицательный знак ответа указывает на то, что истинное направление – противоположно.

Произведение $E_k \cdot G_k$ (12) берут со знаком «-», когда E_k совпадает с выбранным напряжением U_{on} .

Возвращаясь к схеме (рис. 14)

$$U_{on} = \frac{E_1 \cdot G_1 + E_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{100 \cdot 0,08 + 50 \cdot 0,08}{0,16 + 0,08 + 0,08} = 37,5 \text{ В}$$

3.2. Токи в ветвях схемы (рис. 14) определяют по обобщенному закону Ома:

$$I_k = (\pm E_k \pm U_{on}) \cdot G_k \quad (13)$$

Правило знаков к формуле (13).

Если E_k и узловое напряжение U_{on} направлены к тому же узлу, что и ток, то их берут с «+», а если к другому узлу – то с «-».

$$I_1 = (E_1 - U_{on}) \cdot G_1 = (100 - 37,5) \cdot 0,08 = 5 \text{ А}$$

5,5

$$I_2 = (E_2 - U_{on}) \cdot G_2 = (50 - 37,5) \cdot 0,08 = 1 \text{ А}$$

4

$$I_4 = U_{on} \cdot G_4 = 37,5 \cdot 0,16 = 6 \text{ А}$$

6,5

3.3. Выполняем проверку правильности расчета по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 = I_4$$

3.4. Переносим токи на исходную схему (рис. 15) с учетом их истинного направления.

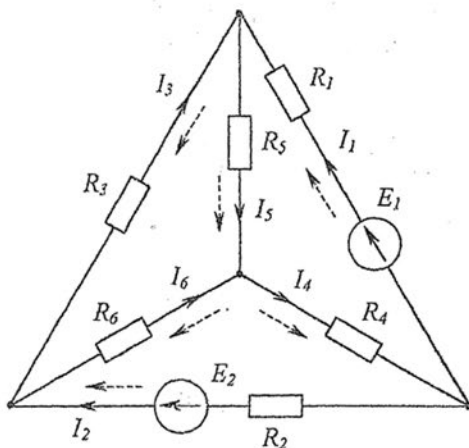


Рис. 15

4. Произвольно показываем направления токов I_3 , I_5 , I_6 и определяем их величины, используя второй закон Кирхгофа.

Для контура *авп*

$$I_5 \cdot R_5 + I_4 \cdot R_4 + I_1 \cdot R_1 = E_1$$

$$I_5 = \frac{E_1 - I_4 \cdot R_4 - I_1 \cdot R_1}{R_5} = \frac{100 - 6 \cdot 5 - 5 \cdot 10}{5} = 4 \text{ A}$$

Для контура *свп*

$$I_6 \cdot R_6 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = E_2$$

$$I_6 = \frac{E_2 - I_4 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2}{R_6} = \frac{50 - 6 \cdot 5 - 1 \cdot 10}{5} = 2 \text{ A}$$

Для контура *сап*

$$I_3 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = -E_1 + E_2$$

$$I_3 = \frac{-E_1 + E_2 + I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{-100 + 50 + 5 \cdot 10 - 1 \cdot 10}{10} = -1 \text{ A}$$

Показываем на схеме рис. 15 истинное направление токов I_3, I_5, I_6 .

5. Проверка правильности расчета задачи осуществляется по уравнению баланса мощностей. Сумма мощностей источников равна сумме мощностей приемников.

$$\sum P_{ист} = \sum P_{пр}$$

где $P_{ист} = E_k \cdot I_k$ - мощность источника, Вт, кВт;

$P_{пр} = E_k \cdot I_k$ - мощность активного приемника, Вт, кВт;

$P_{пр} = I_k^2 \cdot R_k$ - мощность пассивного приемника, Вт, кВт.

Уравнение баланса мощностей

$$\sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot R_k$$

При составлении баланса мощностей необходимо учитывать следующее:

- Если направление ЭДС и тока совпадают, ЭДС является источником электрической энергии;
- Если направление ЭДС и тока разные, то ЭДС – активный приемник электрической энергии, например, электродвигатель.

Баланс мощностей для схемы рис. 15.

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6$$

$$100 \cdot 5 + 50 \cdot 1 = 25 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 36 \cdot 5 + 16 \cdot 5 + 4 \cdot 5$$

$$550 \text{ Вт} = 550 \text{ Вт}$$

ЗАДАЧА 3: Провести анализ электрического состояния цепи, схема которой соответствует номеру варианта в таблице 3 и изображенной на рис. 3.1 – 3.72.

Таблица 3

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
1	3.1	$U = \text{const}$	Как изменятся ток и напряжение U_{ab} при замыкании рубильника?
2	3.2	$E_1 = 10\text{В}$ $E_2 = 5\text{В}$ $R_1 = R_2 = 1\text{Ом}$	Как изменится напряжение U_{ab} , если ЭДС E_2 возрастет в 2 раза?
3	3.3	$E_2 > E_1$	Как изменятся показания вольтметров при перемещении движка реостата вверх?
4	3.4	$U = \text{const}$	Как изменится ток I_1 , если сопротивление R_2 увеличится в 2 раза?
5	3.5	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра при размыкании рубильника?
6	3.6	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра при замыкании рубильника?
7	3.7	$U = \text{const}$	Как изменятся показания амперметров после замыкания рубильника?
8	3.8	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после замыкания рубильника?
9	3.9	$U = \text{const}$	Как изменятся показания амперметров после замыкания рубильника?
10	3.10	$E = \text{const}$	Как изменятся показания амперметров при замыкании рубильника?
11	3.11	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра при размыкании рубильника?
12	3.12	$E = \text{const}$	Как изменятся показания приборов, если движок реостата сдвинуть вправо?
13	3.13	$E = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
14	3.14	$E = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после размыкания рубильника?
15	3.15	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов, если две одинаковые лампочки включить последовательно?
16	3.16	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
17	3.17	$U = \text{const}$ До нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R$	Как изменятся показания приборов при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_3 ?
18	3.18	$U = \text{const}$ $R_1 = R_3$	В какую сторону нужно перемещать движок реостата R_2 , чтобы при нагревании металлического сопротивления R_3 показание вольтметра оставалось неизменным?
19	3.19	$U = \text{const}$	В какую сторону нужно перемещать движок реостата R_1 , чтобы при нагревании катушки из медной проволоки, сопротивление которой R_3 , показание вольтметра не изменилось?
20	3.20	$U = \text{const}$ $R_2 = R_3$	В какую сторону нужно перемещать движок реостата R_1 , чтобы при нагревании металлического сопротивления R_3 мощность P_1 не изменилась?
21	3.21	$U = \text{const}$	В какую сторону нужно перемещать движок реостата R_1 , чтобы показание амперметра не изменилось при включении лампочек в цепь последовательно?
22	3.22	$U = \text{const}$	В какую сторону нужно перемещать движок реостата R_5 , чтобы после замыкания рубильника мощность источника P не изменилась?
23	3.23	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов при нагревании катушки из медной проволоки, сопротивление которой R_3 ?
24	3.24	$U = \text{const}$ $R_1 = R_2$	Как изменится показание вольтметра, если сопротивление R_1 увеличить в 3 раза?
25	3.25	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов при замыкании рубильника?
26	3.26	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов при перемещении движка реостата вниз?
27	3.27	$E = 204 \text{ В}$ $R_1 = 1 \text{ Ом}$ $R_2 = 50 \text{ Ом}$	Как изменится показание амперметра, если замкнуть рубильник?

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
28	3.28	$U = \text{const}$	Как изменятся мощности P_1 и P_2 , а также мощность P , потребляемая из сети, при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_3 ?
29	3.29	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра после замыкания рубильника?
30	3.30	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
31	3.31	$E = \text{const}$	Как изменится показание амперметра, если сопротивление R_1 увеличится?
32	3.32	$E = \text{const}$	Как изменятся показания вольтметров, если сопротивление R_1 увеличится?
33	3.33	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
34	3.34	$U = \text{const}$	Как будет изменяться показание амперметра, если движок реостата перемещать вверх?
35	3.35	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
36	3.36	$U = \text{const}$ До нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$	Как изменится показание амперметра при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_4 ?
37	3.37	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
38	3.38	$U = \text{const}$ До нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$	Как изменится показание амперметра при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_4 ?
39	3.39	$U = \text{const}; I = 12 \text{ A}$ $U_V = 120 \text{ В}$ $R_V = 1200 \text{ Ом}$	Как изменится показание амперметра, если вольтметр включить ошибочно в цепь последовательно?

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
40	3.40	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов, если зажимы a и b замкнуть?
41	3.41	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра после замыкания рубильника?
42	3.42	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
43	3.43	$E = \text{const}$	При разомкнутом рубильнике амперметр показывает 5 А, а при замкнутом – 50 А. Во сколько раз $R_2 > R_1$?
44	3.44	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после замыкания рубильника?
45	3.45	$U = \text{const}$ $R_1 = 3 \text{ Ом}$ $R_2 = 6 \text{ Ом}$ $I = 5 \text{ А}$	Как изменится показание амперметра, если замкнуть рубильник?
46	3.46	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов, если ветвь ab разомкнуть?
47	3.47	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после размыкания рубильника?
48	3.48	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
49	3.49	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после замыкания рубильника?
50	3.50	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
51	3.51	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
52	3.52	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра при перемещении движка реостата вверх?
53	3.53	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после замыкания рубильника?
54	3.54	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра после замыкания рубильника?
55	3.55	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
56	3.56	$E = \text{const}$	Как изменится показание амперметра, если сопротивление R_2 увеличится?
57	3.57	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после размыкания рубильника?
58	3.58	$U = \text{const}$	Как будет изменяться показание амперметра, если движок реостата перемещать вверх?
59	3.59	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
60	3.60	$U = \text{const}$ До нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$	Как изменится показание амперметра при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_4 ?
61	3.61	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после размыкания рубильника?
62	3.62	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра при перемещении движка реостата вверх?
63	3.63	$U = \text{const}$	Как изменятся показания приборов после замыкания рубильника?
64	3.64	$U = \text{const}$ До нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$	Как изменится показание вольтметра при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_4 ?
65	3.65	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра при замыкании рубильника?
66	3.66	$U = \text{const}$	Как изменится показание амперметра, если изменить входные зажимы с <i>ав</i> на <i>вс</i> ?
67	3.67	$U = \text{const}$ $I = 6\text{A}$ $R_1 = R_2 = R_3 = R$	Что покажет амперметр после замыкания рубильника?
68	3.68	$U = \text{const}$	Как изменится показание вольтметра после замыкания рубильника?

Вариант	Рисунок	Условие	Задание
69	3.69	$U = \text{const}$ $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$	Как изменится показание амперметра после замыкания рубильника?
70	3.70	$U = \text{const}$ $R_1 = R_2 = R$	Как изменится показание вольтметра, если сопротивление R_1 увеличить в 3 раза?
71	3.71	$U = \text{const}$ $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$ До нагревания	Как изменится показание амперметра при нагревании катушки из медного провода, сопротивление которой R_4 ?
72	3.72	$U = \text{const}$ $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$	Как изменятся показания приборов, если сопротивление R_1 увеличится в 2 раза?
73	3.73	$E = 100 \text{ В}$ $R_0 = 0,4 \text{ Ом}$	В каких пределах и как будут изменяться ток в цепи и напряжение на зажимах источника, ЭДС которого E и внутреннее сопротивление R_0 при изменении внешнего сопротивления от режима холостого хода до режима короткого замыкания?
74	3.74	$E = 1,2 \text{ В}$ $I_{\text{кз}} = 4 \text{ А}$ $I = 1 \text{ А}$	При замыкании накоротко аккумулятора с ЭДС E ток составил значение $I_{\text{кз}}$. При каком значении внешнего сопротивления можно получить в цепи этого аккумулятора ток I ?
75	3.75	$U = \text{const}$	Как изменится эквивалентное сопротивление трех одинаковых параллельно включенных ламп в неразветвленной части цепи, если к ним подключить параллельно еще 6 таких же ламп?

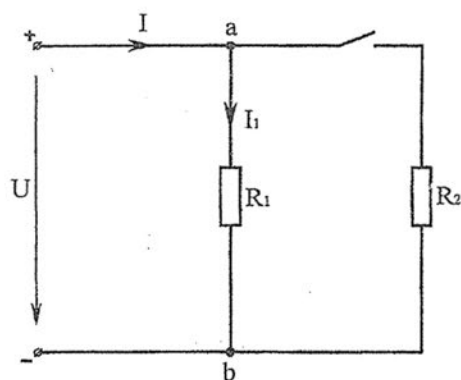


Рис. 3.1

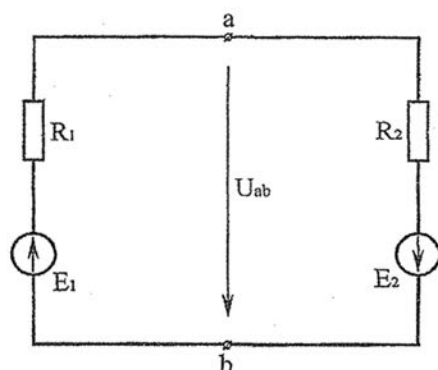


Рис. 3.2

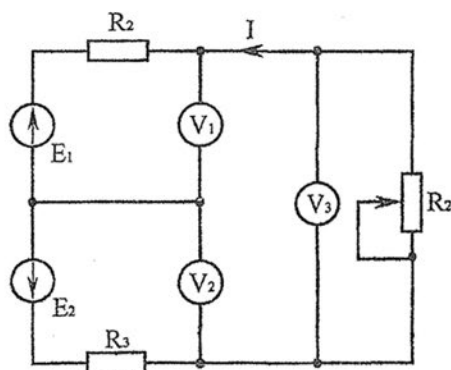


Рис. 3.3

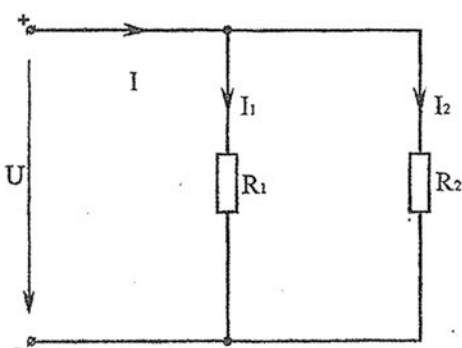


Рис. 3.4

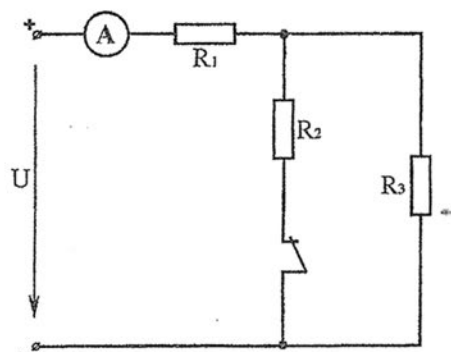


Рис. 3.5

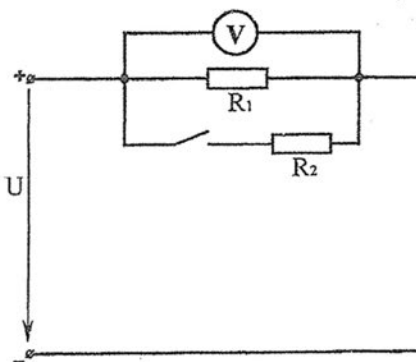


Рис. 3.6

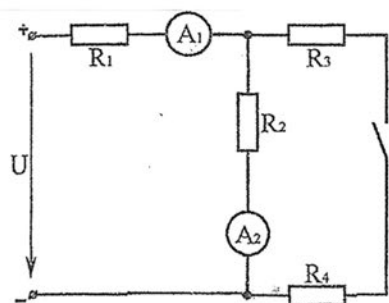


Рис. 3.7

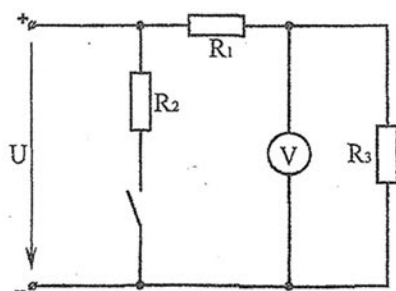


Рис. 3.8

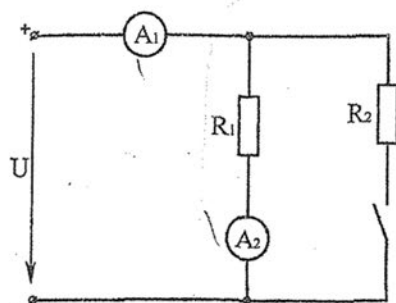


Рис. 3.9

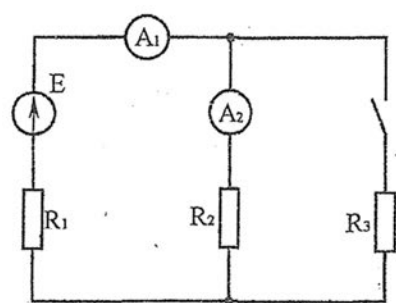


Рис. 3.10

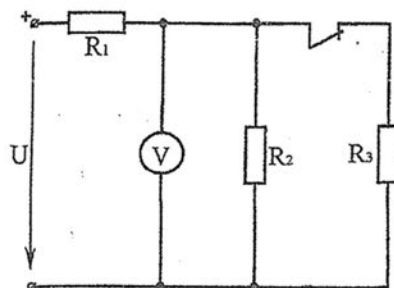


Рис. 3.11

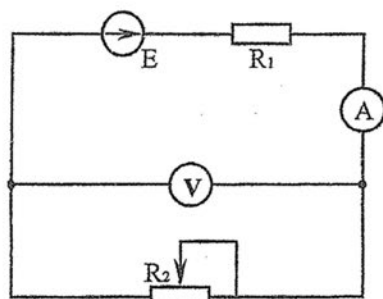


Рис. 3.12

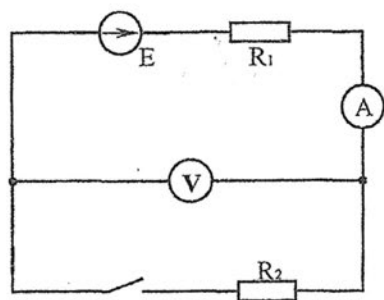


Рис. 3.13

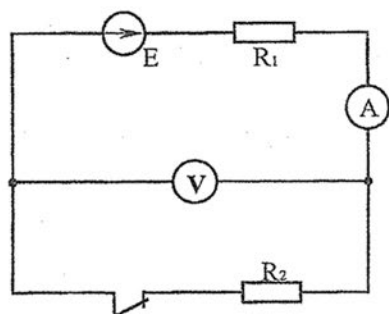


Рис. 3.14

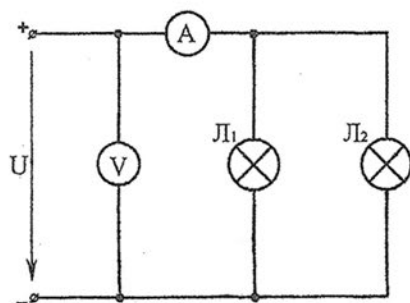


Рис. 3.15

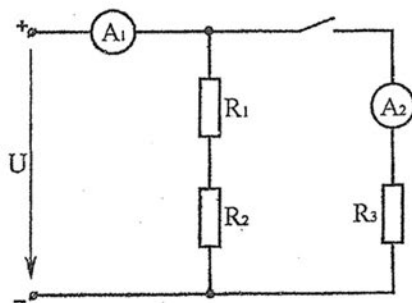


Рис. 3.16

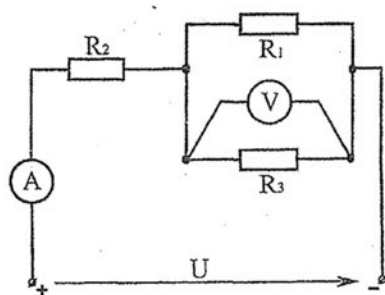


Рис. 3.17

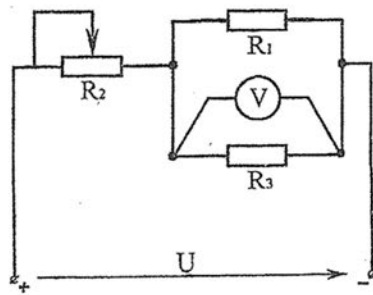


Рис. 3.18

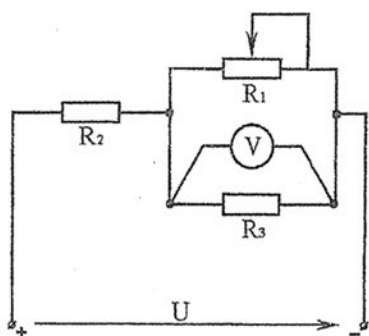


Рис. 3.19

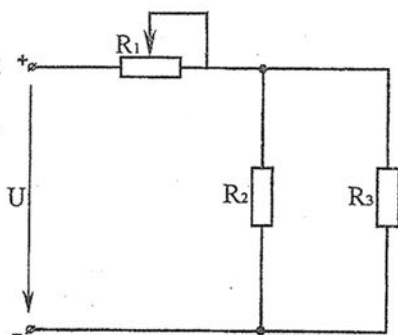


Рис. 3.20

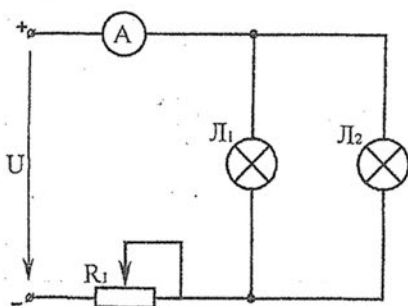


Рис. 3.21

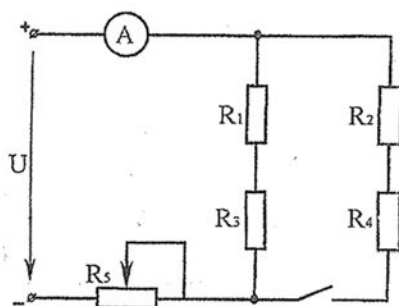


Рис. 3.22

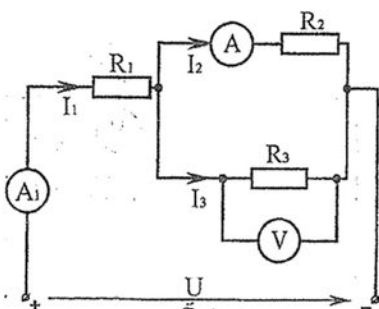


Рис. 3.23

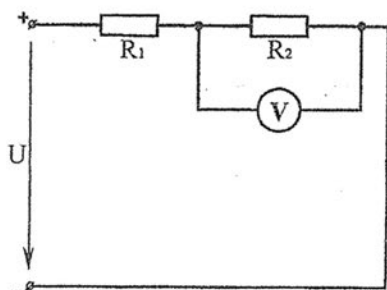


Рис. 3.24

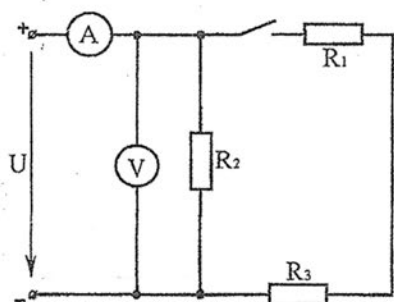


Рис. 3.25

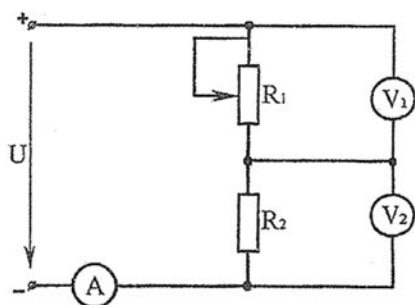


Рис. 3.26

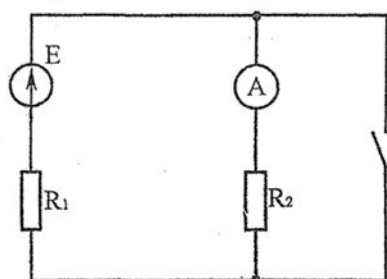


Рис. 3.27

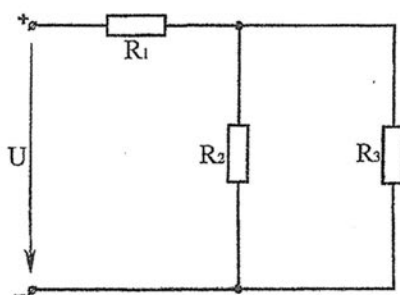


Рис. 3.28

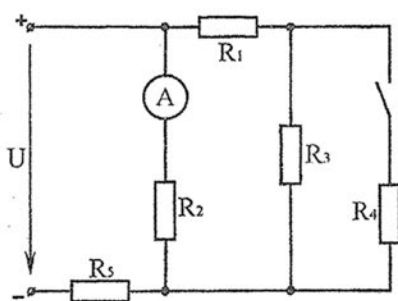


Рис. 3.29

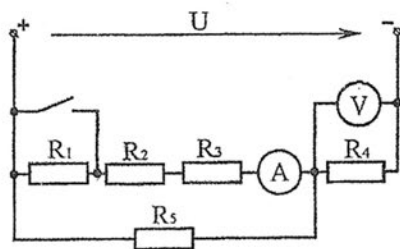


Рис. 3.30

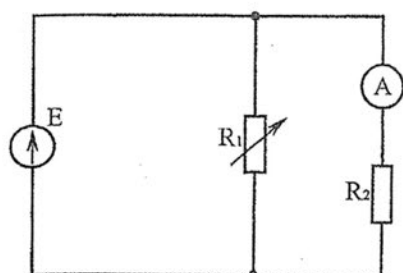


Рис. 3.31

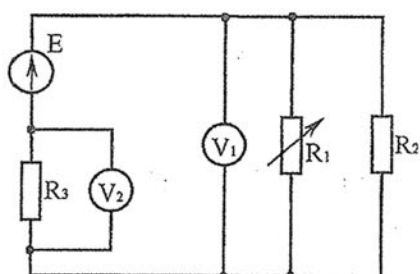


Рис. 3.32

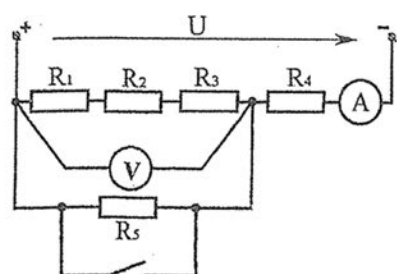


Рис. 3.33

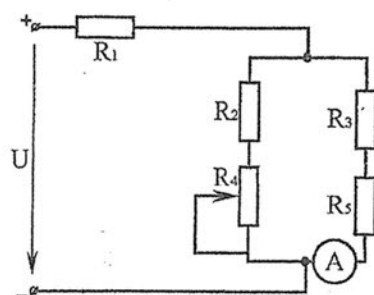


Рис. 3.34

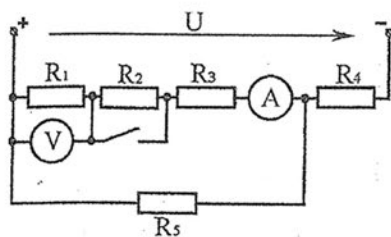


Рис. 3.35

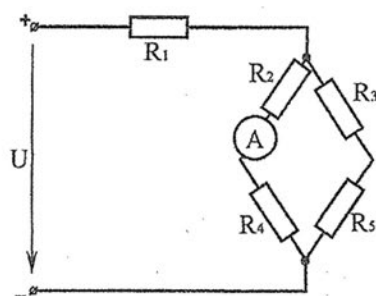


Рис. 3.36

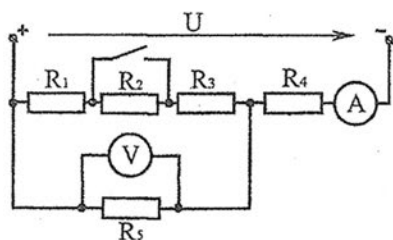


Рис. 3.37

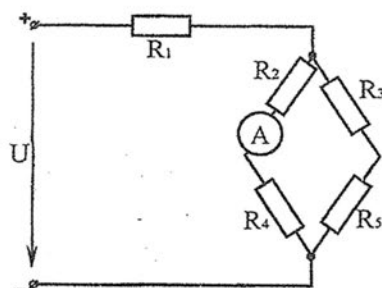


Рис. 3.38

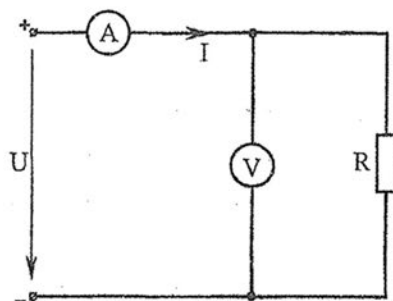


Рис. 3.39

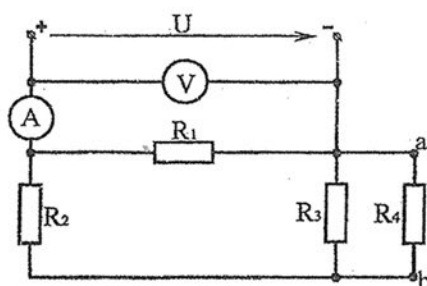


Рис. 3.40

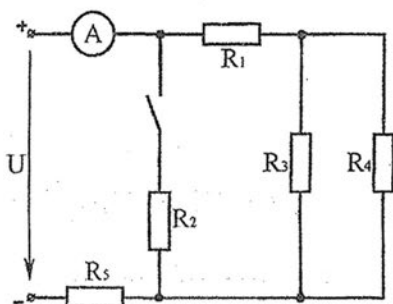


Рис. 3.41

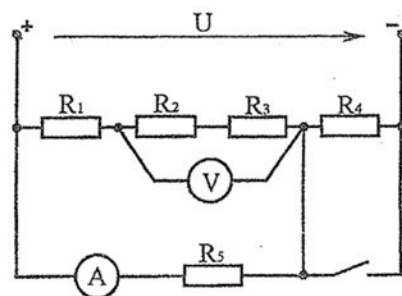


Рис. 3.42

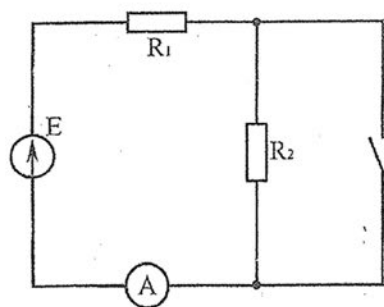


Рис. 3.43

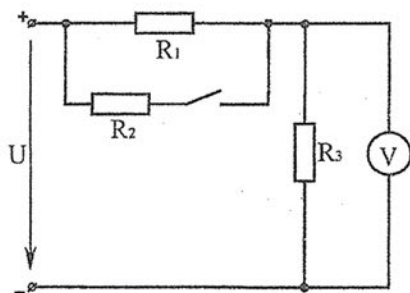


Рис. 3.44

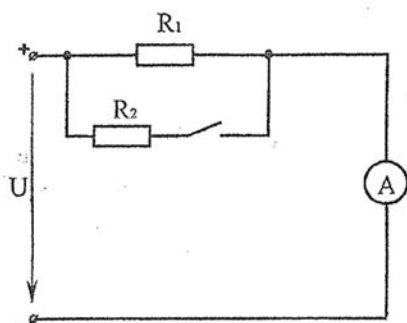


Рис. 3.45

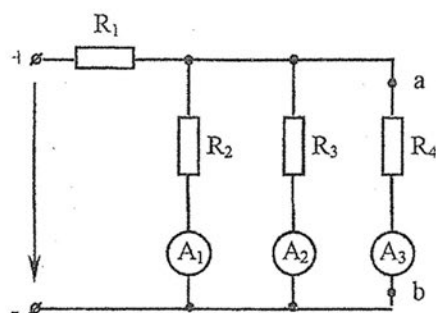


Рис. 3.46

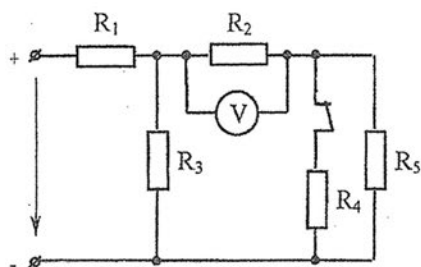


Рис. 3.47

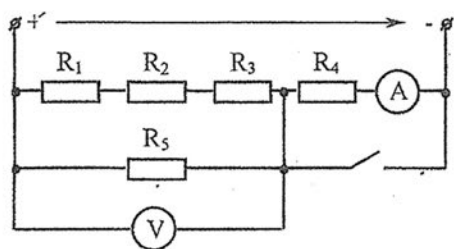


Рис. 3.48

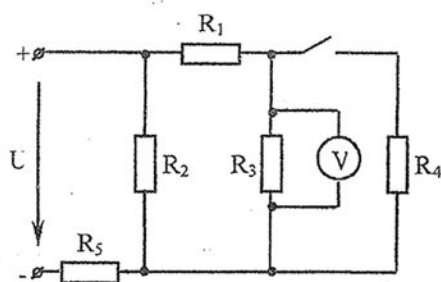


Рис. 3.49

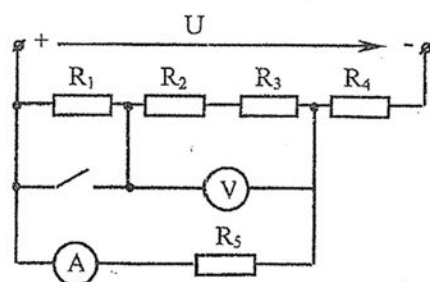


Рис. 3.50

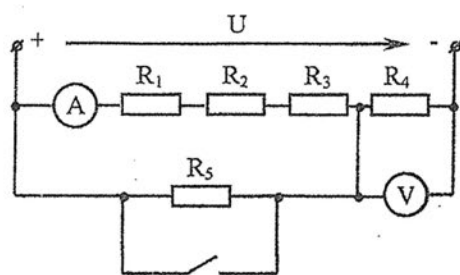


Рис. 3.51

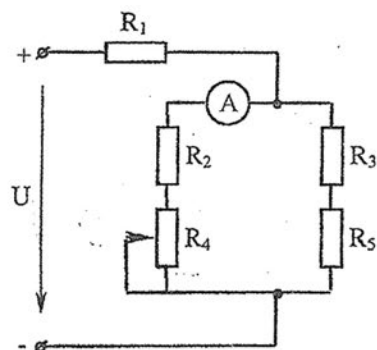


Рис. 3.52

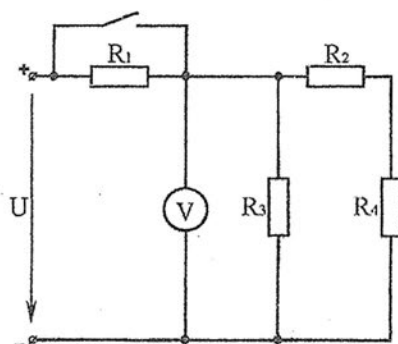


Рис. 3.53

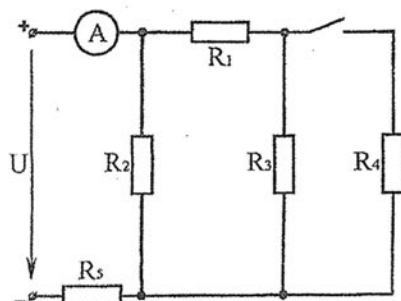


Рис. 3.54

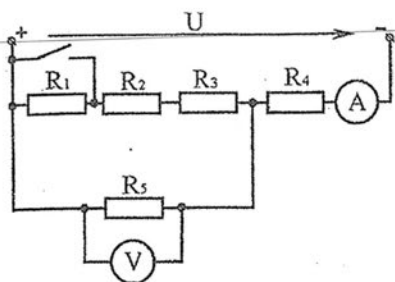


Рис. 3.55

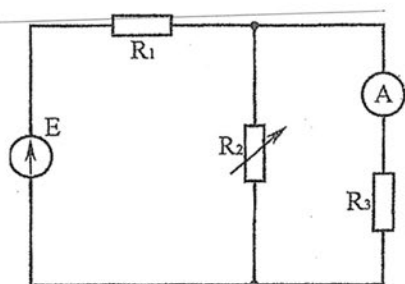


Рис. 3.56

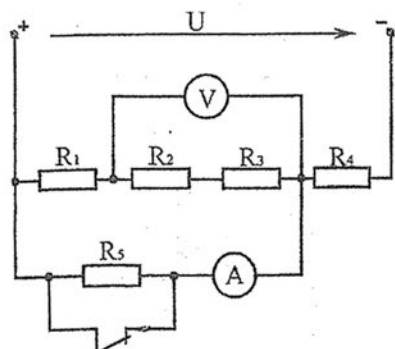


Рис. 3.57

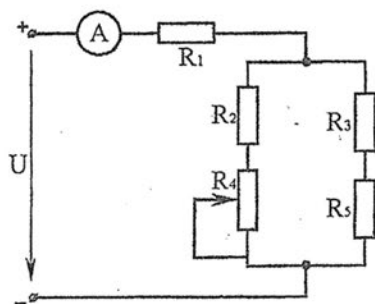


Рис. 3.58

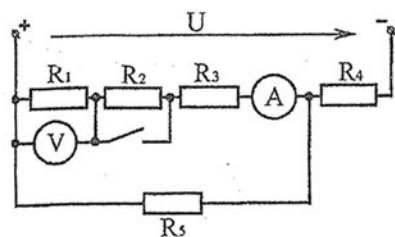


Рис. 3.59

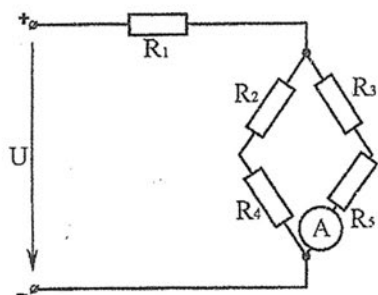


Рис. 3.60

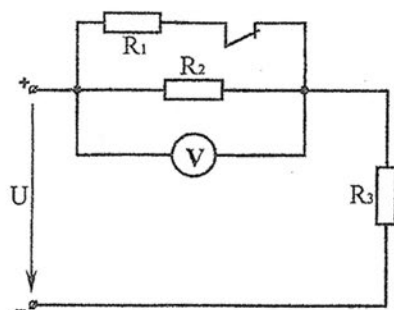


Рис. 3.61

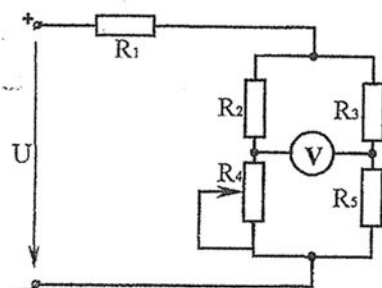


Рис. 3.62

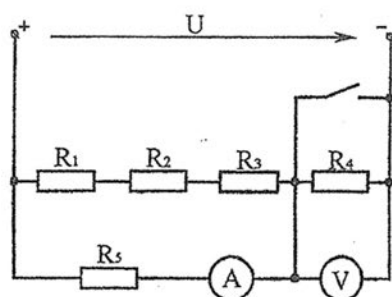


Рис. 3.63

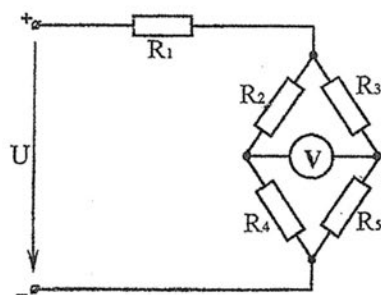


Рис. 3.64

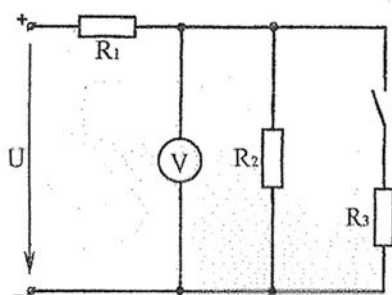


Рис. 3.65

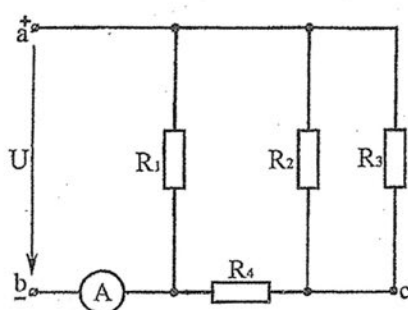


Рис. 3.66

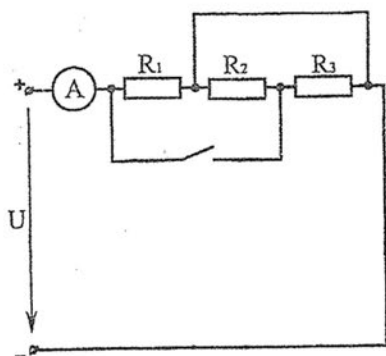


Рис. 3.67

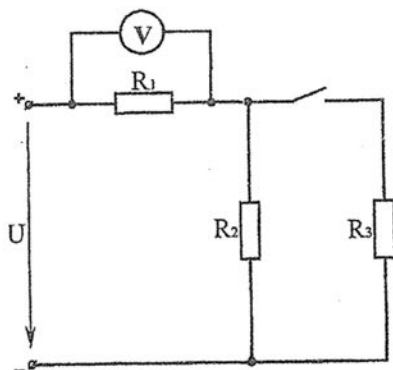


Рис. 3.68

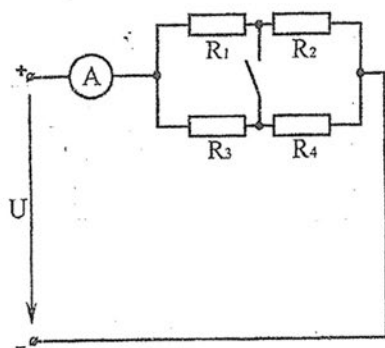


Рис. 3.69

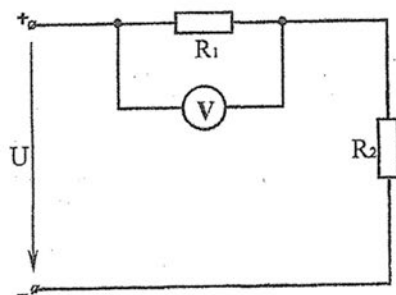


Рис. 3.70

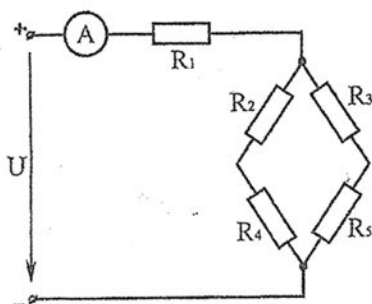


Рис. 3.71

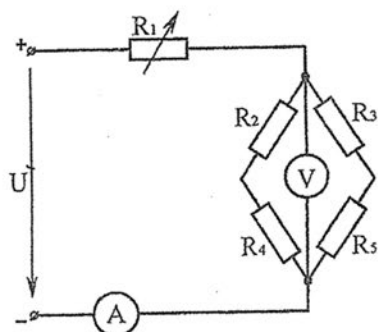


Рис. 3.72

Пример расчета задачи 3

Как изменится показание вольтметра (рис. 16) при нагревании катушки из медной проволоки, имеющей сопротивление в холодном состоянии $R_K = R_4$, сопротивления резисторов до нагревания $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$; $U = \text{const}$.

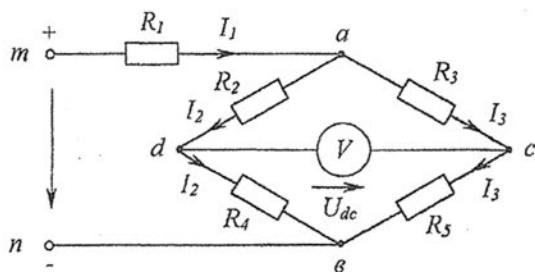


Рис. 16

Решение:

1. Показание вольтметра до нагревания катушки

Включение вольтметра не изменяет эквивалентное сопротивление всей цепи, так как $R_V = \infty$, что соответствует разрыву в цепи. Следовательно, сопротивление участка цепи между точками a и e.

$$R_{ae} = \frac{(R_2 + R_4) \cdot (R_3 + R_5)}{(R_2 + R_4) + (R_3 + R_5)} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R$$

Эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_{ae} = R + R = 2R$$

Входной ток цепи

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{U}{2R}$$

Напряжение на резисторе R_1

$$U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = \frac{U}{2R} \cdot R = \frac{U}{2}$$

По второму закону Кирхгофа

$$U_{ae} = U - U_{R_1} = U - \frac{U}{2} = \frac{U}{2}$$

Ток в ветви

$$I_3 = \frac{U_{ав}}{R_3 + R_5} = \frac{U}{2 \cdot (R + R)} = \frac{U}{4R}$$

По первому закону Кирхгофа

$$I_2 = I_1 - I_3 = \frac{U}{2R} - \frac{U}{4R} = \frac{U}{4R}$$

По второму закону Кирхгофа показания вольтметра

$$U_{dc} - I_3 R_3 + I_2 R_2 = 0$$
$$U_V = U_{dc} = I_3 R_3 - I_2 R_2 = \frac{U}{4R} \cdot R - \frac{U}{4R} \cdot R = 0$$

2. Показания вольтметра после нагревания катушки

При нагревании катушки из медного провода ее сопротивление увеличивается (1). Следовательно увеличивается $R_{2-4} = R_2 + R_4$.

С увеличением R_{2-4} при $R_{3-5} = \text{const} = 2R$ эквивалентное сопротивление участка $R_{ав}$ и $R_{эkv}$ цепи увеличиваются. При этом входной ток уменьшится

$$I_1 = \frac{U}{R_{эkv}}$$

Так как I_1 — уменьшился, U_{R_1} — уменьшится при $U = \text{const}$, $U_{ав} = U - U_{R_1}$ увеличится, т. к. $R_{3-5} = \text{const}$, I_3 увеличится с увеличением $U_{ав}$

$$I_3 = \frac{U_{ав}}{R_3 + R_5}$$

Ток I_3 увеличился, I_1 уменьшился, I_2 уменьшился

$$I_2 = I_1 - I_3$$

Показание вольтметра увеличивается

$$U_V = I_3 R_3 - I_2 R_2 = I_3 R - I_2 R = (I_3 - I_2) \cdot R$$

Список литературы

1. Электротехника и электроника. Кн. 1. Электрические и магнитные цепи. – В 3-х кн.: кн. 1 /В. Г. Герасимов и др; Под ред. В. Г. Герасимова. М.: Энергоатомиздат, 1996. – 288 с.
2. Касаткин А. С., Немцов М. В. Электротехника. М.: Высш. шк., 1999. – 542 с.
3. Электротехника /Под ред. Ю. Л. Хотунцева. М.: АГАР, 1998. – 332 с.
4. Иванов И. И., Равдоник В. С. Электротехника. М.: Высш. шк., 1984. – 375 с.
5. Сборник задач по электротехнике и основам электроники /Под ред. В. Г. Герасимова. М.: Высш. шк., 1987. – 252 с.

Содержание

Введение.....	3
Основные понятия, определения и законы электрических цепей.....	4
– Использование законов Кирхгофа для расчета сложных электрических цепей.....	6
– Эквивалентные преобразования пассивных участков электрической цепи.....	8
Расчетно – графическая работа № 1.....	13
– Задача 1.....	13
– Пример расчета задачи 1.....	19
– Задача 2.....	21
– Пример расчета задачи 2.....	28
– Задача 3.....	32
– Пример расчета задачи 3.....	51
Список литературы.....	53

Подписано в печать 08.04.03 Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,75.
Уч.-изд. л. 3,75 Тираж 1000 экз. Зак. 201.

ИД № 06506 от 26.12.2001
Иркутский государственный технический университе
664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83