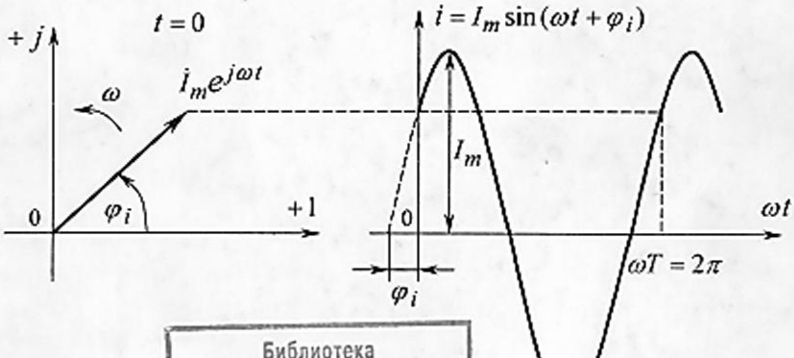
Р. И. Гусакова

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА



Иркутск 2004

Министерство образования Российской
Иркутский государственный технически

Расчет линейных цепей синусоидального тока

Методическое пособие
к расчетно-графической работе
по электротехнике

Издательство
Иркутского государственного технического университета
2004

Рецензент: член-корреспондент Академии электротехнических наук Российской Федерации, профессор В.А. Ружников.

Редактор издательства А.Г. Брянская

Р.И. Гусакова
Расчет линейных цепей синусоидального тока. Методическое пособие к расчетно-графической работе по электротехнике. — Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2004 — 60 с.

Содержит краткие теоретические сведения, упражнения, типовое решение расчетно-графической работы по электротехнике «Расчет линейных цепей синусоидального тока», контрольные задания.

Рекомендовано студентам очного и заочного обучения.

Введение

В соответствии с рекомендациями программы дисциплины «Электротехника и электроника» и действующему государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования студенты различных специальностей, где предусмотрена данная дисциплина, должны выполнить расчетно-графическую работу по теме «Расчет линейных цепей синусоидального тока».

Самостоятельная работа студентов над заданием включает предварительную проработку необходимого теоретического материала [1, 3, 6]. С целью облегчения усвоения необходимого теоретического материала методическое пособие содержит краткие теоретические сведения, несложные примеры, позволяющие закрепить теоретические знания и типовое решение расчетно-графической работы.

1. Электрические цепи однофазного синусоидального тока

1.1. Переменные токи

Переменным током называется ток, изменяющийся во времени по величине и направлению. Значение тока в любой данный момент времени называется **мгновенным значением** тока i. Направление тока, для которого его мгновенные значения положительны, называется **положительным направлением тока**. Ток определен, если известна зависимость его мгновенного значения от времени $i = f(t)$ и указано его положительное направление.

Токи, значения которых повторяются через равные промежутки времени в той же самой последовательности, называются **периодическими**. Наименьший промежуток времени, через который эти повторения наблюдаются, называется периодом T. Для периодического тока $i = f(t) = f(t + nT)$, где n - целое число. В системе СИ единицы измерения $[T]$ - секунды (с.).

Рассмотрим график некоторого периодического тока $i(t)$ (рис.1.1а).

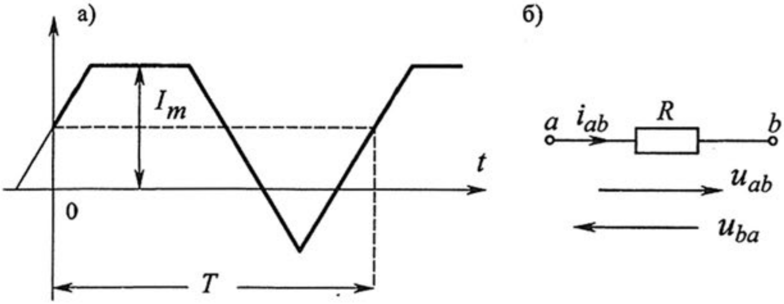


Рис. 1.1

Отрезок кривой $i = f(t)$ за период T охватывает один полный цикл изменения тока. Величина, обратная периоду T, называется частотой f, т.е.

$$f = \frac{1}{T}; \qquad [f] = \frac{1}{\text{с.}} = \text{Гц (Герц)}$$

Максимальное значение функции $i(t)$ называется амплитудой I_m. Постоянный ток можно рассматривать как частный случай периодического тока, период изменения которого бесконечно велик, т.е.

$$T=\infty, f=0.$$

На рис.1.1б показана отдельная ветвь сложной схемы, т.е. двухполюсник *ab*. Стрелка на схеме указывает положительное направление тока i_{ab}. Положительное направление напряжения совпадает с положительным направлением тока, т. к. в электротехнике условно принято, что ток течет от большего потенциала φ_a к меньшему потенциалу φ_b.

$u_{ab}=\varphi_a-\varphi_b$ - положительное (по току);

$u_{ba}=\varphi_b-\varphi_a$ - отрицательное (навстречу току).

$u_{ab}=-u_{ba}$

Все определения, данные здесь и ниже для тока, применимы для напряжений, ЭДС, магнитных потоков и любых других величин, изменяющихся во времени. В электроэнергетике и электротехнике наибольшее применение получили простые гармонические колебания или синусоидальные токи.

$$i=I_m\sin(\frac{2\pi}{T}t+\varphi_i)=I_m\sin(\omega t+\varphi_i).$$

Синусоида представляет вертикальную проекцию вращающегося со скоростью ω вектора $\dot{I}_m$, развернутую во времени (рис.1.2). Аргумент синуса $(\omega t+\varphi_i)$ называется фазой колебания. Фаза характеризует состояние колебания, т.е. значение функции в данный момент времени t. Значение фазы при $t=0$, т.е. φ_i, есть начальная фаза синусоидального тока. Любая синусоидально изменяющаяся функция вполне определяется тремя параметрами: амплитудой I_m, угловой частотой ω, начальной фазой φ_i.

$\dot{I}_m=I_m e^{j\varphi_i}$ - комплексная амплитуда синусоидального тока,

I_m - амплитуда синусоидального тока,

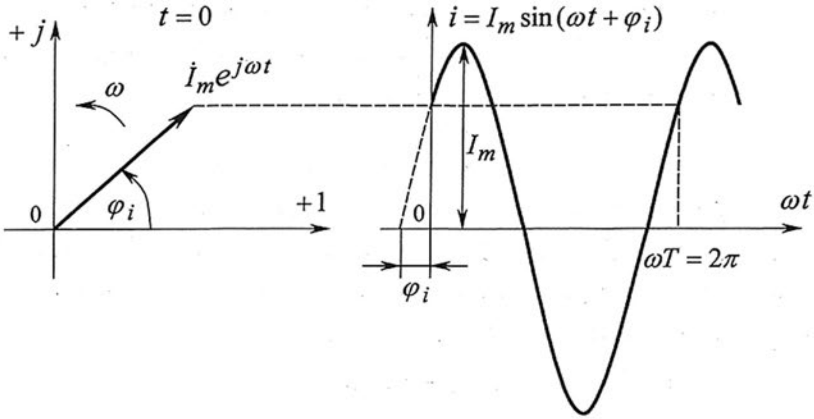


Рис. 1.2

T - период синусоидальных колебаний,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \text{ - угловая частота,} \qquad [\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с.}} = \text{с.}^{-1}$$

Для напряжения и ЭДС аналогично:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u); \qquad e = E_m \sin(\omega t + \varphi_e).$$

1.2. Среднее и действующее значения синусоидально изменяющейся величины

Под средним значением синусоидально изменяющейся величины понимают среднее ее значение за полпериода.

Среднее значение синусоидального тока:

$$I = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} i \, dt = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t \, dt = \frac{2}{\pi} I_m;$$

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} I_m = 0{,}638\ I_m.$$

Аналогично получим среднее значение напряжения и ЭДС:

$$U_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} U_m = 0{,}638\ U_m; \qquad E_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} E_m = 0{,}638\ E_m.$$

Среднее значение тока служит для сравнения постоянного и переменного тока по их электролитическому действию.

Тепловое действие тока пропорционально квадрату тока. Поэтому для суждения о величине периодического тока вводят понятие о среднем квадратичном значении тока за период, которое называют действующим значением переменного тока. Действующее значение синусоидального тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m{}^2 \sin^2 \omega t\, dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}};$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_m.$$

Аналогично получим действующие значения напряжения и ЭДС:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, U_m; \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, E_m.$$

Действующее значение переменного тока численно равно такому постоянному току, который за один период выделяет в сопротивлении такое же количество тепла, как и ток переменный. Отсюда и одинаковое их обозначение. Действующие значения измеряют приборами электромагнитной, электродинамической и тепловой систем.

1.3. Символический метод расчета цепей переменного синусоидального тока

На рис 1.2 показано, что синусоидальная функция i представляет собой проекцию на ось мнимых величин j вектора длинною I_m при вращении его против часовой стрелки с угловой скоростью ω, т.е. $i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$.

С целью упрощения расчетов синусоидального тока удобно на момент расчета заменить синусоиду изображающим вектором $\dot{I}_m$, называемым комплексной амплитудой.

$\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$ - комплексная амплитуда, определяет величину и положение вектора при $t = 0$.

Для любого момента времени t

$$\dot{I}_m e^{j\omega t} = I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)} = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) + j\sin(\omega t + \varphi_i);$$

$I_m \cos(\omega t + \varphi_i) = \mathrm{Re}[\dot{I}_m e^{j\omega t}]$ - действительная часть вращающегося вектора;

$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = J_m[\dot{I}_m e^{j\omega t}]$ - мнимая часть вращающегося вектора, представляет собой мгновенное значение синусоидального тока.

Можно вести расчет не только с использованием комплексной амплитуды $\dot{I}_m$, но и комплекса действующего значения тока $\dot{I}$. Необходимо четко усвоить связь между следующими величинами:

$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ - мгновенное значение синусоидального тока;

I_m - амплитуда;

$I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ - действующее значение синусоидального тока;

$\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i}$ - комплексная амплитуда синусоидального тока;

$\dot{I} = \dfrac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = I e^{j\varphi_i}$ - комплекс действующего значения синусоидального тока.

Метод расчета с использованием изображающих векторов или соответствующих им комплексных чисел называется символическим методом, т.к. действительные синусоидальные функции заменяют символами.

Напряжение и ЭДС можно представить аналогичными изображающими комплексами:

$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u}$; $\dot{E}_m = E_m e^{j\varphi_e}$ или векторами.

Совокупность векторов, построенная с соблюдением их взаимной ориентации по фазе, называется **векторной диаграммой**. Векторную диаграмму всегда изображают для момента $t = 0$, при этом начальную фазу соответствующего вектора откладывают от оси действительных чисел $+1$

(рис.1.3). Углы, отложенные против часовой стрелки - положительные, по часовой - отрицательные. На рис. 1.3 φ_u - положительный, φ_i - отрицательный угол. Сдвиг по фазе тока относительно напряжения $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ нужно показывать стрелкой от тока $\dot{I}$ к напряжению $\dot{U}$. На рис. 1.3 φ - положительный. Основные законы электротехники для цепей синусоидального тока записывают для комплексных величин или изображающих векторов, т. е. они представляют геометрическую сумму в отличие от цепей постоянного тока, где суммирование алгебраическое. Символический метод позволяет упростить расчеты, так как вместо интегро-дифференциальных уравнений для синусоид получаем уравнения алгебраические для изображающих векторов.

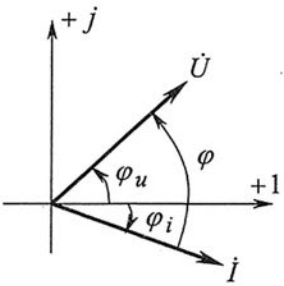


Рис. 1.3

1.4. Основные законы электротехники в символической форме

Закон Ома

1) Активное сопротивление

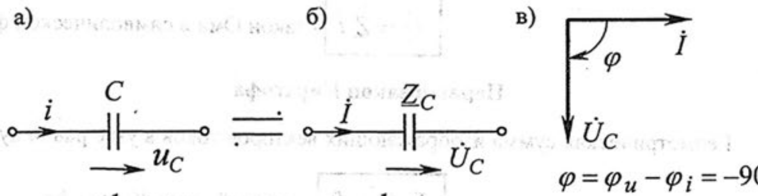
На рис. 1.4а изображена схема активного сопротивления R с использованием обозначений мгновенных значений тока i и напряжения u_R. На рис. 1.4б использована символическая форма записи, где показаны комплексы тока $\dot{I}$ и напряжения $\dot{U}_R$.

Знак $\risingdotseq$ обозначает "соответствует". На активном сопротивлении ток и напряжение совпадают по фазе или синфазны, при этом $\varphi = 0$ (рис. 1.4в). R учитывает тепловые потери в реальной цепи.

При постоянном токе $X_L = \omega L = 0 \cdot L = 0$ - закоротка, L учитывает явление самоиндукции в реальной цепи.

3) Идеальная емкость

На рис. 1.6а изображена схема идеальной емкости для мгновенных значений u, i и соответствующая схема (рис. 1.6б) с символической записью.



$$u_C = \frac{1}{C}\int i\,dt \quad \doteq \quad \dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = \underline{Z}_C \dot{I}$$

Рис. 1.6

$\underline{Z}_C = \dfrac{1}{j\omega C} = -j\dfrac{1}{\omega C} = -jX_C$ - комплексное емкостное сопротивление.

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ величина реактивного емкостного сопротивления, $[X_C] = Ом$.

Реактивное емкостное сопротивление X_C - отрицательное. В данном случае действие интегрирования для мгновенных значений заменяется действием деления на $j\omega$ для изображающих векторов или комплексных чисел. На емкости сдвиг по фазе тока относительно напряжения $\varphi = -90^0$ (рис. 1.6в).

При постоянном токе $X_C = \dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{1}{0 \cdot C} = \infty$ - разрыв, C учитывает накопление энергии в электрическом поле конденсатора.

В символическом методе синусоидальная функция заменяется соответствующим комплексом, действие дифференцирования - умножением на $j\omega$, действие интегрирования - делением на $j\omega$.

$$\left.\begin{aligned} i &\risingdotseq \dot{I} \\ \frac{di}{dt} &\risingdotseq j\omega\dot{I} \\ \int i\,dt &\risingdotseq \frac{\dot{I}}{j\omega} \end{aligned}\right\}$$ сущность символического метода

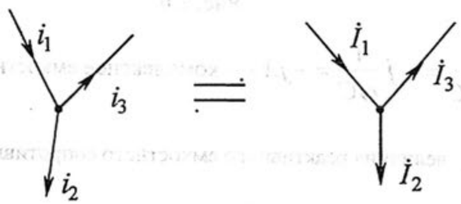
$\boxed{\dot{U} = \underline{Z}\,\dot{I}}$ - закон Ома в символической форме

Первый закон Кирхгофа

Геометрическая сумма изображающих векторов токов в узле равна нулю.

$\boxed{\sum \dot{I}_k = 0}$ - первый закон Кирхгофа

а) б)



$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad \risingdotseq \quad \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

Рис. 1.7

На рис. 1.7а показан узел некоторой схемы и использованы обозначения мгновенных значений токов, на рис. 1.7б - соответствующая схема с символической записью.

Пример 1.

Определить в схеме рис. 1.8а показание амперметра тепловой системы, если: $X_{L1} = X_{L2} = 40\ Ом,\ R_1 = R_2 = 10\ Ом,\ X_C = 20\ Ом,\ U = 200\ В$

Решение.

$R_A = 0$ - сопротивление амперметра эквивалентно закоротке.

Сначала рассмотрим задачу в общем виде. По первому закону Кирхгофа:

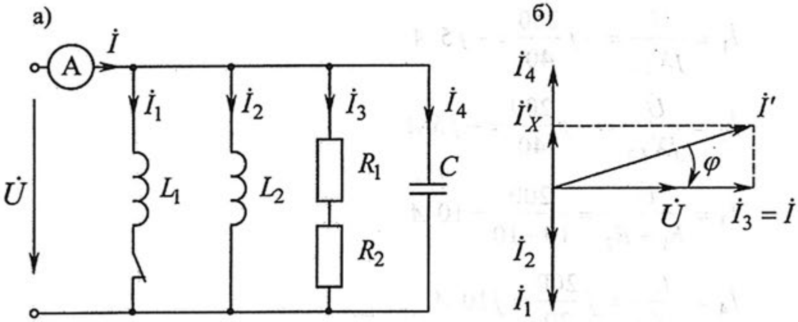


Рис. 1.8

$$\dot I = \dot I_1 + \dot I_2 + \dot I_3 + \dot I_4 = \frac{\dot U}{jX_{L1}} + \frac{\dot U}{jX_{L2}} + \frac{\dot U}{R_1 + R_2} + \frac{\dot U}{-jX_C} =$$

$$= \dot U\left[\frac{1}{R_1 + R_2} - j\left(\frac{\dot U}{X_{L1}} + \frac{\dot U}{X_{L2}} - \frac{\dot U}{X_C}\right)\right] = U(g - jb) = \dot U \underline{Y}$$

$Y = g - jb$ - комплексная проводимость;

$g = \dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1 + R_2}$ - активная проводимость;

$b_L = \dfrac{1}{X_L} = \dfrac{1}{X_{L1}} + \dfrac{1}{X_{L2}}$ - индуктивная проводимость;

$b_C = \dfrac{1}{X_C}$ - емкостная проводимость;

$b = b_L - b_C$ - реактивная проводимость.

Рассмотрим два режима: 1) ключ закрыт,

2) ключ открыт.

1) Так как все ветви цепи соединены параллельно, то построение векторной диаграммы (рис. 1.8б) начнем с общей величины - напряжения $\dot U$. Затем в некотором масштабе откладываем вектора токов ветвей, причем $\dot I_1$ и $\dot I_2$ - друг за другом, чтобы сразу их суммировать, т.к. они совпадают по фазе.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{jX_{L1}} = -j\frac{200}{40} = -j5\ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{jX_{L2}} = -j\frac{200}{40} = -j5\ A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2} = \frac{200}{10+10} = 10\ A$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}}{jX_C} = j\frac{200}{20} = j10\ A$$

Сначала суммируем токи реактивных ветвей

$$\dot{I}_X = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4 = -j5 - j5 + j10 = 0$$

В данном примере реактивная составляющая тока $\dot{I}_X = 0$, т.к.

$$b = b_L - b_C = \frac{1}{X_{L1}} + \frac{1}{X_{L2}} - \frac{1}{X_C} = \frac{1}{40} + \frac{1}{40} - \frac{1}{20} = 0$$

Это частный режим, когда $b = b_L - b_C = 0$, называемый резонансом токов. Общий ток $\dot{I} = \dot{I}_3 + \dot{I}_X = \dot{I}_3 = 10\ A$, этот ток в фазе с напряжением $\dot{U}(\varphi = 0)$, т.к. $\varphi = arctg\dfrac{b}{g}$. Амперметр покажет $10\ A$.

2) При открытом ключе $b_L = \dfrac{1}{X_{L2}}$, $\dot{I}_1 = 0$, а токи ветвей $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$, $\dot{I}_4$ - не изменятся.

Определим реактивную составляющую тока:

$$\dot{I}'_X = \dot{I}_2 + \dot{I}_4 = -j5 + j10 = j5.$$

Общий ток $\dot{I}' = \dot{I}_3 + \dot{I}'_X = 10 + j5 = \sqrt{10^2 + 5^2}\, e^{j\,arctg\frac{5}{10}} = 11{,}18\ e^{j26^0 30'}$

Амперметр покажет $11{,}18\ A$.

Реактивная проводимость

$$b = b_L - b_C = \frac{1}{X_{L2}} - \frac{1}{X_C} = \frac{1}{40} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{40} = -0{,}025$$

Фазовый сдвиг тока относительно напряжения

$$\varphi = arctg\frac{-0{,}025}{0{,}05} = -26^0 30'.$$

Цепь носит активно-емкостный характер.

Второй закон Кирхгофа

Геометрическая сумма векторов, изображающих напряжения замкнутого контура, уравновешивается геометрической суммой векторов ЭДС этого контура.

$\boxed{\sum \underline{Z}_K \dot{I}_K = \sum \dot{E}_K}$ - второй закон Кирхгофа

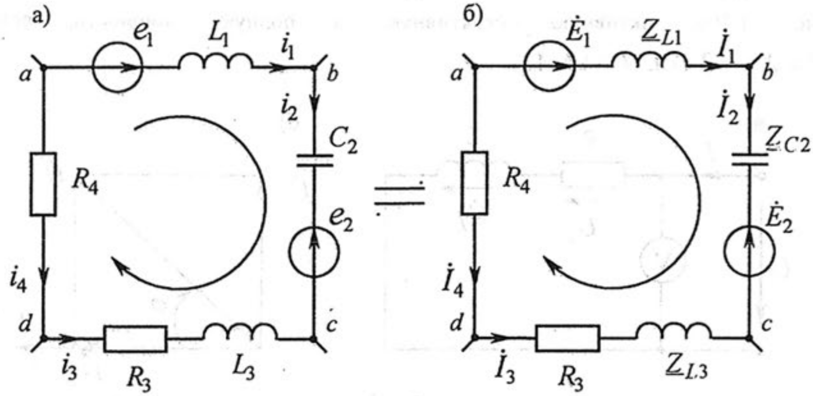


Рис. 1.9

Сначала запишем уравнения по второму закону Кирхгофа в дифференциальной форме для замкнутого контура *abcd* (рис. 1.9а):

$$L_1\frac{d\,i_1}{d\,t} + \frac{1}{C_2}\int i_2\,dt - L_3\frac{d\,i_3}{d\,t} - R_3\,i_3 - R_4\,i_4 = e_1 - e_2$$

Затем запишем уравнения по второму закону Кирхгофа в символической форме (рис. 1.9б):

$$j\omega L_1\dot{I}_1 - j\frac{1}{\omega C_2}\dot{I}_2 - j\omega L_3\dot{I}_3 - R_3\dot{I}_3 - R_4\dot{I}_4 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$$

$$\underline{Z}_{L1}\dot{I}_1 + \underline{Z}_{C2}\dot{I}_2 - \underline{Z}_{L3}\dot{I}_3 - R_3\dot{I}_3 - R_4\dot{I}_4 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2.$$

Выводы.

Все методы расчета электрических цепей базируются на применении основных законов электротехники. Поэтому рассмотренные ранее методы на постоянном токе применимы для расчета цепей синусоидального тока, но при этом алгебраическое суммирование в цепях постоянного тока заменяется геометрическим суммированием в цепях переменного синусоидального тока. Напомним эти методы: метод законов Кирхгофа, контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного генератора, преобразований, наложения, взаимности.

Пример 2.

Определить показания вольтметра электромагнитной системы в схеме рис. 1.10а, активную, реактивную и полную мощность, если $R = X_L = 2\ Ом,\ I = 10\ А$.

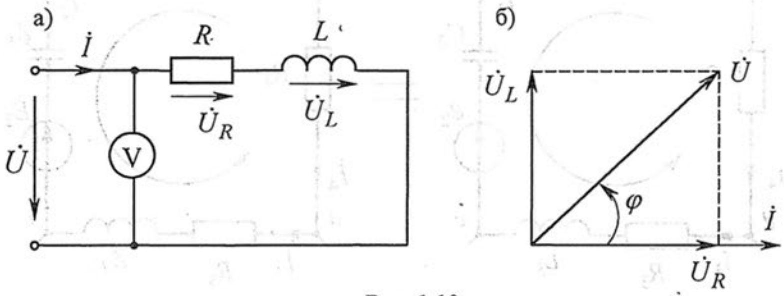


Рис. 1.10

Решение.

Задачу решим с использованием векторной диаграммы. Построение диаграммы начнем с общей величины для последовательного соединения - тока $\dot{I}$ (рис. 1.10б). Затем подсчитаем и отложим на векторной диаграмме в некотором масштабе напряжения на элементах последовательной цепи:

$\dot{U}_R = R\dot{I} = 2 \cdot 10 = 20\ В$ - в фазе с током;

$\dot{U}_L = jX_L\dot{I} = j2 \cdot 10 = j20\ В$ -вектор $\dot{I}$ вращаем на j, т.е. на $+90^0$ (против часовой стрелки), получаем направление $\dot{U}_L$.

$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L = 20 + j20$ - по правилу параллелограмма;

$U = \sqrt{U_R{}^2 + U_L{}^2} = 20\sqrt{2} = 28\ B$ - показание вольтметра, действующее значение;

$P = RI^2 = 2 \cdot 10^2 = 200\ B$т - активная мощность;

$Q = X_L I^2 = 2 \cdot 10^2 = 200\ вар$ - реактивная мощность;

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 200\sqrt{2} = 282\ BA$ - полная мощность.

Пример 3.

Определить по векторной диаграмме входное напряжение цепи (рис. 1.11а) для трех случаев:

1) $X_L > X_C$; 2) $X_L < X_C$; 3) $X_L = X_C$;

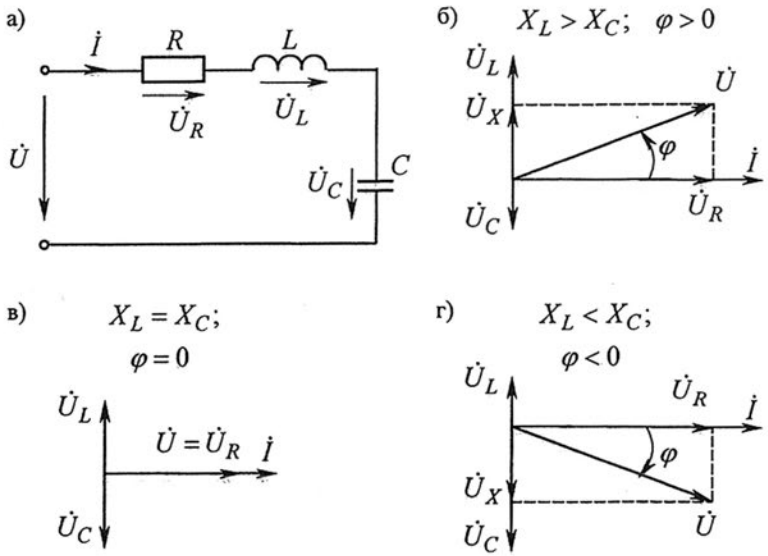


Рис. 1.11

Решение.

В общем случае для цепи рис. 1.11а имеем с учетом второго закона Кирхгофа:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} = [R + j(X_L - X_C)]\dot{I} = \underline{Z}\dot{I}.$$

где $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$ - комплексное сопротивление цепи;

R - активное сопротивление;

$X = (X_L - X_C)$ - реактивное сопротивление.

Ток $\dot{I}$ - общий для последовательной цепи. Поэтому при построении векторной диаграммы для каждого случая сначала откладывается вектор тока $\dot{I}$. Рассмотрим каждый случай.

1) $X_L > X_C$ (рис. 1.11б)

$\dot{U}_R = R\dot{I}$ - в фазе с током;

$\dot{U}_L = jX_L\dot{I}$ - вектор $\dot{I}$ вращаем на $+j$ или на $+90^0$;

$\dot{U}_C = -jX_C\dot{I}$ - вектор $\dot{I}$ вращаем на $-j$ или на -90^0;

$\dot{U}_X = \dot{U}_L + \dot{U}_C$ - направлен в сторону $\dot{U}_L$, т.к. $U_L > U_C$;

$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_X$ - по правилу параллелограмма.

Сдвиг по фазе тока относительно напряжения $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ откладываем от тока к напряжению. $\varphi = arctg\dfrac{X}{R} > 0$, т.к. $X = (X_L - X_C) > 0$

2) $X_L < X_C$ (рис. 1.11г)

Расчеты и построения векторной диаграммы аналогичны первому случаю, но $U_L < U_C$, поэтому $\dot{U}_X$ направлен в сторону $\dot{U}_C$, и фазовый сдвиг $\varphi < 0$ т.к. $X = (X_L - X_C) < 0$.

3) $X_L = X_C$ (рис. 1.11в)

В этом случае $U_L = U_C$, но они в противофазе, поэтому

$\dot{U}_X = \dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$; $\quad \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_X = \dot{U}_R$; $\quad \varphi = arctg\dfrac{X}{R} = 0$, т.к.

$$X = X_L - X_C = 0$$

Это частный режим, когда $X = (X_L - X_C) = 0$, фазовый сдвиг $\varphi = 0$, называемый резонансом напряжений.

1.5. Применение комплексных чисел к расчету цепей синусоидального тока

Комплексное число может быть изображено на комплексной плоскости вектором, проведенным из начала координат (рис. 1.12), который характеризуется величиной и положением относительно оси $+1$.

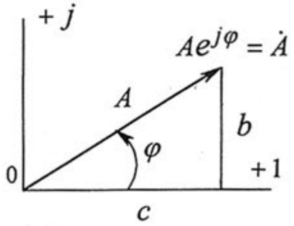


Рис. 1.1 2

Комплексное число можно выразить в трех формах: алгебраической $\dot{A} = c + jb$, тригонометрической - $\dot{A} = A(\cos\varphi + j\sin\varphi)$, показательной $\dot{A} = Ae^{j\varphi}$, где $A = \sqrt{c^2 + b^2}$ - модуль комплексного числа; $\varphi = arctg\dfrac{b}{c}$ - аргумент комплексного числа.

Сложение и вычитание комплексных величин удобно производить в алгебраической форме, а умножение и деление - в показательной форме. В связи с этим надо часто переходить от одной формы комплексного числа к другой.

Переход от показательной формы комплексного числа к алгебраической

$$\dot{A} = Ae^{j\varphi} = c + jb = A\cos\varphi + jA\sin\varphi \quad \text{(см. рис. 1.12)},$$

$$c = A\cos\varphi\,; \qquad b = A\sin\varphi\,.$$

Пример 4.

Мгновенные значения ЭДС, напряжения и тока известны:

$$e = 300\cos(\omega t + 120^0), \quad u = 200\sin(\omega t - 30^0), \quad i = 5\sqrt{2}\sin\omega t,$$

Записать комплексы действующих значений ЭДС, напряжения и тока в показательной и алгебраической формах. Построить векторные диаграммы ЭДС, напряжения и тока.

Решение.

а) $e = 300\cos(\omega t + 120^0) = 300\sin(\omega t + 120^0 + 90^0)$;

$\dot{E}_m = 300e^{j210^0}$ - комплексная амплитуда ЭДС;

$\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j210^0}$ - комплекс действующего значения ЭДС в показательной форме;

$$\dot{E} = \frac{300}{\sqrt{2}} e^{j210^0} = \frac{300}{\sqrt{2}} \cos 210^0 + j\frac{300}{\sqrt{2}} \sin 210^0 = -\frac{300}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{300}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} =$$

$= -183 - j107$ - комплекс действующего значения ЭДС в алгебраической форме (Рис. 1.13а);

б) $\dot{U}_m = 200\, e^{-j30^0}$ - комплексная амплитуда напряжения;

$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}}$ - комплекс действующего значения напряжения в показательной форме;

$\dot{U} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{-j30^0} = \frac{200}{\sqrt{2}} \cos(-30^0) + j\frac{200}{\sqrt{2}} \sin(-30^0) = 120 - j71$ - комплекс действующего значения напряжения в алгебраической форме (Рис. 1.13б);

в) $\dot{I}_m = 5\sqrt{2}$ - комплексная амплитуда тока;

$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}}$ - комплекс действующего значения тока;

$\dot{I} = 5$ - алгебраическая форма записи комплекса действующего значения тока (Рис. 1.13в).

Векторные диаграммы $\dot{E}$, $\dot{U}$, $\dot{I}$ представлены на рис. 1.13а,б,в. Векторы располагают относительно действительной оси $+1$.

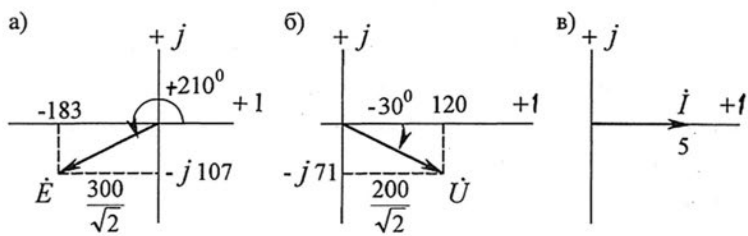


Рис. 1.13

Переход от алгебраической формы комплексного числа к показательной

$$c + jb = Ae^{j\varphi} = \dot{A} \quad \text{(см. рис. 1.12.);}$$

$$A = \sqrt{c^2 + b^2}; \quad \varphi = arctg\frac{b}{c}$$

Пример 5.

Комплексные ЭДС, напряжение и ток известны: $\dot{E} = -40 + j40$; $\dot{U} = 1 - j30$; $\dot{I} = -1 - j2$. Записать $\dot{E}$, $\dot{U}$, $\dot{I}$ в показательной форме, построить их векторные диаграммы и определить мгновенные значения e, u, i.

Решение.

а) $\dot{E} = -40 + j40 = \sqrt{40^2 + 40^2}\, e^{j\,arctg\frac{40}{-40}} = 56e^{j135^0} = 56e^{-j225^0}$

- показательная форма комплекса ЭДС (Рис. 1.14а).

б) $\dot{U} = 1 - j30 = \sqrt{1^2 + 30^2}\, e^{j\,arctg\frac{-30}{1}} = 30e^{-j88^0} \approx 30e^{-j90^0}$ - показательная форма комплекса напряжения (рис. 1.14б).

в) $\dot{I} = -1 - j2 = \sqrt{1^2 + 2^2}\, e^{j\,arctg\frac{-1}{-2}} = 2{,}24e^{-j117^0}$ - показательная форма комплекса тока (рис 1.14в).

Векторные диаграммы $\dot{E}$, $\dot{U}$, $\dot{I}$ представлены на рис. 1.14а,б,в. Вектор нужно располагать относительно оси действительных чисел + .

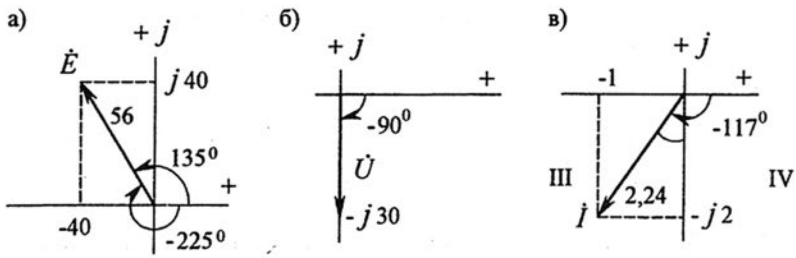


Рис. 1.14

Чтобы найти мгновенные значения e, u, i, определим сначала их комплексные амплитуды в показательной форме:

$$\dot{E}_m = \sqrt{2}\dot{E} = \sqrt{2}\cdot 56 e^{j135^0} = \sqrt{2}\,56 e^{-j225^0};$$

$$\dot{U}_m = \sqrt{2}\dot{U} = \sqrt{2}\cdot 30 e^{-j90^0};$$

$$\dot{I}_m = \sqrt{2}\,\dot{I} = \sqrt{2}\cdot 2{,}24 e^{-j117^0}.$$

Мгновенные значения e, u, i:

$$e = 56\sqrt{2}\sin(\omega t + 135^0) = 56\sqrt{2}\sin(\omega t - 225^0);$$

$$u = 30\sqrt{2}\sin(\omega t - 90^0); \qquad i = 2{,}24\sqrt{2}\sin(\omega t - 117^0).$$

Пример 6.

Заданы комплексы напряжения и тока:

$$\dot{U} = 80 + j60; \qquad \dot{I} = 24 - j7.$$

Определить активное R и реактивное X сопротивление последовательной схемы замещения, нарисовать эту схему, построить векторную диаграмму тока и напряжений, подсчитать активную, реактивную и полную мощность цепи.

Решение.

Определим комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{80 + j60}{24 - j7} = \frac{100 e^{j37^0}}{25 e^{-j16^0}} = 4 e^{j53^0} = 2{,}4 + j3{,}2 = R + jX.$$

Т.к. jX - положительное, на схеме замещения X - индуктивное сопротивление (рис. 1.15.а).

На рис. 1.15б показана векторная диаграмма цепи. Сначала откладываем общую величину для последовательной цепи - вектор тока $\dot{I}$. Затем определим $\dot{U}_R$ и $\dot{U}_X$.

$\dot{U}_R = R\dot{I} = 2{,}4\cdot 25 e^{-j16^0} = 60 e^{-j16^0}$ - совпадает по направлению с током $\dot{I}$;

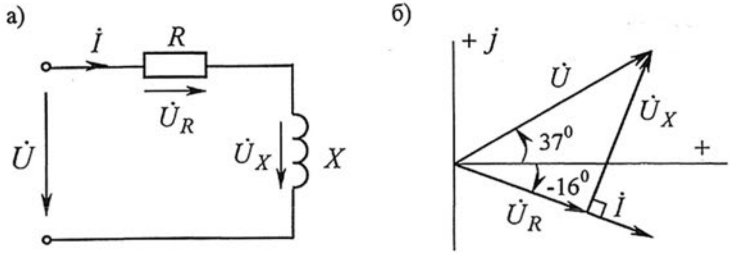


Рис. 1.15

$\dot U_X = jX\dot I = j3{,}2\cdot 25e^{-j16^0} = 80e^{j74^0}$ - вектор тока $\dot I$ вращаем на $+j$ или на $+90^0$ и получаем направление $\dot U_X$.

$\dot U = \dot U_R + \dot U_X = 80 + j60 = 100e^{j37^0}$ - входное напряжение верно;

$P = RI^2 = 2{,}4\cdot 25^2 = 1500$ $Вт$ - активная мощность;

$Q = XI^2 = 3{,}2\cdot 25^2 = 2000$ $вар$ - реактивная мощность;

$S = ZI^2 = 4\cdot 25^2 = 2500$ BA - полная мощность.

Пример 7.

Построить векторную диаграмму цепи (рис. 1.16а) для общего случая и определить величину емкости C, при которой в цепи может возникнуть режим резонанса токов, если: $R = 6$ $Ом$; $L = 12{,}7$ $Гн$; $f = 100$ $Гц$.

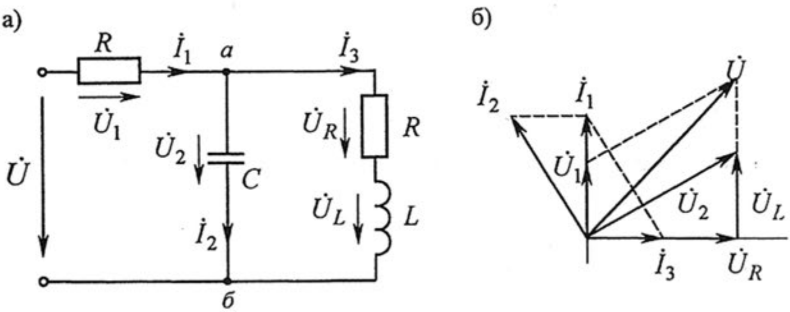


Рис. 1.16

Решение.

Построение диаграммы (рис. 1.16б) в общем случае удобнее начинать с ветви, содержащей последовательные элементы R и L, задаваясь током $\dot{I}_3$. Тогда вектора напряжений этой ветви:

$\dot{U}_R = R\dot{I}_3$ - в фазе с током $\dot{I}_3$;

$\dot{U}_L = jX_L\dot{I}_3$ - вращаем вектор $\dot{I}_3$ на j или 90^0.

По второму закону Кирхгофа определяем $\dot{U}_2 = \dot{U}_R + \dot{U}_L$;

По закону Ома находим $\dot{I}_2$.

$\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_2}{-jX_C} = j\dfrac{\dot{U}_2}{X_C}$ - вращаем вектор $\dot{U}_2$ на j или 90^0.

По первому закону Кирхгофа находим вектор общего тока $\dot{I}_1$.

$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ - складываем по правилу параллелограмма.

По закону Ома определим $\dot{U}_1$: $\dot{U}_1 = R\dot{I}_1$ - в фазе с током $\dot{I}_1$.

По второму закону Кирхгофа определим входное напряжение:

$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$ - складываем по правилу параллелограмма.

Теперь рассмотрим частный режим - резонанс токов.

Определим эквивалентную проводимость $\underline{Y}_{ab}$ параллельного участка цепи, где возможен резонанс токов:

$$\underline{Y}_{ab} = \frac{1}{-jX_C} + \frac{1}{R + jX_L} = j\frac{1}{X_C} + \frac{R - jX_L}{(R + jX_L)(R - jX_L)} =$$

$$= \frac{R}{R^2 + {X_L}^2} - j\left(\frac{X_L}{R^2 + {X_L}^2} - \frac{1}{X_C}\right) = g - jb.$$

При резонансе токов реактивная составляющая проводимости

$b = b_L - b_C = 0$;

$$b = \frac{X_L}{R^2 + {X_L}^2} - \frac{1}{X_C} = 0;$$

$$X_L = 2\pi f L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 12{,}7 \cdot 10^{-3} = 8\ Ом$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{R^2 + X_L{}^2}{X_L} = \frac{6^2 + 8^2}{8} = 16{,}7\ Ом$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 100 \cdot 16{,}7} = 0{,}98 \cdot 10^{-3}\ ф = 980\ мкф$$

Пример 8.

В цепи синусоидального тока (рис. 1.17а) $R = X_C$, амперметр показывает 12 A. Написать выражение мгновенного значения тока i_R, приняв начальную фазу тока i равной - 15^0.

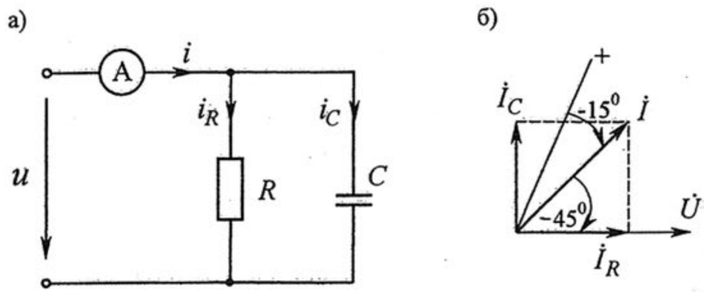


Рис. 1.17

Решение.

Сначала рассмотрим задачу в общем виде. Построение векторной диаграммы (рис. 1.17б) начнем с общей величины - напряжения $\dot U$.

$\dot I_R = \dfrac{\dot U}{R}$ - совпадает по фазе с напряжением $\dot U$.

$\dot I_C = \dfrac{\dot U}{-j X_C} = j \dfrac{\dot U}{X_C}$ - вектор $\dot U$ повернем на $+ j$ или на 90^0 и получим направление $\dot I_C$.

При $R = X_C$ величины токов I_R и I_C равные.

$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C$ определяем по правилу параллелограмма.

Проведем ось вещественных значений + так, чтобы начальная фаза тока $\dot{I}$ была равной - 15^0. Так как при равных I_R и I_C угол между вектором $\dot{I}_R$ и вектором $\dot{I}$ составляет 45^0, начальная фаза тока $\dot{I}_R$

$\varphi_{iR} = -(15^0 + 45^0) = -60^0$.

Действующее значение тока I_R определяем из прямоугольного треугольника $I_R{}^2 + I_C{}^2 = 2I_R{}^2 = I^2$; $\quad I_R = \dfrac{I}{\sqrt{2}}$.

Амплитуда тока $I_{Rm} = \sqrt{2}\, I_R = I = 12\ A$.

Мгновенное значение: $i_R = I_{Rm}\sin(\omega t + \varphi_{iR}) = 12\sin(\omega t - 60^0)$.

1.6. Активная, реактивная и полная мощность. Баланс мощностей

В цепи переменного тока следует различать мгновенную мощность p и активную мощность P. Мгновенная мощность $p = u\,i$ меняется во времени, а эквивалентная ей, но неизменная во времени активная мощность P может быть получена из равенства этих мощностей за период потребляемой энергии

$$PT = \int_0^T p\,dt.$$

Активная мощность P является средним значением мгновенной мощности за период и характеризует необратимое преобразование электрической энергии в другие виды энергии, например тепло.

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = RI^2 = U\,I\cos\varphi$$

$$[P] = \text{Вт (Ватт)}$$

Там, где в цепи имеются реактивные идеализированные элементы индуктивности L и емкости C, идет непрерывный обмен энергией между источником и приемником электрической энергии. Для удобства количественных оценок интенсивности обмена энергией введено понятие **реактивной мощности Q.**

$$Q = \pm X I^2 = U I \sin\varphi .$$

$$[Q] - \text{вар (вольт - амперы реактивные)}$$

Для характеристики оборудования в электротехнике используют понятие **полной мощности S.**

$S = Z I^2 = U I$; $[S] = \text{ВА}$ (Вольт - Ампер).

Рассмотрим цепь с последовательным соединением элементов R, L, C (рис. 1.11а), где комплексное сопротивление нагрузки

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R \pm jX = Z e^{\pm j\varphi} .$$

Из векторной диаграммы (рис. 1.18) нетрудно заметить, что треугольник мощностей подобен треугольнику сопротивлений, и следовательно треугольнику напряжений.

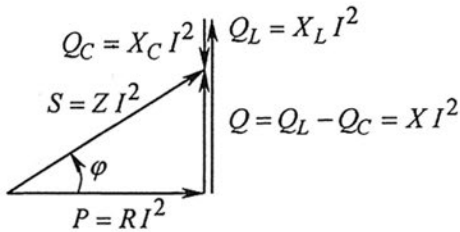


Рис. 1.18

$$S = U I = Z I^2 = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$P = R I^2 = U I \cos\varphi = U_R I$$

$$Q = Q_L - Q_C = X_L I^2 - X_C I^2 = I^2 (X_L - X_C) = U I \sin\varphi = U_X I .$$

Из-за сдвига фаз φ расчетная (полная) мощность установки используется неполностью, отсюда ясна важность высокого $\cos\varphi$, называемого **коэффициентом мощности.**

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \le 1$$

Чем меньше реактивная мощность Q, тем выше $\cos\varphi$.

Рассмотрим простой прием, позволяющий найти активную и реактивную мощности по комплексному напряжению $\dot{U}$ и сопряженному комплексу тока $\overset{*}{I}$.

$\dot{U} = U\,e^{j\varphi_u}$ - комплексное напряжение;

$\dot{I} = I\,e^{j\varphi_i}$ - комплексный ток;

$\overset{*}{I} = I\,e^{-j\varphi_i}$ - сопряженный комплекс тока;

$\widetilde{S} = \dot{U}\,\overset{*}{I}$ - комплекс полной мощности.

$$\widetilde{S} = \dot{U}\,\overset{*}{I} = U\,e^{j\varphi_u} I\,e^{-j\varphi_i} = U\,I\,e^{j(\varphi_u-\varphi_i)} = U\,I\,e^{j\varphi} =$$
$$= U\,I\cos\varphi + U\,I\sin\varphi = P + jQ$$

В линейной электрической цепи сумма активных мощностей источников ЭДС равна сумме активных мощностей приемников, а сумма реактивных мощностей источников ЭДС равна сумме реактивных мощностей приемников энергии.

$$\boxed{\sum\widetilde{S}_{\text{потр.}} = \sum\widetilde{S}_{\text{ист.}}}$$

Баланс комплексов полной мощности источников и потребителей.

$$\sum(P_{\text{потр.}} + jQ_{\text{потр.}}) = \sum(P_{\text{ист.}} + jQ_{\text{ист.}}).$$

$$\sum P_{\text{потр.}} = \sum P_{\text{ист.}}.$$

$$\sum Q_{\text{потр.}} = \sum Q_{\text{ист.}}.$$

$$\sum Q = \sum Q_{\text{L}} - \sum Q_{\text{C}}.$$

1.7. Цепи с взаимоиндукцией

В состав электрических цепей могут входить катушки, магнитосвязанные с другими катушками индуктивности. Поток одной из них пронизывает витки других и наводит в них ЭДС взаимоиндукции, которые должны быть учтены в расчете. При составлении уравнений для магнитосвязанных цепей необходимо знать, согласно или встречно направлены потоки самоиндукции и взаимоиндукции. Правильное заключение об этом можно сделать, если известно направление намотки катушек на сердечнике и выбрано положительное направление токов в них.

Вспомним, что если потоки самоиндукции и взаимоиндукции направлены согласно, то это - согласное включение катушек, а если они направлены встречно, то это - встречное включение катушек. На электрических схемах условно принято одноименные зажимы катушек помечать звездочками или жирными точками. При этом, если на схеме токи двух магнитосвязанных катушек одинаковым образом ориентированы относительно одноименных зажимов катушек, то имеет место согласное включение (рис. 1.19а), в противном случае - встречное включение (рис. 1.19б).

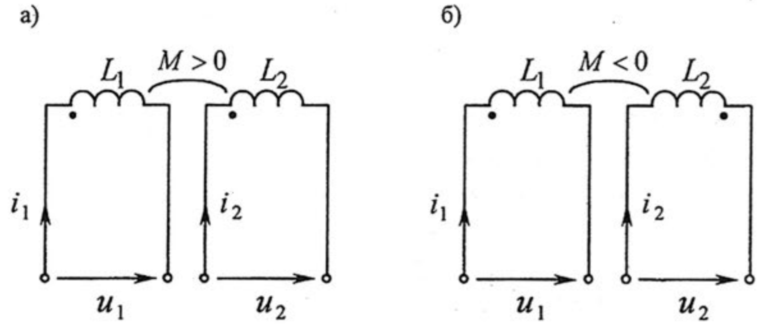


Рис. 1.19

Запишем напряжение на каждой катушке с учетом магнитной связи. При согласном включении (рис. 1.19.а) в дифференциальной форме:

$$u_1 = L_1 \frac{d i_1}{dt} + M \frac{d i_2}{dt};$$

$$u_2 = L_2 \frac{d i_2}{dt} + M \frac{d i_1}{dt}.$$

В символической форме:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

При встречном включении (рис. 1.19б) в дифференциальной форме:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt};$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}.$$

В символической форме:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1.$$

Интенсивность магнитной связи определяется коэффициентом связи

$$K_{\text{св}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \le 1.$$

Пример 9.

Как изменятся показания приборов в схеме (рис. 1.20) при увеличении расстояния между двумя индуктивно-связанными катушками?

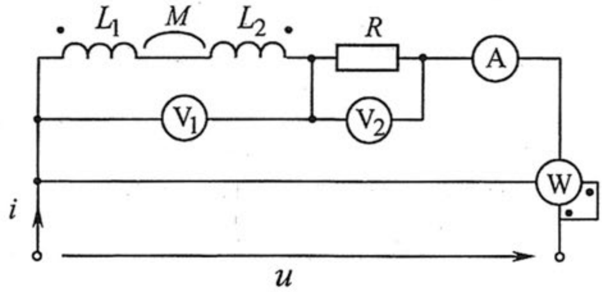


Рис. 1.20

Решение.

Здесь имеет место встречное включение катушек. Величина эквивалентного сопротивления цепи

$$Z_{встр} = \sqrt{R^2 + \omega^2 (L_1 + L_2 - 2M)^2}\,.$$

С увеличением расстояния между катушками $K_{св}$ уменьшается, что приводит к уменьшению $M = K_{св}\sqrt{L_1 L_2}$.

$Z_{встр}$ увеличивается, U - неизменно.

Показание амперметра:

$I = \dfrac{U}{Z_{встр}}$ - уменьшается.

Показания вольтметров (рис. 1.21):

$U_2 = RI$ - уменьшается;

$U_1 = \sqrt{U^2 - U_2{}^2}$ - увеличивается.

Показание ваттметра:

$P = RI^2$ - уменьшается.

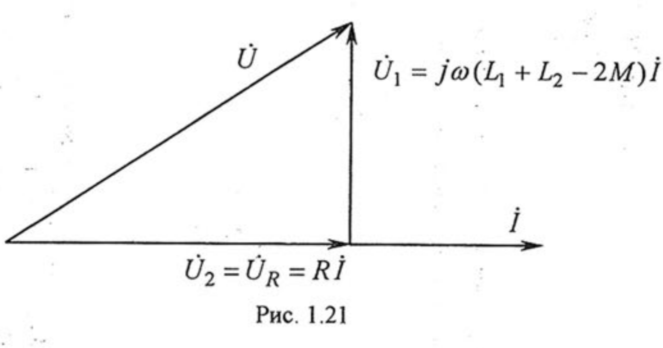


Рис. 1.21

2. Задание. Расчет линейных цепей синусоидального тока

Задача 2.1.

Электрическую цепь, схема которой изображена на рис. 2.1, рассчитать при частоте $f = 50$ *Гц* по данным табл. 2.1. Построить топографическую векторную диаграмму.

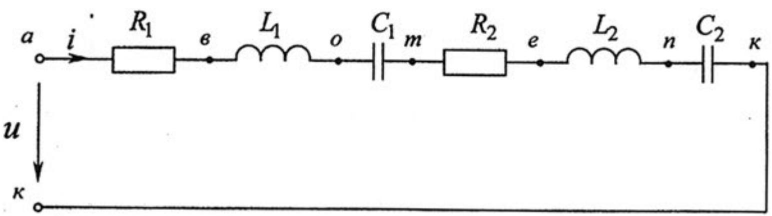


Рис. 2.1

Таблица 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
1	10	12	–	105	–	64	U_{OK}= 200 *В*	–	0	i	u	U_{ae}	$P_{ав}$	S
2	20	20	32	64	–	–	$I = 4\ A$	–	15	i	u	P	Q	S

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
3	4	–	19	–	1076	–	U_{ae}= 60 *В*	25	–	i	P	Q	S	u_{L1}
4	20	–	–	25,5	100	398	P = 686 *Вт*	20	–	i	u_{C1}	U	Q	S
5	–	8	19,1	12,7	–	–	$U_{вп}$= 50 *В*	–	20	i	u	P	Q	S
6	2	–	13	–	1060	–	Q = 100 *вар*	30	–	i	u	U_{ao}	P	S
7	4	–	41	–	1592	455	U = 70 *В*	130	–	i	P	Q	S	u_{R1}
8	–	5	9,55	12,8	177	–	$U_{вп}$= 120 *В*	–	25	i	u	P	Q	S
9	–	3	3,18	19,1	636	–	U = 10 *В*	0	–	i	P	Q	S	u
10	12	8	–	–	635	118	$U_{вк}$= 200 *В*	–	-10	i	P	Q	S	u
11	5	6	–	57	–	–	$U_{ок}$= 127 *В*	–	-17	i	$u_{ав}$	$P_{ве}$	Q	S
12	10	20	–	127	–	318	I = 1 *А*	–	30	i	$u_{ак}$	P	Q	S
13	2	2	–	19,1	1060	–	Q = 120 *вар*	15	–	i	u	U_{mn}	P	S
14	10	6	32	–	–	196	$U_{вк}$= 160 *В*	–	0	i	P_{an}	u_{R1}	Q	S
15	1	2	–	12,8	796	–	U_{ae}= 50 *В*	–	30	i	u	$\cos\varphi$	Q	S
16	0,5	2,5	–	13	–	–	P = 1730 *Вт*	10	–	i	u_{mn}	P	Q	S
17	3	7	15,9	–	–	290	$U_{вп}$= 30 *В*	–	-15	i	$u_{вк}$	P	Q	S

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
18	43	3	61	–	–	–	$U = 50\ В$	20	–	i	u	P	Q	S
19	3	–	12,8	35,1	–	318	$U_{вп} = 190\ В$	–	37	i	u	P	Q	S
20	6	5	15,9	–	227	106	$U = 30\ В$	15	–	i	u	$U_{mк}$	P	S
21	10	50	22	22	–	210	$U_{aк} = 80\ В$	–	75	i	u	U_{ae}	P	S
22	5	–	–	38,2	118	–	$U_{aп} = 50\ В$	–	20	i	u	P	Q	S
23	–	10	105	–	–	318	$Q = 360\ вар$	10	–	i	u_{L1}	S	P	$Q_{вe}$
24	–	15	64	32	–	212	$I = 10\ A$	–	20	i	u	Q	S	P
25	–	10	–	16	290	530	$U_{вк} = 185\ В$	9	–	i	u_{L2}	P	$\cos\varphi$	S
26	3	9	–	–	–	265	$U_{ae} = 120\ В$	–	-15	i	u_{C2}	$\cos\varphi$	S	P
27	0,5	0,5	9,6	–	–	–	$P = 64\ Вт$	-30	–	i	u_{am}	u	Q	S
28	6	24	–	57,4	–	530	$U_{вп} = 120\ В$	–	-41	i	u	$U_{oк}$	P	S
29	4	5	–	19,1	177	–	$U_{вк} = 150\ В$	–	15	i	u	U_{mn}	Q	P
30	3	10	–	44,6	289	–	$U = 60\ В$	-30	–	i	u_{ae}	P	Q	S
31	10	12	51	64	–	–	$U_{oк} = 220\ В$	–	4	i	u	$U_{вe}$	S	P
32	12	–	28,7	–	1060	530	$U_{aп} = 40\ В$	–	15	i	u	Q	P	S

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
33	1	2	–	–	–	796	$Q = 500$ *вар*	12	–	i	u	P	$\cos\varphi$	S
34	3	7	22	25	–	–	$I = 17\ A$	–	60	i	u	U_{mn}	P	Q
35	4	9	25,5	–	–	177	$U_{вк} = 200\ B$	–	14	i	u_{R1}	$Q_{вn}$	P	S
36	6	–	25,5	86	–	74	$U_{ae} = 30\ B$	0	–	i	u	P	Q	S
37	8	–	–	38,3	–	398	$P = 128$ *Вт*	20	–	i	u_{L2}	U_{an}	S	Q
38	6	–	25,5	–	–	177	$U_{вn} = 40\ B$	–	-28	i	u_{C2}	P	Q	S
39	4	3	–	–	–	199	$U = 190\ B$	0	–	i	u_{R2}	$U_{вк}$	P	S
40	1	4	6,37	25,5	–	–	$U_{вn} = 100\ B$	–	14	i	$u_{ак}$	U_{oe}	Q	S
41	3	8	–	51	–	187	$U = 90\ B$	-50	–	i	u_{R1}	U_{am}	P	S
42	60	80	–	242	172	–	$U_{вк} = 600\ B$	–	-25	i	u	P	Q	S
43	5	–	15,92	–	398	–	$U_{ок} = 30\ B$	–	10	i	u_{C1}	P	Q	S
44	10	–	–	–	1060	796	$Q = 252$ *вар*	55	–	i	u	$\cos\varphi$	P	S
45	3	–	64	–	–	796	$I = 6\ A$	–	-15	i	u_{L1}	U_{mn}	P	S
46	12	2	–	–	398	796	$U_{вк} = 150\ B$	20	–	i	u_{R2}	U_{an}	Q	S
47	18	–	76,5	–	–	133	$U_{ae} = 220\ B$	–	-90	i	u	Q	S	P

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
48	15	40	–	–	106	636	$U_{вп}$= 200 *В*	–	-58	i	u_{C1}	P	Q	S
49	3	3	–	–	–	338	U = 100 *В*	-45	–	i	u	$\cos\varphi$	P	S
50	–	6	–	41,4	796	212	$U_{вп}$= 120 *В*	–	-15	i	u	P	Q	S
51	15	8	–	73,2	–	244	U = 160 *В*	-60	–	i	u_{L2}	$U_{ок}$	S	P
52	–	30	64	127	318	–	$U_{ок}$= 220 *В*	–	-12	i	u	$U_{ае}$	S	P
53	20	–	–	22,3	59	–	$U_{ап}$= 70 *В*	45	–	i	u_{C1}	P	Q	S
54	–	–	–	13	265	1592	Q = 640 *вар*	0	–	i	u_{L2}	$U_{еп}$	S	P
55	10	10	–	48	–	–	I = 20 *А*	–	-35	i	u	$U_{ак}$	Q	P
56	–	12	32	–	635	177	$U_{вк}$= 200 *В*	–	0	i	u	$\cos\varphi$	P	Q
57	30	–	–	207	–	127	$U_{ае}$= 120 *В*	10	–	i	u_{R1}	$U_{ок}$	P	S
58	13	16	–	–	–	127	$U_{ок}$= 110 *В*	–	10	i	u	$U_{ек}$	Q	S
59	3	–	3,2	9,55	–	–	Q = 60 *вар*	20	–	i	u_{L1}	$U_{ае}$	S	P
60	60	–	207	–	106	–	I = 80 *А*	–	75	i	u	$U_{ав}$	$P_{ап}$	S
61	6	4	51	16	–	–	$U_{вк}$= 175 *В*	12	–	i	u_{L2}	$\cos\varphi$	Q	S
62	8	–	–	318	199	–	$U_{ае}$= 179 *В*	23	–	i	u_{C1}	P	Q	S

13

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
63	10	5	–	31,9	319	–	$P = 360$ *Вт*	-30	–	i	u_{L2}	$U_{ок}$	S	Q
64	–	6	38,2	–	–	796	$U_{вп} = 40$ *В*	–	32	i	u	$\cos\varphi$	$P_{ак}$	S
65	4	–	13	–	455	–	$U = 25$ *В*	0	–	i	u_{L1}	$U_{во}$	Q	S
66	–	20	–	63,6	636	212	$U_{вп} = 220$ *В*	–	-65	i	u_{C2}	$U_{ек}$	S	P
67	10	–	38,2	6,37	636	–	$U_{ап} = 27$ *В*	–	-30	i	u_{R1}	$U_{вк}$	Q	S
68	5	5	38	–	–	338	$U = 110$ *В*	–	10	i	u	$U_{ок}$	S	P
69	2	8	–	–	–	133	$P = 300$ *Вт*	30	–	i	u_{R2}	S	Q	$P_{ае}$
70	8	7	25,4	–	–	530	$U = 40$ *В*	80	–	i	u	Q	S	P
71	–	20	80	100	–	–	$U_{ок} = 220$ *В*	–	30	i	u_{R2}	S	P	Q
72	14	–	–	15,92	290	–	$U_{ап} = 36$ *В*	–	40	i	$u_{ав}$	$U_{ек}$	Q	S
73	–	4	32	–	636	1592	$Q = 324$ *вар*	15	–	i	u	$U_{пк}$	S	P
74	–	–	–	127	318	318	$I = 4,5$ *А*	-30	–	i	u	P	Q	S
75	9	–	32	–	635	318	$U_{вк} = 160$ *В*	–	7	i	u	$P_{ап}$	Q	S
76	2	7	–	51	–	–	$U_{ае} = 36$ *В*	–	-40	i	u_{R2}	$\cos\varphi$	Q	S
77	6	–	64	–	133	–	$P = 400$ *Вт*	50	–	i	u	Q	S	$\cos\varphi$

Продолжение табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
78	–	8	51	–	318	796	$U_{вn}$= 60 *В*	–	60	i	u_{L1}	P	Q	S
79	10	–	48	96	106	–	U = 80 *В*	0	–	i	cos φ	u_{C1}	P	S
80	–	10	38,2	3,2	–	106	$U_{вn}$= 200 *В*	–	12	i	u	P	Q	S
81	8	2	6,36	–	–	289	U = 70 *В*	35	–	i	u_{R2}	$U_{ок}$	S	Q
82	15	10	255	–	–	64	$U_{ок}$= 380 *В*	–	-10	i	u	$U_{вn}$	P	S
83	13	–	–	32	796	–	U_{an}= 15 *В*	–	-75	i	u	P	Q	S
84	3	–	–	16	–	354	Q = 100 *вар*	0	–	i	u	U_{ae}	P	S
85	–	7	–	57	398	–	I = 4 *А*	–	60	i	u_{R2}	U_{mn}	S	P
86	17	2	16	35,1	–	–	$U_{вк}$= 170 *В*	18	–	i	u_{L2}	S	P	Q
87	7	8	63,7	–	–	159	U_{ae}= 125 *В*	–	60	i	u	P	Q	S
88	2	4	25,5	–	–	398	P = 600 *Вт*	-60	–	i	$u_{вn}$	$U_{ак}$	Q	S
89	14	36	–	86	–	–	$U_{вn}$= 180 *В*	–	44	i	u	S	P	Q
90	–	4	–	19	–	158	U = 220 *В*	–	-60	i	u_{L2}	cos φ	P	S
91	8	25	15,9	–	117	–	U = 300 *В*	–	-41	i	u	$U_{вк}$	Q	S
92	4	–	12,7	3,18	199	–	$U_{ак}$= 100 *В*	-50	–	i	u	U_{am}	P	S

12

Окончание табл. 2.1

Вариант	Данные для расчета									Определить				
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	L_2, *мГН*	C_1, *мкФ*	C_2, *мкФ*		φ_u, *град*	φ_i, *град*					
93	12	30	–	–	160	160	$U_{ок}= 110\ В$	–	40	i	u	U_{an}	P	S
94	–	32	32	25,5	106	–	$U_{an}= 20\ В$	–	20	i	u	P	S	Q
95	–	6	–	–	354	290	$Q = 80$ *вар*	0	–	i	u	U_{me}	P	S
96	–	6	64	–	295	–	$I = 10\ A$	–	23	i	u_{R2}	U_{me}	P	S
97	5	8	63,7	6,4	–	–	$U_{вк}= 100\ В$	–	-12	i	u	P	S	Q
98	–	4,6	16	77,3	212	–	$U_{ae}= 110\ В$	–	0	i	u	S	P	Q
99	–	6	6,36	6,36	–	–	$P = 600\ Вт$	60	–	i	u	$U_{mк}$	S	Q
100	8	12	25,5	–	398	–	$U_{вn}= 60\ В$	–	-26	i	u_{R2}	U_{L1}	P	S

Задача 2.2.

Рассчитать электрическую цепь, схема которой изображена на рис. 2.2, по данным таблицы 2.2. Построить векторную диаграмму. Подсчитать баланс мощностей.

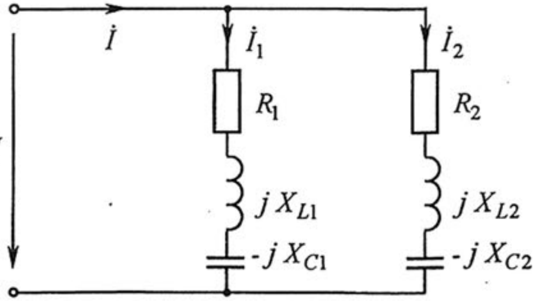


Рис. 2.2

Таблица 2.2

Вариант	Данные для расчета							Определить		
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*				
1	–	6	4	–	12	8	$U = 120\ B$	I_1	I_2	I
2	5	18	12	24	12	–	$U = 45\ B$	I_1	I_2	I
3	8	9	10	–	4	12	$I_2 = 6\ A$	U	I_1	I
4	2	–	2	6	4	4	$I = 4\ A$	U	I_1	I_2
5	3	10	3	–	9	–	$U = 27\ B$	I_1	I_2	I
6	15	–	25	–	5	30	$I = 3\ A$	U	I_1	I_2
7	12	–	19	15	10	–	$I_1 = 5\ A$	U	I_2	I
8	2	4	3	5	–	5	$I_2 = 8\ A$	U	I_1	I
9	10	2	4	–	–	8	$U = 70\ B$	I_1	I_2	I
10	2	–	1,5	4,9	–	9	$I_1 = 10\ A$	U	I_2	I
11	21	20	28	–	–	16	$I_2 = 1\ A$	U	I_1	I
12	4	–	4	–	–	4	$U = 141\ B$	I_1	I_2	I
13	7	6	4	–	–	–	$I = 7\ A$	U	I_1	I_2
14	4,5	–	6	5	–	–	$I_1 = 8\ A$	U	I_2	I

Продолжение табл. 2.2

Вариант	Данные для расчета							Определить		
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*				
15	5	6	–	9	7	–	$U = 83\ B$	I_1	I_2	I
16	8	–	–	16	8	8	$I_2 = 5\ A$	U	I_1	I
17	13	10	–	–	11	–	$I_1 = 2\ A$	U	I_2	I
18	16	–	–	24	9	–	$I = 10\ A$	U	I_1	I_2
19	20	–	–	–	18	18	$U = 220\ B$	I_1	I_2	I
20	3	4	–	–	4	3	$I = 9\ A$	U	I_1	I_2
21	60	60	60	–	–	80	$U = 120\ B$	I_1	I_2	I
22	30	–	40	–	–	30	$U = 127\ B$	I_2	I_1	I
23	10	6	–	8	–	–	$U = 127\ B$	I	I_1	I_2
24	20	–	15	–	–	50	$U = 127\ B$	I_1	I_2	I
25	20	18	–	–	16	–	$U = 127\ B$	I_2	I_1	I
26	44	32	–	44,5	–	–	$I_1 = 5\ A$	U	I_2	I
27	32	44	–	–	44,5	–	$I = 8\ A$	U	I_1	I_2
28	40	–	40	–	50	50	$U = 220\ B$	I_1	I_2	I
29	10	10	–	–	12	12	$I = 10\ A$	U	I_1	I_2
30	–	–	30	40	60	–	$U = 380\ B$	I	I_2	I_1
31	–	32	64	–	20	44,5	$I_2 = 4\ A$	U	I_1	I
32	–	6	–	–	10	8	$U = 100\ B$	I_1	I_2	I
33	60	60	–	–	60	80	$I_1 = 6\ A$	U	I_2	I
34	–	7	–	24	44	–	$I_1 = 5\ A$	U	I	I_2
35	–	–	–	12,7	15	22,7	$I_2 = 10\ A$	U	I_1	I
36	–	–	44	44	22	–	$U = 220\ B$	I_1	I_2	I
37	40	54	20	–	–	–	$U = 380\ B$	I_2	I	I_1
38	–	–	15	20	–	10	$I_1 = 8\ A$	U	I	I_2
39	–	20	25	–	15	–	$I_2 = 6\ A$	U	I	I_1
40	25	–	30	–	–	50	$I_1 = 4\ A$	I	I_2	U
41	4	6	–	8	–	–	$U = 40\ B$	I	I_1	I_2
42	6	–	2	10	4	–	$U = 40\ B$	I_1	I_2	I
43	10	3	–	4	–	–	$I_1 = 4\ A$	U	I	I_2

Продолжение табл. 2.2

Вариант	Данные для расчета							Определить		
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*				
44	8	4	18	–	2	–	$I = 10\ A$	I_1	I_2	U
45	6	–	–	–	8	12	$I_2 = 5\ A$	I	I_1	U
46	3	–	–	–	4	10	$U = 30\ B$	I_1	I_2	I
47	8	–	6	–	8	4	$U = 40\ B$	I_2	I	I_1
48	5	3	–	–	4	4	$I_2 = 8\ A$	I	I_1	U
49	80	–	100	–	25	15	$I = 1\ A$	U	I_1	I_2
50	12	–	16	–	10	6	$U = 160\ B$	I_1	I_2	I
51	10	4	–	–	–	3	$I_1 = 5\ A$	U	I_2	I
52	12	20	30	–	6	–	$U = 72\ B$	I	I_1	I_2
53	6	–	10	2	4	–	$I = 5\ A$	U	I_1	I_2
54	25	30	–	40	–	–	$U = 150\ B$	I_1	I_2	I
55	4	–	9	–	3	3	$U = 20\ B$	I_2	I_1	I
56	24	–	32	–	–	20	$U = 24\ B$	I	I_1	I_2
57	6	–	10	2	4	–	$I = 5\ A$	U	I_1	I_2
58	8	–	2	1	10	–	$U = 20\ B$	I	I_1	I_2
59	20	–	32	–	–	24	$U = 64\ B$	I_1	I_2	I
60	40	–	8	6	16	–	$U = 12\ B$	I_2	I_1	I
61	33	40	64	–	21	–	$U = 127\ B$	I	I_1	I_2
62	30	–	10	22	45	–	$U = 220\ B$	I_1	I_2	I
63	63	–	93	–	28	76	$U = 380\ B$	I_2	I_1	I
64	68	42	72	–	–	–	$I_1 = 0{,}8\ A$	U	I	I_2
65	18	–	16	–	–	35	$I_2 = 3{,}5\ A$	I_1	I	U
66	11	35	–	–	8	–	$I_1 = 6\ A$	I	I_2	U
67	17	–	–	55	30	–	$I_2 = 4\ A$	I_1	I	U
68	30	60	40	–	–	80	$I = 5\ A$	U	I_1	I_2
69	28	18	–	36	42	–	$I = 0{,}3\ A$	I_1	I_2	U
70	16	18	–	14	–	17	$I = 7\ A$	U	I_1	I_2
71	–	11	48	68	–	24	$I_2 = 4{,}5\ A$	U	I	I_1
72	–	26	–	38	52	56	$I_2 = 8\ A$	I_1	I	U

Окончание табл. 2.2

Вариант	Данные для расчета							Определить		
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*				
73	15	5	–	17	–	–	$I = 2{,}5\ A$	U	I_1	I_2
74	23	3	–	–	–	15	$I = 7{,}8\ A$	U	I_1	I_2
75	4,6	11	10	–	3	–	$I_1 = 3\ A$	U	I	I_2
76	16	–	33	18	48	–	$I_1 = 4{,}5\ A$	I_2	I	U
77	18	–	28	–	6	7	$I_1 = 0{,}5\ A$	U	I_2	I
78	3	2	10	–	–	14	$U = 36\ B$	I_1	I_2	I
79	9	5	–	18	16	–	$U = 50\ B$	I_2	I_1	I
80	5	–	5	6	–	5	$I_1 = 2\ A$	U	I_2	I
81	6	–	8	–	–	35	$I_2 = 4\ A$	U	I_1	I
82	–	5	10	5	5	–	$I_1 = 5\ A$	U	I	I_2
83	4	3	2	–	5	–	$U = 12\ B$	I	I_1	I_2
84	3	3	–	4	4	–	$U = 20\ B$	I_1	I_2	I
85	4	–	4	3	6	14	$U = 30\ B$	I_2	I_1	I
86	–	4	4	5	–	5	$I_2 = 4\ A$	U	I	I_1
87	–	6	5	–	6	5	$I_1 = 1\ A$	I	I_2	U
88	3	3	4	–	–	4	$I_2 = 2\ A$	U	I_1	I_2
89	6	6	6	–	–	6	$U = 12\ B$	I	I_1	I_2
90	7	–	7	–	17	5	$U = 15\ B$	I_1	I_2	I
91	8	8	5	–	–	5	$U = 21\ B$	I_2	I	I_1
92	6	6	5	–	–	5	$I_1 = 4\ A$	U	I	I_2
93	4	4	5	–	–	8	$U = 30\ B$	I_1	I_2	I
94	6	–	6	7	16	–	$U = 21\ B$	I_2	I	I_1
95	8	8	–	5	5	–	$I_2 = 3\ A$	U	I_1	I
96	8	–	9	3	–	10	$U = 70\ B$	I	I_1	I_2
97	9	8	–	7	–	6	$U = 18\ B$	I_1	I_2	I
98	–	7	7	5	5	–	$I_1 = 1\ A$	U	I	I_2
99	5	–	15	–	5	5	$I_1 = 2\ A$	U	I	I_2
100	6	9	–	3	2	–	$U = 22\ B$	I	I_1	I_2

Задача 2.3.

Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис. 2.3) $\underline{Z}$ в алгебраической и показательной форме по данным табл. 2.3.

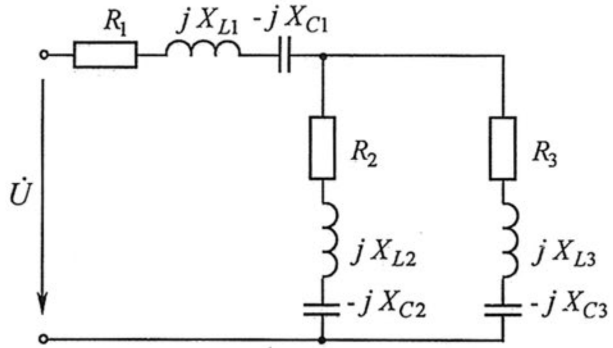


Рис. 2.3

Таблица 2.3

Вариант	Данные для расчета								
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	R_3, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{L3}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*	X_{C3}, *Ом*
1	8	10	12	6	–	–	–	12	–
2	–	14	–	24	30	–	10	–	25
3	15	–	5	–	10	–	18	–	8
4	40	–	20	–	30	15	26	–	–
5	–	28	–	35	20	–	–	–	42
6	–	–	15	–	–	20	24	36	–
7	30	16	36	–	–	–	–	–	26
8	–	32	45	–	24	–	14	–	–
9	–	48	–	20	–	80	–	26	–
10	22	–	14	–	17	–	30	35	–
11	18	–	28	–	–	–	–	32	21
12	–	12	25	36	26	–	–	–	–

Продолжение табл. 2. 3

Вариант	Данные для расчета								
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	R_3, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{L3}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*	X_{C3}, *Ом*
13	–	34	18	11	–	24	26	–	–
14	20	33	–	–	–	40	–	44	–
15	12	24	–	18	–	34	–	–	20
16	–	1	1	–	–	3	8	3	–
17	1	2	4	–	4	–	–	–	2
18	10	20	20	–	10	–	–	–	10
19	–	3	–	7	–	6	–	4	8
20	6	10	–	6	–	–	–	–	10
21	–	1	1	3	7	–	–	–	3
22	2	5	–	–	11	–	2	–	14
23	3	–	8	–	8	–	–	4	–
24	10	–	–	15	–	20	–	10	–
25	–	–	7	–	–	10	5	5	–
26	–	–	5	2,5	–	–	–	5	–
27	6	–	–	–	3	–	–	–	6
28	–	5	–	–	–	5	4	–	–
29	3	–	–	4	6	–	–	–	10
30	–	2	–	8	–	–	–	–	6
31	6	–	4,5	–	4	–	8	–	–
32	–	6,4	6,4	10	–	–	5	–	–
33	7	–	4,4	–	–	–	–	3	–
34	–	–	–	–	–	–	3,5	3	4
35	–	–	–	6	6	8	–	–	–
36	3	–	–	–	5	–	4	–	10
37	4	4	–	3	–	–	–	5	5
38	–	5	–	8	–	–	6	–	5
39	4	–	–	4,5	3	–	–	–	7
40	2	–	–	–	6,5	–	–	–	3,5
41	–	–	6	3	–	–	–	5	–
42	7	–	–	–	2	–	–	–	6
43	–	6	–	–	–	7	3	–	–

Продолжение табл. 2.3

Вариант	Данные для расчета								
	R_1, Ом	R_2, Ом	R_3, Ом	X_{L1}, Ом	X_{L2}, Ом	X_{L3}, Ом	X_{C1}, Ом	X_{C2}, Ом	X_{C3}, Ом
44	3	–	10	2	5	5	–	–	–
45	–	2	–	8	–	–	–	–	8
46	7	–	–	5	–	5	–	8	–
47	–	–	6	7	11	–	–	8	–
48	8	–	–	5	5	–	–	8	8
49	4	–	–	–	5	–	4	–	6
50	–	5	–	9	–	–	5	–	5
51	3	6	–	12	–	4	–	8	–
52	–	12	10	18	–	14	–	30	–
53	8	–	8	22	–	8	–	4	–
54	–	16	–	20	14	8	–	–	18
55	6	12	6	–	–	6	4	–	–
56	–	10	–	17	16	16	–	–	14
57	4	9	–	16	18	–	–	–	37
58	–	–	7	–	19	–	28	4	16
59	3	–	26	12	14	–	–	–	13
60	–	24	–	22	17	–	8	–	30
61	10	80	40	5	–	–	–	10	–
62	20	30	–	40	–	–	–	30	40
63	30	–	40	–	–	50	–	20	–
64	20	–	–	50	–	–	–	40	30
65	–	5	–	3	–	4	–	5	–
66	–	–	15	9	12	–	16	–	12
67	–	10	–	12	–	–	8	–	6
68	–	15	8	–	10	–	10	12	–
69	12	16	–	6	–	8	–	10	–
70	4	–	6	8	–	6	–	6	–
71	14	8	19	6	–	–	–	7	6
72	13	12	–	39	–	–	–	17	6
73	4	–	14	–	–	27	–	5	–
74	55	–	–	21	–	24	–	14	–

Окончание табл. 2.3

Вариант	Данные для расчета								
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	R_3, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{L3}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*	X_{C3}, *Ом*
75	–	17	–	8	–	32	–	21	–
76	–	–	11	28	39	–	17	–	17
77	–	14	–	61	–	7	48	–	10
78	–	40	33	–	11	–	24	17	–
79	71	29	–	14	–	21	–	8	–
80	51	–	16	21	–	12	–	30	–
81	4	4	2	–	–	–	4	–	5
82	–	2	3	–	–	–	3	3	–
83	4	7	8	–	–	5	–	–	–
84	–	10	15	10	–	–	20	–	20
85	12	15	9	4	–	–	–	10	–
86	15	9	6	–	–	–	20	12	–
87	25	18	–	–	–	15	10	–	–
88	–	12	13	–	7	–	8	–	–
89	–	13	10	5	–	10	–	–	–
90	–	8	–	12	–	8	10	6	–
91	4	5	6	3	–	–	–	12	–
92	–	7	–	24	30	–	10	–	25
93	3	–	1	–	2	–	4	–	2
94	20	–	10	–	15	8	13	–	–
95	–	14	–	18	10	–	–	–	21
96	–	–	3	–	–	4	5	7	–
97	15	8	18	–	–	–	–	–	14
98	6	12	–	9	1	17	–	–	10
99	–	16	23	–	12	–	7	–	–
100	–	24	–	100	–	40	–	18	–

3. Типовой расчет задания

«Расчет линейных цепей синусоидального тока»

Задача 3.1

Электрическую цепь, схема которой изображена на рис. 3.1, рассчитать при частоте $f = 50$ *Гц* по данным табл. 3.1. Построить топографическую векторную диаграмму.

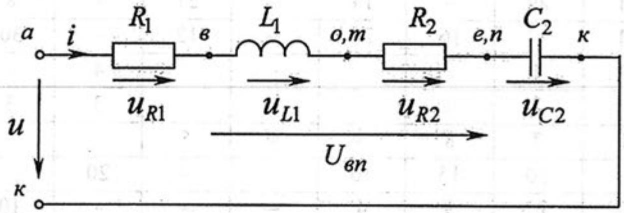


Рис. 3.1

Таблица 3.1

Вариант	Данные для расчета						Определить					
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	L_1, *мГН*	C_2, *мкФ*	$U_{вп}$, *В*	φ_u, *град*						
101	3	1	22,3	318	21,15	30	i	u	U_{ao}	P	Q	S

На схеме показать только заданные элементы.

Решение.

1) Определим мгновенное значение тока

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i).$$

I_m - амплитуда тока, $I_m = \sqrt{2} I$.

I - действующее значение тока,

$$I = \frac{U_{вп}}{Z_{вп}} = ?$$

Определим реактивные сопротивления цепи:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi f L_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 22{,}3 \cdot 10^{-3} = 7 \text{ } Ом;$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10\ Ом.$$

Угловая частота $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 = 314\ с^{-1}$.

Величина сопротивления участка цепи *вп*:

$$Z_{вп} = \sqrt{X_{L1}{}^2 + R_2{}^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = 7{,}05\ Ом.$$

$$I = \frac{U_{вп}}{Z_{вп}} = \frac{21{,}15}{7{,}05} = 3\ А.$$

Начальная фаза тока $\varphi_i = \varphi_u - \varphi$, где

φ_u - начальная фаза напряжения,

φ - угол сдвига фазы тока по отношению к фазе напряжения.

Угол φ определяем из треугольника сопротивлений (рис. 3.2):

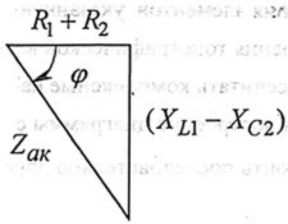


Рис. 3.2

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{X_{L1} - X_{C2}}{R_1 + R_2} =$$

$$= \operatorname{arctg}\frac{-3}{4} = -37^0.$$

$$\varphi_i = \varphi_u - \varphi = 30^0 - (-37^0) = 67^0.$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 3 \sin(314t + 67^0) =$$

$$= 4{,}23 \sin(314t + 67^0)\ A$$

2) Мгновенное значение напряжения источника

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u).$$

$$U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot Z_{ак} \cdot I.$$

Полное сопротивление цепи

$$Z_{ак} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} - X_{C2})^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5\ Ом.$$

$$U_m = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot 3 = 1{,}41 \cdot 15 = 21{,}15\ В.$$

$u = 21{,}15\sin(314t + 30^0)$.

3) Действующее значение напряжения на участке *ao*:

$$U_{ao} = Z_{ao}I = \sqrt{R_1{}^2 + X_{L1}{}^2}\, I = \sqrt{3^2 + 7^2} \cdot 3 = 22{,}8 \text{ В}.$$

4) Активная мощность

$$P = (R_1 + R_2)I^2 = UI\cos\varphi = 4 \cdot 9 = 15 \cdot 3\cos(-37^0) = 36 \; Вт.$$

5) Реактивная мощность

$$Q = (X_{L1} - X_{C2})I^2 = UI\sin\varphi = -3 \cdot 3^2 = 15 \cdot 3\sin(-37^0) = -27 \; вар.$$

6) Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 15 \cdot 3 = \sqrt{36^2 + (-27)^2} = 45 \; ВА.$$

7) **Векторная диаграмма** – это совокупность векторов, построенная с соблюдением их взаимной ориентации по фазе. На топографической диаграмме необходимо учитывать последовательность соединения элементов, указанную на схеме, т.е. отразить топографию цепи. Для построения топографической векторной диаграммы (рис. 3.3) необходимо сначала рассчитать комплексные напряжения на каждом элементе схемы, а затем начать построение диаграммы с общей величины – вектора тока $\dot{I}$, после чего построить последовательно друг за другом вектора напряжений, начиная с $\dot{U}_{R1}$.

$$\dot{I} = 3e^{j67^0}$$

Вектор тока $\dot{I}$ под углом $\varphi_i = 67^0$ к оси $+1$ можно отложить в любом масштабе, масштаб напряжения $m_U = 3\dfrac{В}{см}$. Все вектора связывают с осью $+1$, фазовый сдвиг указывают стрелкой от тока к напряжению.

$\dot{U}_{R1} = R_1\dot{I} = 9e^{j67^0}$ - вектор $\dot{U}_{R1}$ совпадает по фазе с $\dot{I}$.

$\dot{U}_{L1} = jX_{L1}\dot{I} = e^{j90^0} \cdot 7 \cdot 3e^{j67^0} = 21e^{j157^0}$ - чтобы получить направление $\dot{U}_{L1}$, вектор $\dot{I}$ вращаем на $+90^0$ (против часовой стрелки).

Задача 3.2

Рассчитать электрическую цепь, схема которой изображена на рис. 3.4, по данным таблицы 3.2. Построить векторную диаграмму. Подсчитать баланс мощностей.

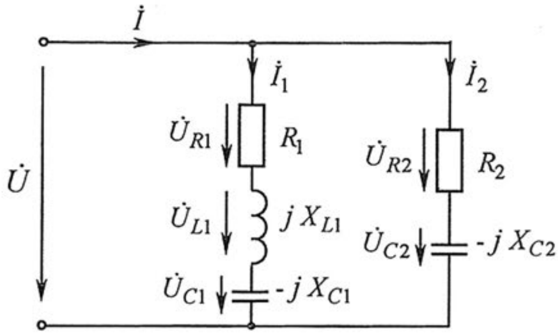


Рис. 3.4

Таблица 3.2

Вариант	Данные для расчета						Определить		
	R_1, *Ом*	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C2}, *Ом*	I_1, *A*			
101	4	8	6,64	3,32	6	4	I_2	I	U

На схеме показать только заданные элементы.

Решение.

1) Определим комплексные сопротивления первой ветви $\underline{Z}_1$, второй ветви $\underline{Z}_2$ и эквивалентное сопротивление цепи $\underline{Z}$.

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = 4 + j6{,}64 - j3{,}32 = 4 + j3{,}32 =$$

$$= \sqrt{4^2 + 3{,}32^2}\, e^{j\,\mathrm{arc\,tg}\frac{3{,}32}{4}} = 5{,}2e^{j40^0};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C1} = 8 - j6 = \sqrt{8^2 + 6^2}\, e^{j\,\mathrm{arc\,tg}\frac{-6}{8}} = 10e^{-j37^0};$$

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{5{,}2e^{j40^0} \cdot 10e^{-j37^0}}{4 + j3{,}32 + 8 - j6} = \frac{52e^{j3^0}}{12 - j2{,}68} =$$

$$= \frac{52e^{j3^0}}{12{,}3e^{-j12^030'}} = 4{,}22e^{j15^030'}.$$

2) Принимаем начальную фазу заданной величины $\varphi_{i1} = 0$, тогда $\dot{I}_1 = 4e^{j0^0} = 4\ A$.

Комплекс действующего значения входного напряжения

$$\dot{U} = \underline{Z}_1\dot{I}_1 = 5{,}2e^{j40^0} \cdot 4 = 20{,}8e^{j40^0}\ B.$$

Действующее значение входного напряжения $U = 20{,}8\ B$.

3) $\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_2} = \dfrac{20{,}8e^{j40^0}}{10e^{-j37^0}} = 2{,}08e^{j77^0}\ A;$

$I_2 = 2{,}08\ A.$

4) Входной ток $\dot{I}$ можно определить двумя методами: по закону Ома и по первому закону Кирхгофа.

По закону Ома:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{20{,}8e^{j40^0}}{4{,}22e^{j15^030'}} = 4{,}93e^{j24^030'}A.$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 4 + 2{,}08e^{j77^0} = 4 + 2{,}08\cos 77^0 + j2{,}08\sin 77^0 =$$

$$= 4 + 0{,}468 + j2{,}01 = 4{,}468 + j2{,}01 = \sqrt{4{,}468^2 + 2{,}01^2}\ e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{2{,}01}{4{,}468}} =$$

$$= 5e^{j24^012'}A;$$

$I = 5\ A.$

Сравнение двух методов показывает, что погрешность расчетов – в допустимых пределах.

5) Векторная диаграмма (рис. 3.5).

Выбираем масштаб тока $m_I = 0{,}5\ \frac{A}{см}$, масштаб напряжения $m_U = 4\ \frac{B}{см}$. Сначала относительно оси $+1$ отложим рассчитанные токи $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}$ и убедимся, что и на диаграмме выполняется первый закон Кирхгофа (токи образуют параллелограмм).

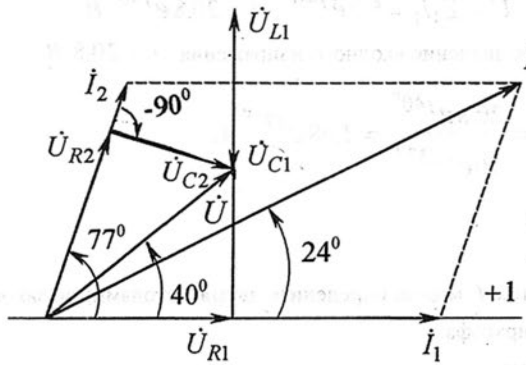


Рис. 3.5

Затем рассчитаем комплексные напряжения на каждом элементе, отложим их вектора (для каждой ветви последовательно друг за другом) и убедимся, что выполняется второй закон Кирхгофа.

$$\dot{U}_{R1} = R_1\dot{I}_1 = 4 \cdot 4 = 16\ B;$$

$$\dot{U}_{L1} = jX_{L1}\dot{I}_1 = j6{,}64 \cdot 4 = j26{,}6 = 26{,}6e^{j90^0}\ B;$$

$$\dot{U}_{C1} = -jX_{C1}\dot{I}_1 = -j3{,}32 \cdot 4 = -j13{,}3 = 13{,}3e^{-j90^0}\ B;$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{C1} = 20{,}8e^{j40^0}$$ - из расчета.

$$\dot{U}_{R2} = R_2 \dot{I}_2 = 8 \cdot 2{,}08 e^{j77^0} = 16{,}64 e^{j77^0} B;$$

$$\dot{U}_{C2} = -jX_{C2} \dot{I}_2 = -j6 \cdot 2{,}08 e^{j77^0} = 12{,}48 e^{-j13^0} B;$$

$\dot{U} = \dot{U}_{R2} + \dot{U}_{C2} = 20{,}8 e^{j40^0}$ - из расчета.

$U = 5{,}2 см \cdot 4 \dfrac{B}{см} = 20{,}8\ B,\ \varphi_u = 40^0$ - из диаграммы.

Результаты расчета и векторная диаграмма совпадают с достаточной точностью, значит, расчеты и построения диаграммы выполнены верно.

5) Подсчитаем баланс мощностей.

В линейной электрической цепи сумма активных мощностей источников ЭДС равна сумме активных мощностей потребителей, а сумма реактивных мощностей источников ЭДС равна сумме реактивных мощностей потребителей энергии, т.е. существует баланс комплексных мощностей источников и потребителей.

$$\sum \widetilde{S}_{\text{потр.}} = \sum \widetilde{S}_{\text{ист.}}$$

$$\sum (P_{\text{потр.}} + jQ_{\text{потр.}}) = \sum (P_{\text{ист.}} + jQ_{\text{ист.}}).$$

$$\boxed{\sum P_{\text{потр.}} = \sum P_{\text{ист.}}}$$

$$\boxed{\sum Q_{\text{потр.}} = \sum Q_{\text{ист.}}}$$

Сумма активных мощностей потребителей:

$$\sum P_{\text{потр.}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 4 \cdot 4^2 + 8 \cdot 2{,}08^2 = 98{,}6\ Вт.$$

$$\sum Q_{\text{потр.}} = (X_{L1} - X_{C1}) I_1^2 + (-X_{C2}) I_2^2 = 3{,}32 \cdot 4^2 - 6 \cdot 2{,}08^2 = 27{,}2\ вар.$$

Полная комплексная мощность источника:

$$\sum \widetilde{S}_{\text{ист.}} = \dot{U} \overset{*}{I} = 20{,}8 e^{j40^0} \cdot 5 e^{-j24^0 12'} = 104 e^{j15^0 48'} = 104 \cos(15^0 48') +$$

$$+ j104 \sin(15^0 48') = 104 \cdot 0{,}96 + j104 \cdot 0{,}27 = 99{,}8 + j28 = P_{\text{ист.}} + Q_{\text{ист.}}$$

Баланс мощностей:

$$\sum P_{\text{потр.}} = \sum P_{\text{ист.}}; \qquad 98{,}6\ Вт \approx 99{,}8\ Вт.$$

$$\sum Q_{\text{потр.}} = \sum Q_{\text{ист.}}; \qquad 27{,}2\ вар \approx 28\ вар.$$

Погрешность при расчете баланса мощностей – в допустимых пределах, что еще раз подтверждает, что задача решена верно.

Задача 3. 3

Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис. 3.6) $\underline{Z}$ в алгебраической и показательной форме по данным табл. 3.3

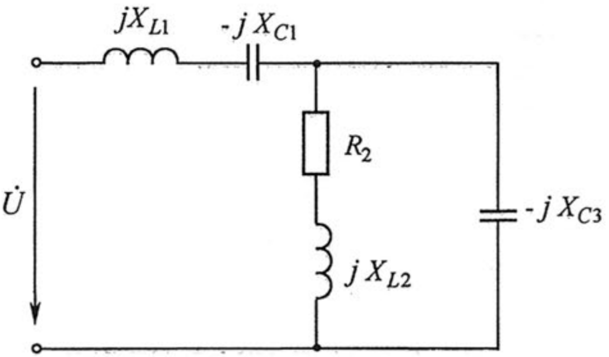


Рис. 3.6

Таблица 3.3

Вари-ант	Данные для расчета				
	R_2, *Ом*	X_{L1}, *Ом*	X_{L2}, *Ом*	X_{C1}, *Ом*	X_{C3}, *Ом*
101	7	12	25	22	30

На схеме показать только заданные элементы.

Решение.

$$\underline{Z} = jX_{L1} - jX_{C1} + \frac{(R_2 + jX_{L2})(-jX_{C3})}{R_2 + jX_{L2} - jX_{C3}} = j12 - j22 + \frac{(7 + j25)(-j30)}{7 + j25 - j30} =$$

$$=-j10+\frac{-j210-j^2750}{7-j5}=-j10+\frac{-j210+750}{7-j5}=$$

$$-j10+\frac{\sqrt{210^2+750^2}\,e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{-210}{750}}}{\sqrt{7^2+5^2}\,e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{-5}{7}}}=-j10+\frac{778{,}85e^{-j15^0 30'}}{8{,}6e^{-j35^0 30'}}=$$

$$=-j10+90{,}5e^{j20^0}=-j10+90{,}5\cos 20^0+j90{,}5\sin 20^0=$$

$$=-j10+85+j31=85+j21=\sqrt{85^2+21^2}\,e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{21}{85}}=87{,}56e^{j14^0}$$

Список литературы

1. Бессонов Л.А. Электричекие цепи – М.: "Высшая школа", 1996. – 559 с.
2. Васильева Л.Н., Бережных В.В., Макарьева И.П. Расчет линейных цепей синусоидального тока. Методические указания по электротехнике. – Иркутск, 1993. – 32 с.
3. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: "Энергия", 1975. – 751 с.
4. Липатов Д.Н. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения. – М.: " Энергия ", 1984. – 240 с.
5. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Под ред. Герасимова В.Г. – М.: "Высшая школа", 1987. – 288 с.
6. Электротехника / Под ред. Герасимова В.Г. – М.: "Высшая школа", 1985. – 480 с.

Содержание

Раиса Ивановна Гусакова

Расчет линейных цепей сунусоидального тока

Методическое пособие

Подготовила к печати А. Г. Брянская

Компьютерный набор и вёрстка: Демко Е. А.

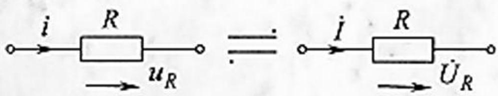
Подписано в печать 7.04.04. Формат 60x84 1/16.
Бумага типографская. Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,75.
Уч.-изд.л. 4. Тираж 1000 экз. Зак. 190 Поз. плана 7.

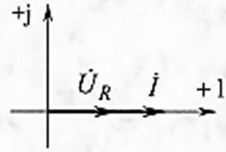
ИД № 06506 от 26.12.2001
Иркутский государственный технический университет
664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83

12р.

Закон Ома

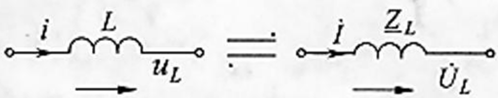
1) Активное сопротивление

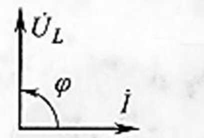




$$u_R = Ri \quad \risingdotseq \quad \dot{U}_R = R\dot{I} \qquad \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$$

2) Индуктивность

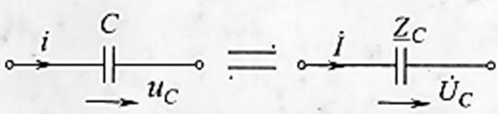


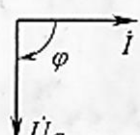


$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 90^0$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} \quad \risingdotseq \quad \dot{U}_L = j\omega L\dot{I} = \underline{Z}_L\dot{I}$$

3) Емкость





$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -90^{\circ}$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int i\,dt \quad \risingdotseq \quad \dot{U}_C = \frac{-j}{\omega C}\dot{I} = \underline{Z}_C\dot{I}$$