

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)**

Кафедра Высшая и прикладная математика

Составители: Карпухин В.Б., д.ф.-м. н., Алексеев В.Н., к.т.н., доц.; Садыкова О.И., к.п.н., доц.

**КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ N1, N2 и N3
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление: 080100.62 Экономика

Профиль: Все

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: Заочная (реализуется с применением дистанционных образовательных технологий)

Москва 2014 г.

ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ №1, 2, 3

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Для выполнения контрольной работы №1 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

- I. Введение в математический анализ: элементы теории множеств, функции одной переменной, пределы;

ЗАДАЧА 1

1 – 10. Даны множества A и B. Найти объединение, пересечение и разность множеств A и B.

Уровень I

- | | | |
|---|---|---|
| 1. $A = \{1, 5, 9, 12\}$
$B = \{0, 7, 9, 12, 17\}$ | 2. $A = \{3, -2, 4, 8\}$
$B = \{4, 5, 9, -2, 17\}$ | 3. $A = \{0, -3, 7, 11\}$
$B = \{2, 0, 11, -2, 12\}$ |
| 4. $B = \{-8, 7, 0, 5, 9\}$
$A = \{1, 5, 9, 0\}$ | 5. $B = \{14, 6, 2, -2, 4\}$
$A = \{2, 3, 5, 6\}$ | 6. $B = \{8, -3, 4, 6, 5\}$
$A = \{6, 8, 1, 0\}$ |
| 7. $B = \{-8, 7, 0, 5\}$
$A = \{3, 5, 6, 0\}$ | 8. $B = \{8, 3, 0, 6\}$
$A = \{-3, 6, 7, 0\}$ | 9. $B = \{4, 3, 11, 9\}$
$A = \{-3, 7, 6, 5\}$ |
| 10. $B = \{2, 3, 4, -3, 8\}$
$A = \{9, 0, 7, -4\}$ | | |

Уровень II

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $A = \{2, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 3\}$ | 2. $A = \{5, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 6\}$ | 3. $A = \{4, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 4\}$ | 4. $A = \{7, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 7\}$ |
| 5. $A = \{-7, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -7\}$ | 6. $A = \{-2, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -3\}$ | 7. $A = \{-3, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -2\}$ | 8. $A = \{1, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 9\}$ |
| 9. $A = \{-1, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 9\}$ | 10. $A = \{-9, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 1\}$ | | |

Уровень III

Доказать тождество с помощью:

- а) Определения равенства множеств и операций над множествами;
- б) Диаграммы Эйлера – Венна.

1. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
2. $A \cap (B \cup (A \cap C)) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
3. $A \cup (B \cap (A \cup C)) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
6. $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$
7. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
8. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
9. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
10. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$

ЗАДАЧА 2

11 – 20. Построить графики функций методом преобразования элементарных функций.

Уровень I

11. $y = x^2 + 2$ 12. $y = \cos x - 1$ 13. $y = \frac{1}{x} - 2$ 14. $y = x + 4$ 15. $y = \sin x + 1$
16. $y = e^x + 4$ 17. $y = \ln x - 2$ 18. $y = 2^x - 1$ 19. $y = \operatorname{tg} x - 1$ 20. $y = \operatorname{ctg} x + 1$

Уровень II

11. $y = (x - 1)^2 + 2$ 12. $y = \cos 2x - 1$ 13. $y = \frac{1}{x + 2} - 2$ 14. $y = 3x + 4$

$$15. \quad y = \sin 2x + 1 \quad 16. \quad y = \frac{1}{x-3} + 2 \quad 17. \quad y = -5x + 1 \quad 18. \quad y = (x+2)^2 - 2$$

$$19. \quad y = \operatorname{tg} 3x - 1 \quad 20. \quad y = \operatorname{ctg} 2x + 1$$

Уровень III

$$11. \quad y = (3x-1)^2 + 2 \quad 12. \quad y = -\cos 2x - 1 \quad 13. \quad y = \frac{1}{2x+2} - 2 \quad 14. \quad y = -e^{2x} + 4$$

$$15. \quad y = -\sin 2x + 1 \quad 16. \quad y = \frac{1}{2x-3} + 2 \quad 17. \quad y = -\ln 2x - 2 \quad 18. \quad y = (3x+2)^2 - 2$$

$$19. \quad y = -2\operatorname{tg} 3x - 1 \quad 20. \quad y = -2\operatorname{ctg} 2x + 1$$

ЗАДАЧА 3

21 – 30. Найти предел числовой последовательности при $n \rightarrow \infty$.

Уровень I

$$21. \quad \frac{n}{n+2} \quad 22. \quad -\frac{n}{n+2} \quad 23. \quad 1 + \frac{1}{n} \quad 24. \quad -1 + \frac{1}{2n}$$

$$25. \quad 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad 26. \quad \frac{2n}{n+1} \quad 27. \quad 1 - 3n \quad 28. \quad 1 + 2n$$

$$29. \quad 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad 30. \quad -1 + n$$

Уровень II

$$21. \quad \sqrt{n+2} - \sqrt{n-2} \quad 22. \quad \sqrt{n-3} - \sqrt{n+3} \quad 23. \quad \frac{(-1)^n n}{n-2}$$

$$24. \quad -1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad 25. \quad 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n \quad 26. \quad \frac{(-1)^n n}{n+1}$$

$$27. \quad \sqrt{n^2+1} - n \quad 28. \quad 1 + \left(-\frac{1}{4}\right)^n \quad 29. \quad \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-1}$$

$$30. \quad \sqrt{n^2-n+4} - \sqrt{n^2+n-1}$$

Уровень III

21 – 25. Дана последовательность $x_n, n = 0, 1, 2, \dots$. Определить номер члена последовательности n , начиная с которого величина x_n станет и будет оставаться меньше данного положительного числа ξ .

$$21. x_n = \frac{1}{3^n}; \quad 22. x_n = \frac{1}{2^n}; \quad 23. x_n = \frac{1}{4^n}; \quad 24. x_n = \frac{1}{5^n}; \quad 25. x_n = \frac{1}{6^n}.$$

26 – 30. Дана последовательность $x_n = \frac{1}{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots$. Определить номер члена последовательности n , начиная с которого величина x_n станет и будет оставаться меньше:

$$26. 0,001; \quad 27. 0,01; \quad 28. 0,1; \quad 29. 0,0001; \quad 30. 0,00001.$$

ЗАДАЧА 4

31 – 40. Найти предел последовательности, используя эквивалентности бесконечно малой и бесконечно большой величины.

Уровень I

$$\begin{aligned} 31. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin a_n}{3a_n} \quad & 32. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4a_n}{a_n^2} \quad & 33. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{a_n}{2}}{a_n} \quad & 34. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^n \\ 35. \lim_{n \rightarrow \infty} 1 + 2n^{\frac{1}{n}} \quad & 36. \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - 2n^{\frac{1}{n}} \quad & 37. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \quad & 38. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 4a_n}{a_n} \\ 39. \lim_{a_n \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 a_n}{a_n^2}\right)^n \quad & 40. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n}\right)^n \end{aligned}$$

Уровень II

$$\begin{aligned} 31. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1}{a_n \operatorname{ctg} a_n} \quad & 32. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a_n}{2a_n^2} \quad & 33. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-1}\right)^n \\ 34. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 2a_n}{\sqrt{a_n + 2} - \sqrt{2}} \quad & 35. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n \quad & 36. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2n}\right)^{n+1} \end{aligned}$$

$$37. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n \quad 38. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 3a_n}{\sqrt{a_n+3}-\sqrt{3}} \quad 39. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n} \right)^{2n}$$

$$40. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n} \right)^{\frac{n}{3}}$$

Уровень III

$$31. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} a_n - \sin a_n}{3a_n^3} \quad 32. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2a_n}{2a_n \sin a_n} \quad 33. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{3n}$$

$$34. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{3^n - 4^n} \quad 35. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln n - \ln(n+3)) \quad 36. \lim_{a_n \rightarrow 0} 1 - 2a_n^{\frac{1-a_n}{a_n}}$$

$$37. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+2) - \ln n) \quad 38. \lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a_n}{2a_n \sqrt{1+a_n} - 1} \quad 39. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$$

$$40. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$$

ЗАДАЧА 5

41-50. Найти пределы заданных функций.

Уровень I

$$41. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2}{7x + 8} ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 1}.$$

$$42. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x}{2x} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2x^2 + x}.$$

$$43. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + 3}{x^3 - 4} ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x^2 - 11x} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{3x}.$$

$$44. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 4}{2x - 1} ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{4x^2} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{x^2 + x}.$$

$$45. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x}{x} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{8x - 1}.$$

$$46. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x} ; \quad \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x^2 - x} ; \quad \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{21}{4x}.$$

$$47. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}}{x^2+1} ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3x^2+4x} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{8x^3+3}.$$

$$48. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+12}}{x^2+2} ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2+x}{x} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^3+x^2}.$$

$$49. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin x \cos x}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}} ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-3x^2}{-4x^2} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^3-x^2}.$$

$$50. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1} ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x^2+x} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}.$$

Уровень II

$$41. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2-3}{3x^2+x+4}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2+8x+7}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-2x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}.$$

$$42. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{3x^2+x+1}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+11x+10}{2x^2+5x+2}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{5x}.$$

$$43. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{3x^2+x+1}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+11x+10}{2x^2+5x+2}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{5x}.$$

$$44. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{3x^2+x+1}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2+2x-3}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4+x}{\sqrt{1-6x-5}}.$$

$$45. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-3x-x^2}{4x^2+3x-1}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2+x-2}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+4}}.$$

$$46. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-x+5x^3}{2+x^2-x^3}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+4}}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-\sqrt{x+9}}{\sqrt{x+1}-1},$$

$$47. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+4x-3}{5x^2+3x+4}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}.$$

$$48. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2-4x+2}{3-2x+5x^2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{2x}.$$

$$49. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+1}{7x^2+x-2}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{2x}.$$

$$50. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-7x^2}{3x^2-4x+5}, \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}, \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{2x}.$$

Уровень III

$$41. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x(x-1)}) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3-64}{x^2-7x+12} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}.$$

42. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 9}$.
43. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 1})$; б) $\lim_{x \rightarrow -4} (\frac{1}{x+4} - \frac{8}{16-x^2})$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x-2)}{x^2 - 4x + 4}$.
44. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} (\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9})$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}$.
45. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^3 - 1}$.
46. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(x+1)} - x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x} - 1}{x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{4 \sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x})$.
47. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 1} - x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \operatorname{ctg}^2 x)$.
48. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$; б) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sin 6x}$.
49. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$.
50. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 2} - 3x)$; б) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Для выполнения контрольной работы №2 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

- I. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков.
- II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

ЗАДАЧА 1

51 – 59. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их характер. Построить график функции.

$$51. \quad f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$52. \quad f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$53. \quad f(x) = -\frac{3}{x}$$

$$54. \quad f(x) = \frac{2}{x-4}$$

$$55. \quad f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$56. \quad f(x) = \operatorname{ctg} x$$

$$57. \quad f(x) = \operatorname{tg} 2x$$

$$58. \quad f(x) = \operatorname{ctg} 2x$$

$$59. \quad f(x) = \frac{2}{x+2}$$

$$60. \quad f(x) = -\frac{2}{x-2}$$

ЗАДАЧА 2

61 – 70. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их характер. Построить график функции

$$61. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x-2, & x > 2. \end{cases} \quad 66. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < -2, \\ x+1, & -2 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$62. \quad f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ x^2-1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1-x, & x > 1. \end{cases} \quad 67. \quad f(x) = \begin{cases} 1+2x, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases}$$

$$63. \quad f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1, \\ x+2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases} \quad 68. \quad f(x) = \begin{cases} 1/x, & x \leq -1, \\ -x, & -1 < x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases}$$

$$64. \quad f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & x < 0, \\ -x+2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases} \quad 69. \quad f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 0, \\ 1-2x, & 0 < x < 2, \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$65. \quad f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 1, \\ 2x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 8-x^2, & x > 2. \end{cases} \quad 70. \quad f(x) = \begin{cases} x+1, & x < -1, \\ x^2-1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

ЗАДАЧА 3

61 – 70. Найти производные заданных функций.

Уровень I

61. а) $y = 3x^2 + 5^x - \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x - 1}$ в) $y = x^2 \ln x$
62. а) $y = 2x^5 - 3x^3 - 2\sqrt{x} + 4$ б) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$ в) $y = x^3 e^x$
63. а) $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ б) $y = \frac{2x^2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ в) $y = 4x^2 3^x$
64. а) $y = 3x^2 + 5^x - \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x - 1}$ в) $y = 2e^x \arccos x$
65. а) $y = 2e^x + \arcsin x + \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\arcsin x}{\arccos x}$ в) $y = 5^x \sqrt{x}$
66. а) $y = \operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x$ б) $y = \frac{e^x + 4}{2 \ln x}$ в) $y = 3e^x \arcsin x$
67. а) $y = 4x^3 + 2x^2 + \sqrt{x} - 1$ б) $y = \frac{4^x + 1}{4 \ln x}$ в) $y = 2e^x \operatorname{arctg} x$
68. а) $y = x^6 + x^5 - \sqrt{x} + 2$ б) $y = \frac{2x^2 + 1}{2^x}$ в) $y = 3 \sin x \ln x$
69. а) $y = 3 \operatorname{ctg} x + 2 \operatorname{tg} x$ б) $y = \frac{2e^x - 4}{3 \cos x}$ в) $y = 2 \cos x \ln x$
70. а) $y = x^5 + 6x^2 - 2\sqrt{x} + 3$ б) $y = \frac{x^3 + 1}{\ln x}$ в) $y = \sin x \cos x + 1$

Уровень II

61. а) $y = \arcsin 3x - \sqrt{1 - 9x^2}$ б) $y = \frac{1 + x^2}{x}$ в) $\begin{aligned} x &= a \cdot \cos t, \\ y &= b \cdot \sin t. \end{aligned}$
62. а) $y = 2^{\sqrt{x}}$ б) $y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}$ в) $\begin{aligned} x &= \ln(1 + t^2), \\ y &= t^2. \end{aligned}$
63. а) $y = x^3 \cdot e^{3x}$ б) $y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}$ в) $\begin{aligned} x &= 1 - \cos 2t, \\ y &= 2 + \sin 2t. \end{aligned}$
64. а) $y = \sqrt{1 + e^x}$ б) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$ в) $\begin{aligned} x &= \frac{1}{2} t^2, \\ y &= \frac{1}{2} t^3 + t. \end{aligned}$

65. а) $y = e^{2x} \cdot \sin x$ б) $y = \operatorname{arctg}^3 x$ в) $x = \frac{1}{t},$
 $y = \frac{t-1}{t}.$
66. а) $y = (x+1)\operatorname{arctg}\sqrt{x}$ б) $y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ в) $x = \ln(\cos t),$
 $y = \sin^2 t.$
67. а) $y = e^x \cos 3x$ б) $y = \ln^2(x^3 + 1)$ в) $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1,$
 $y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}.$
68. а) $y = x^2 \ln(x^2 + 1)$ б) $y = \sqrt[4]{\operatorname{tg} 2x}$ в) $x = e^{t^2},$
 $y = t \cdot e^{t^2}.$
69. а) $y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$ б) $y = e^{\sin^2 x}$ в) $x = \ln t,$
 $y = t + \frac{1}{t}.$
70. а) $y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x$ б) $y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$ в) $x = \frac{1}{2}t^2 + t,$
 $y = \frac{1}{3}t^3 - t.$

Уровень III

61. а) $y = \arcsin \sqrt{\ln x}$ б) $y = \frac{\sin^2 x}{e^x}$ в) $y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 1})$
62. а) $y = \operatorname{tg}^3(x^2 + 1)$ б) $y = e^{\sin 5x}$ в) $y = 5e^{x^2} \sin 2x$
63. а) $y = \sqrt{\sin^3 x}$ б) $y = \operatorname{arctg}(\cos 2x)$ в) $y = 5^{\operatorname{tg} 3x}$
64. а) $y = \arccos \frac{x+1}{x+2}$ б) $y = \sin(\ln 5x)$ в) $y = 2^{\operatorname{ctg}^2 5x}$
65. а) $y = \ln(\sin 5x)$ б) $y = \sin(e^{3x})$ в) $y = \frac{1}{\sin^3 2x}$
66. а) $y = \arcsin(\operatorname{tg} 3x)$ б) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\sin x}$ в) $y = \cos(\ln 3x)$
67. а) $y = 5^{\arcsin x}$ б) $y = \ln(\operatorname{tg} 5x)$ в) $y = e^{\cos 5x}$
68. а) $y = \ln(\sin 3x)$ б) $y = \frac{\cos 5x}{1 + \sin 2x}$ в) $y = \operatorname{arctg}(\sin 5x)$
69. а) $y = \arcsin(e^{3x})$ б) $y = \cos(\ln 5x)$ в) $y = \ln(\operatorname{tg} \sqrt{x})$
70. а) $y = \ln^3(\sin 2x)$ б) $y = e^{\sin^2 x}$ в) $y = \sin \sqrt{e^{5x}}$

ЗАДАЧА 4

71 – 80. Уровень I

Для заданной функции построить график и проиллюстрировать геометрический смысл дифференциала в точке $x = x_0$. Вычислить его значение в этой точке.

71. $y = x^2 + 1,$
 $x_0 = 1.$

72. $y = x^2 - 1,$
 $x_0 = -1.$

73. $y = x^2,$
 $x_0 = 1.$

74. $y = -x^2,$
 $x_0 = -1.$

75. $y = -x^2 - 1,$
 $x_0 = 2.$

76. $y = -x^2 + 1,$
 $x_0 = -2.$

77. $y = x^2 + 2,$
 $x_0 = 2.$

78. $y = x^2 - 2,$
 $x_0 = -2.$

79. $y = -x^2 + 2,$
 $x_0 = 1.$

80. $y = -x^2 - 2,$
 $x_0 = -1.$

71 – 80. Уровень II

Вычислить приближенно $\sqrt[n]{x}$, заменяя приращение функции ее дифференциалом.

71. $\sqrt[3]{130}$. 72. $\sqrt{130}$. 73. $\sqrt[4]{250}$. 74. $\sqrt{200}$. 75. $\sqrt[3]{220}$.

76. $\sqrt[4]{620}$. 77. $\sqrt{260}$. 78. $\sqrt[3]{120}$. 79. $\sqrt[4]{250}$. 80. $\sqrt{1000}$.

71 – 80. Уровень III

Заменяя полное приращение функции её дифференциалом, вычислить приближённое значение выражения.

71. $\arctg 1,05$ 72. $\cos 59^\circ$ 73. $\sin 31^\circ$ 74. $\arctg 0,98$ 75. $\tg 44^\circ$

76. $\sin 61^\circ$ 77. $\arcsin 0,54$ 78. $\cos 121^\circ$ 79. $\sin 149^\circ$ 80. $\tg 47^\circ$

ЗАДАЧА 5

81 – 90. Заданные функции исследовать методами дифференциального исчисления. Построить графики функций.

Уровень I

81. $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ 82. $y = x^2 - \frac{x^3}{3}$
83. $y = 6x^2 + 2x^3$ 84. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$
85. $y = 8x - \frac{x^4}{4}$ 86. $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$
87. $y = 36x(x-1)^3$ 88. $y = (x^2 - 1)^3$
89. $y = x(x-2)^2$ 90. $y = (x^2 - 2)^2$

Уровень II

81. а) $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ б) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$
82. а) $y = x^2 - \frac{x^3}{3}$ б) $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$
83. а) $y = 6x^2 + 2x^3$ б) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$
84. а) $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ б) $y = \frac{x^2 + 4}{x}$
85. а) $y = 8x - \frac{x^4}{4}$ б) $y = x + \frac{2}{x-1}$
86. а) $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$ б) $y = \frac{x^3}{9-x^2}$
87. а) $y = 36x(x-1)^3$ б) $y = 2x + \frac{8}{x-3}$
88. а) $y = (x^2 - 1)^3$ б) $y = x + \frac{x}{3x-1}$
89. а) $y = x(x-2)^2$ б) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3x}$
90. а) $y = (x^2 - 2)^2$ б) $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$

Уровень III

81. а) $y = \frac{1}{x^2} + x$ б) $y = \frac{\ln x}{x}$

82. а) $y = x \ln x$ б) $y = x e^{-x^2}$
83. а) $y = e^{\frac{1}{x}}$ б) $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$
84. а) $y = 2^{\frac{1}{x-1}}$ б) $y = x^2 e^{-x^2}$
85. а) $y = \frac{1 + \ln x}{x}$ б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 9}$
86. а) $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$ б) $y = \frac{x^3}{9 - x^2}$
87. а) $y = \frac{x - 1}{x^2 - 4}$ б) $y = x e^{-x}$
88. а) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ б) $y = \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$
89. а) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ б) $y = \frac{\ln x}{x^2}$
90. а) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ б) $y = x^2 \ln x$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Для выполнения контрольной работы №2 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

- II. Неопределенный интеграл.
- III. Определенный интеграл.
- IV. Функции нескольких переменных.
- V. Ряды.
- VI. Обыкновенные дифференциальные и разностные уравнения.

ЗАДАЧА 1

91 – 100. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

Уровень I

91. а) $\int (x^5 + 6x^2 - 2\sqrt{x} + 3) dx$ б) $\int \frac{x dx}{4x^2 + 1}$ в) $\int 2x \cos x dx$

92. a) $\int(4x^3 + 2x^2 + \sqrt{x} - 1)dx$ б) $\int \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$ в) $\int 3x \sin x dx$
93. a) $\int(x^6 + x^5 - \sqrt{x} + 2)dx$ б) $\int \frac{xdx}{2x^2 + 3}$ в) $\int(5x + 6) \cos x dx$
94. a) $\int(3x^2 + \frac{4}{x} + \cos x + 1)dx$ б) $\int \frac{4xdx}{\sqrt{x^2 + 4}}$ в) $\int -2xe^x dx$
95. a) $\int(4x^5 + e^x + \frac{3}{x^2 + 4})dx$ б) $\int \sin x \cos x dx$ в) $\int x \ln(x - 1) dx$
96. a) $\int(2x^3 + 5^x + 5)dx$ б) $\int -\frac{\ln x}{x} dx$ в) $\int(6x + 5) \sin x dx$
97. a) $\int(3e^x + \frac{2}{\cos x} + \frac{2}{\sin x} + 1)dx$ б) $\int \frac{xdx}{x^2 - 4}$ в) $\int \frac{1}{2} xe^x dx$
98. a) $\int(x^2 + 2x + 4 + \sin x)dx$ б) $\int 2 \sin^2 x \cos x dx$ в) $\int x^2 \ln x dx$
99. a) $\int(2e^x + \sqrt{x} + \frac{3}{x^2 + 9})dx$ б) $\int \sin x \cos^2 x dx$ в) $\int(3x + 1)e^x dx$
100. a) $\int(3 \sin x + 2 \cos x - 4\sqrt{x} + 1)dx$ б) $\int \frac{\ln x dx}{2x}$ в) $\int 3x^2 e^x dx$

Уровень II

91. a) $\int x(x + 1)(x + 2)dx$ б) $\int \frac{xdx}{x^2 - 5}$ в) $\int x \cos 3x dx$
92. a) $\int(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)dx$ б) $\int \frac{3x^2 dx}{1 + x^6}$ в) $\int x \cdot 2^{-x} dx$
93. a) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$ б) $\int \frac{dx}{\sqrt{5x - 2}}$ в) $\int x^3 \ln x dx$
94. a) $\int(1 - \sqrt[3]{x^2})^3 dx$ б) $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$ в) $\int x^2 \ln x dx$
95. a) $\int \left(\frac{1 - x}{x}\right)^2 dx$ б) $\int x 7^{x^2} dx$ в) $\int \arccos 2x dx$
96. a) $\int \frac{x^2 - 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x + 1}}$ в) $\int \arctg 2x dx$
97. a) $\int(1 + 2x^3)^2 dx$ б) $\int \frac{xdx}{2x^2 + 3}$ в) $\int \frac{xdx}{e^x}$
98. a) $\int \frac{(1 + x)^2}{x\sqrt{x}} dx$ б) $\int \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$ в) $\int x e^{-2x} dx$

99. а) $\int \frac{(x-x^2)^2}{\sqrt{x}} dx$ б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$ в) $\int x \sin x \cos x dx$
 100. а) $\int 2^x e^x dx$ б) $\int \frac{\arctg(x/2)}{4+x^2} dx$ в) $\int x \sin 3x dx$

Уровень III

91. а) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ б) $\int x e^{2x} dx$ в) $\int \frac{x^2+1}{x^2+x} dx$ г) $\int \frac{dx}{2+3\cos x}$
 92. а) $\int \frac{\sqrt{1+\tg x}}{\cos^2 x} dx$ б) $\int \sqrt{x} \ln x dx$ в) $\int \frac{x+1}{x^2-4} dx$ г) $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$
 93. а) $\int \frac{dx}{(1+x^2)\arctg^2 x}$ б) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$ в) $\int \frac{dx}{x^2-x}$ г) $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$
 94. а) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ б) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ в) $\int \frac{dx}{(x-1)(x-3)}$ г) $\int \frac{dx}{1+\tg x}$
 95. а) $\int \frac{\arcsin x - x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ б) $\int \ln^2 x dx$ в) $\int \frac{xdx}{x^2+7x+12}$ г) $\int \frac{\sin x dx}{1+\sin x}$
 96. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin x}}$ б) $\int \frac{x}{e^x} dx$ в) $\int \frac{dx}{x^2+x-2}$ г) $\int \frac{dx}{\sin 2x}$
 97. а) $\int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx$ б) $\int \arctg \sqrt{x} dx$ в) $\int \frac{x-1}{x^2-5x+6} dx$ г) $\int \frac{1+\tg x}{\sin 2x} dx$
 98. а) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)}$ б) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ в) $\int \frac{xdx}{(x-1)^2}$ г) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$
 99. а) $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$ б) $\int x \arctg(x^2+1) dx$ в) $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$ г) $\int \frac{dx}{3+\cos x}$
 100. а) $\int 2^{x^2} x dx$ б) $\int \frac{\ln \tg x}{\cos^2 x} dx$ в) $\int \frac{dx}{x^2-7x+10}$ г) $\int \frac{1+\tg^2 x}{1-\tg^2 x} dx$

ЗАДАЧА 2

101 – 110. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

Сделать чертёж.

Уровень I

101. $y = 2 - x^2$, $y = 0$. 102. $y = 2 + x^2$, $y = 4$.

103. $y = x^2, y = 2x$. 104. $y = -x^2, y = 4-x$.
105. $y = \sin x, y = 0, 0 \leq x \leq \pi$. 106. $y = \cos x, y = 0, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
107. $y = \operatorname{tg} x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$. 108. $y = \operatorname{ctg} x, y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.
109. $y = 4-x^4, y = 0$. 110. $y = 4+x^4, y = 6$.

Уровень II

101. $y = x^3, y = 4x$. 102. $y = 4-x^2, y = x^2-2x$.
103. $y = x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = 2x$. 104. $y = 2x^2, y = 4\sqrt{2x}$.
105. $y = \frac{1}{3}x^2, y = 4-\frac{2}{3}x^2$. 106. $y = \sqrt{x}, y = 4x^{3/2}$.
107. $y = 3-2x, y = x^2$. 108. $y = 2-x^2, y = x^2$.
109. $y = \sqrt{2x}, y = \frac{1}{2}x^2$. 110. $y = x^3, y = -x^2$.

Уровень III

101. $y = x^2, x^2 = 4y, y = 4$. 102. $y = \ln x, x=2, x=6, y = 0$.
103. $x^2 - y - 4 = 0, y = 0$. 104. $y = (x-4)^2, y = 16-x^2$.
105. $x = \sqrt{y}, x+2y-3=0$. 106. $y = 4-x^2, y = x^2-2x$.
107. $xy=2, xy=8, x=9, y=9$. 108. $y = \frac{16}{x^2}, x=2, x=4$.
109. $y = x^3, y = 8, x = 0$. 110. $y = (x+2)^2, y = 4-x$.

ЗАДАЧА 3

111 – 120. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

Уровень I

111. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$ 112. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$ 113. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}$ 114. $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ 115. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$
116. $\int_0^{+\infty} x \cos x dx$ 117. $\int_0^{+\infty} e^x dx$ 118. $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x+2}$ 119. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{2/3}}$ 120. $\int_0^{+\infty} x \sin x dx$

Уровень II

111. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ 112. $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$ 113. $\int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x}+2}{x} dx$ 114. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^4+1}$ 115. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$
116. $\int_2^{\infty} (2x)^{-3} dx$ 117. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2+4}$ 118. $\int_1^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$ 119. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ 120. $\int_4^{\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x^3} dx$

Уровень III

111. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$ 112. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ 113. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$ 114. $\int_0^{+\infty} \sin x dx$
115. $\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx$ 116. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+10}$ 117. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ 118. $\int_1^{+\infty} \frac{1+2x}{x^2(1+x)} dx$
119. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ 120. $\int_1^{+\infty} \frac{x \arctg x}{\sqrt{1+x^3}} dx$

ЗАДАЧА 4

121 – 130. Задана функция двух переменных $Z(x, y)$.

121. $Z = x^2 - 2x + y^2 + 3$; а) Д: $x \geq 0, y \geq -2, x + y \leq 5$; б) $A(2; 2)$.

122. $Z = x^2 + y^2 - 4y + 1$; а) Д: $x \geq -1, y \geq 0, x + y \leq 4$; б) $A(1; 1)$

123. $Z = x^2 + 4x + y^2 - 4$; а) Д: $x \leq 0, y \geq -1, y - x \leq 4$; б) $A(-1, 1)$.
124. $Z = x^2 + y^2 + 2y + 5$; а) Д: $x \geq -1, y \geq -2, x + y \leq 3$; б) $A(1, 1)$.
125. $Z = 2x - x^2 - y^2 + 2$; а) Д: $x \geq 0, y \geq -2, x \leq 3 - y$; б) $A(2, 1)$.
126. $Z = 4y - x^2 - y^2 + 1$; а) Д: $x \geq -2, y \geq 0, y \leq 4 - x$; б) $A(-2, 1)$.
127. $Z = x^2 + y^2 + 6$; а) Д: $y \geq -1, x + y \leq 3, 2x - y + 3 \geq 0$; б) $A(1, 1)$.
128. $Z = 2 - x^2 - y^2$; а) Д: $y \geq -2, y - 2x \leq 2, x + y \leq 2$; б) $A(-1, -1)$.
129. $Z = 4 - x^2 - y^2$; а) Д: $y \geq -1, y - x \leq 2, x + y \leq 2$; б) $A(2, -1)$.
130. $Z = x^2 + y^2 + 4$; а) Д: $y \geq -2, y + 2x \leq 2, y - x \leq 2$; б) $A(1, -1)$.

Уровень I

Найти:

- а) Все частные производные первого и второго порядка;
- б) Вектор $\text{grad} Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А.

Уровень II

Найти:

- а) Наименьшее и наибольшее значение функции $Z(x, y)$ в ограниченной области Д;
- б) Вектор $\text{grad} Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А. Область Д и вектор $\text{grad} Z_A$ изобразить на чертеже.

Уровень III

Найти:

- а) Экстремумы функции $Z(x, y)$;
- б) Наименьшее и наибольшее значение функции $Z(x, y)$ в ограниченной области Д;
- в) Вектор $\text{grad} Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А. Область Д и вектор $\text{grad} Z_A$ изобразить на чертеже.

ЗАДАЧА 5

131 – 140. Исследовать на сходимость числовой ряд.

Уровень I

131. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4(n-2)}$ 132. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3^n}$ 133. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^n}$ 134. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{2^n}$
135. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n(n-1)}$ 136. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{n^2+2}$ 137. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n+3}$ 138. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{n(n+4)}$
139. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^2+2n}$ 140. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+5}$

Уровень II

131. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{2^n}$ 132. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+1}$ 133. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$ 134. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3^n}$
135. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$ 136. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$ 137. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ 138. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n+1)}$
139. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n^3+1}$ 140. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

Уровень III

131. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[3]{n^2}}$ 132. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$ 133. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ 134. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{n+1}}$
135. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5+\ln n}$ 136. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(n+1)^n}$ 137. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 138. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{5n+1}\right)^n$
139. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+1}$ 140. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5}\right)^n$

ЗАДАЧА 6

141 – 150. Найти область сходимости степенного ряда.

Уровень I

141. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n}{5^n}$ 142. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+3)}$ 143. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n^2}$ 144. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)x^n}{n+1}$
145. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)}$ 146. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-3)x^n}{n}$ 147. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 7^n}{n}$ 148. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$
149. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ 150. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(2n-1)}$

Уровень II

141. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)}$ 142. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^{n+1}}$ 143. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ 144. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n} x^n$
145. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+2)}$ 146. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n^3}$ 147. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(2n-1)}$ 148. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$
149. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 6^n}{n}$ 150. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$

Уровень III

141. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(2n+1)^n}$ 142. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{3^n(n+1)}}$ 143. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)x^n}{(\sqrt{2})^n}$ 144. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{5^n}$
145. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{(n+1)!}$ 146. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n(n+1)}}$ 147. $\sum_{n=1}^{\infty} n3^n x^n$ 148. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^{n+1}}$
149. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n+1)!}$ 150. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)x^n}{n^3+2}$

Рекомендации по оформлению работы

В соответствии с учебным планом студенты заочной формы обучения по направлению подготовки 080100.62 «Экономика» (квалификация (степень) «бакалавр») изучают дисциплину «Математический анализ» на I

курсе. Содержание учебного материала определяют требования по математике Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования. Эти требования сформулированы в рабочей программе дисциплины «Математический анализ» в виде конкретного перечня вопросов по изучаемым темам.

Каждая контрольная работа выполняется после освоения соответствующего учебного материала рабочей программы.

В таблице указаны номера задач, которые студент должен решить при выполнении контрольных работ 1 – 3 по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра студента. Часть заданий представлены на трех уровнях сложности I, II, III. Выбор уровня сложности устанавливается студентом.

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради. Титульный лист оформляется следующим образом:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)**

Контрольная работа №

По дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Выполнил студент 1 курса

Ф.И.О.

Шифр:

Проверил: (ф.и.о. преподавателя)

В контрольной работе пишется полностью условие задачи, решение должно содержать подробные пояснения и ответ.

Методические рекомендации по содержанию и выполнению контрольных работ

Перед выполнением контрольных работ студент тщательно должен изучить пособия предложенные преподавателем в электронном варианте. По дисциплине математический анализ предложены следующие пособия в электронном варианте:

1. Тарутина Н.Е. Курс лекций по дисциплине «Математика» для студентов заочной формы обучения 1 курса инженерно-технических и экономических специальностей (Часть 1). **(Изучить необходимо лекции 5, 6).**
2. Тарутина Н.Е. Курс лекций по дисциплине «Математика» для студентов заочной формы обучения 1 курса инженерно-технических и экономических специальностей (Часть 2). **(Изучить необходимо лекции 1, 2,3).**
3. В.В. Ридель, В.Н.Алексеев. Дифференциальное исчисление функции одной переменной (Уч.пособие).
4. Голечков Ю.И., Корольков Е.П., Ряднов А.В.. Начала математического анализа. (Уч.пособие).

Общие сведения о процедуре проверки и защиты контрольных работ

В учебном процессе изучения дисциплины «Математический анализ» предусмотрен следующий порядок подготовки контрольной работы к зачету. Правильно выполненную и оформленную контрольную работу студент представляет преподавателю на проверку (пересылает в отсканированном виде на электронный адрес преподавателя). Преподаватель проводит собеседование по содержанию контрольной работы и замечаниям в режиме online-эл. почта, skype. По результатам проверки и собеседования преподаватель, при необходимости, предлагает студенту выполнить работу над замечаниями и дает заключение о допуске или не допуске контрольной работы к зачету: «Контрольная работа (к.р.) №... допущена к зачету» или «Контрольная работа (к.р.) №... не допущена к зачету». Работу над замечаниями студент выполняет письменно в разделе «Работа над

замечаниями» после заключения преподавателя в той же тетради, что и контрольную работу.

Защита каждой контрольной работы проходит в тестовом режиме.