

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"
(МИИТ)

Кафедра Высшая и прикладная математика

Составители: Карпухин В.Б.. д.ф.-м. н., Алексеев В.Н., к.т.н., доц.; Садыкова О.И., к.п.н., доц.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ N1 ,N2 И N3
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление: 080100.62 Экономика

Профиль: Все

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: Заочная (реализуется с применением дистанционных образовательных технологий)

Москва 2014 г.

ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ №1, 2, 3

КОНТРОЛЬНА РАБОТА №1

Для выполнения контрольной работы №1 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

- I. Введение в математический анализ: элементы теории множеств, функции одной переменной, пределы;

ЗАДАЧА 1

1 – 10. Даны множества А и В. Найти объединение, пересечение и разность множеств А и В.

Уровень I

- | | | |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 1. $A = \{1, 5, 9, 12\}$
$B = \{0, 7, 9, 12, 17\}$ | 2. $A = \{3, -2, 4, 8\}$
$B = \{4, 5, 9, -2, 17\}$ | 3. $A = \{0, -3, 7, 11\}$
$B = \{2, 0, 11, -2, 12\}$ |
| 4. $B = \{-8, 7, 0, 5, 9\}$
$A = \{1, 5, 9, 0\}$ | 5. $B = \{14, 6, 2, -2, 4\}$
$A = \{2, 3, 5, 6\}$ | 6. $B = \{8, -3, 4, 6, 5\}$
$A = \{6, 8, 1, 0\}$ |
| 7. $B = \{-8, 7, 0, 5\}$
$A = \{3, 5, 6, 0\}$ | 8. $B = \{8, 3, 0, 6\}$
$A = \{-3, 6, 7, 0\}$ | 9. $B = \{4, 3, 11, 9\}$
$A = \{-3, 7, 6, 5\}$ |
| 10. $B = \{2, 3, 4, -3, 8\}$
$A = \{9, 0, 7, -4\}$ | | |

Уровень II

- | | | | |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1. $A = \{2, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 3\}$ | 2. $A = \{5, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 6\}$ | 3. $A = \{4, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 4\}$ | 4. $A = \{7, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 7\}$ |
| 5. $A = \{-7, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -7\}$ | 6. $A = \{-2, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -3\}$ | 7. $A = \{-3, +\infty\}$
$B = \{-\infty, -2\}$ | 8. $A = \{1, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 9\}$ |
| 9. $A = \{-1, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 9\}$ | 10. $A = \{-9, +\infty\}$
$B = \{-\infty, 1\}$ | | |

Уровень III

Доказать тождество с помощью:

- а) Определения равенства множеств и операций над множествами;
- б) Диаграммы Эйлера – Венна.

1. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
2. $A \cap (B \cup (A \cap C)) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
3. $A \cup (B \cap (A \cup C)) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
4. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
6. $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$
7. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
8. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
9. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
10. $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$

ЗАДАЧА 2

11 – 20. Построить графики функций методом преобразования элементарных функций.

Уровень I

11. $y = x^2 + 2$
12. $y = \cos x - 1$
13. $y = \frac{1}{x} - 2$
14. $y = x + 4$
15. $y = \sin x + 1$
16. $y = e^x + 4$
17. $y = \ln x - 2$
18. $y = 2^x - 1$
19. $y = \operatorname{tg} x - 1$
20. $y = \operatorname{ctg} x + 1$

Уровень II

11. $y = (x-1)^2 + 2$
12. $y = \cos 2x - 1$
13. $y = \frac{1}{x+2} - 2$
14. $y = 3x + 4$

$$\begin{array}{llll}
 15. \quad y = \sin 2x + 1 & 16. \quad y = \frac{1}{x-3} + 2 & 17. \quad y = -5x + 1 & 18. \quad y = (x+2)^2 - 2 \\
 19. \quad y = \operatorname{tg} 3x - 1 & 20. \quad y = \operatorname{ctg} 2x + 1
 \end{array}$$

Уровень III

$$\begin{array}{llll}
 11. \quad y = (3x-1)^2 + 2 & 12. \quad y = -\cos 2x - 1 & 13. \quad y = \frac{1}{2x+2} - 2 & 14. \quad y = -e^{2x} + 4 \\
 15. \quad y = -\sin 2x + 1 & 16. \quad y = \frac{1}{2x-3} + 2 & 17. \quad y = -\ln 2x - 2 & 18. \quad y = (3x+2)^2 - 2 \\
 19. \quad y = -2\operatorname{tg} 3x - 1 & 20. \quad y = -2\operatorname{ctg} 2x + 1
 \end{array}$$

ЗАДАЧА 3

21 – 30. Найти предел числовой последовательности при $n \rightarrow \infty$.

Уровень I

$$\begin{array}{llll}
 21. \quad \frac{n}{n+2} & 22. \quad -\frac{n}{n+2} & 23. \quad 1 + \frac{1}{n} & 24. \quad -1 + \frac{1}{2n} \\
 25. \quad 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^n & 26. \quad \frac{2n}{n+1} & 27. \quad 1 - 3n & 28. \quad 1 + 2n \\
 29. \quad 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n & 30. \quad -1 + n
 \end{array}$$

Уровень II

$$\begin{array}{llll}
 21. \quad \sqrt{n+2} - \sqrt{n-2} & 22. \quad \sqrt{n-3} - \sqrt{n+3} & 23. \quad \frac{(-1)^n n}{n-2} \\
 24. \quad -1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^n & 25. \quad 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n & 26. \quad \frac{(-1)^n n}{n+1} \\
 27. \quad \sqrt{n^2+1} - n & 28. \quad 1 + \left(-\frac{1}{4}\right)^n & 29. \quad \sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-1} \\
 30. \quad \sqrt{n^2-n+4} - \sqrt{n^2+n-1}
 \end{array}$$

Уровень III

21 – 25. Данна последовательность $x_n, n = 0, 1, 2, \dots$ Определить номер члена последовательности n , начиная с которого величина x_n станет и будет оставаться меньше данного положительного числа ξ .

21. $x_n = \frac{1}{3^n}$; 22. $x_n = \frac{1}{2^n}$; 23. $x_n = \frac{1}{4^n}$; 24. $x_n = \frac{1}{5^n}$; 25. $x_n = \frac{1}{6^n}$.

26 – 30. Данна последовательность $x_n = \frac{1}{2^n}, n = 0, 1, 2, \dots$ Определить номер члена последовательности n , начиная с которого величина x_n станет и будет оставаться меньше:

26. 0,001; 27. 0,01; 28. 0,1; 29. 0,0001; 30. 0,00001.

ЗАДАЧА 4

31 – 40. Найти предел последовательности, используя эквивалентности бесконечно малой и бесконечно большой величины.

Уровень I

31. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin a_n}{3a_n}$ 32. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4a_n}{a_n^2}$ 33. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{a_n}{2}}{a_n}$ 34. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^n$
35. $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + 2n^{\frac{1}{n}}$ 36. $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - 2n^{\frac{1}{n}}$ 37. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n$ 38. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 4a_n}{a_n}$
39. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 a_n}{a_n^2}\right)^n$ 40. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{4n}\right)^n$

Уровень II

31. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1}{a_n \operatorname{ctg} a_n}$ 32. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a_n}{2a_n^2}$ 33. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n-1}\right)^n$
34. $\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 2a_n}{\sqrt{a_n + 2} - \sqrt{2}}$ 35. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ 36. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2n}\right)^{n+1}$

37.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^n$$

38.
$$\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\sin 3a_n}{\sqrt{a_n + 3} - \sqrt{3}}$$

39.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n} \right)^{2n}$$

40.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n} \right)^{\frac{n}{3}}$$

Уровень III

31.
$$\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} a_n - \sin a_n}{3a_n^3}$$

32.
$$\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2a_n}{2a_n \sin a_n}$$

33.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{3n}$$

34.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{3^n - 4^n}$$

35.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln n - \ln(n+3))$$

36.
$$\lim_{a_n \rightarrow 0} 1 - 2a_n^{-\frac{1-a_n}{a_n}}$$

37.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+2) - \ln n)$$

38.
$$\lim_{a_n \rightarrow 0} \frac{1 - \cos a_n}{2a_n \sqrt{1+a_n} - 1}$$

39.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$$

40.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)^n$$

ЗАДАЧА 5

41-50. Найти пределы заданных функций.

Уровень I

41. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2}{7x + 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x}{x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 1}$.

42. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 2x$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x}{2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{2x^2 + x}$.

43. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+3}{x^3 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x^2 - 11x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{3x}$.

44. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{2x-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{4x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{x^2 + x}$.

45. а) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x}{x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{8x-1}$.

46. а) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{2x^2 - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21}{4x}$.

47. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x^2 + 1}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3x^2 + 4x}$; B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{8x^3 + 3}$.

48. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 + 12}}{x^2 + 2}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x}$; B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^3 + x^2}$.

49. a) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin x \cos x}{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}$; 6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2}{-4x^2}$; B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^3 - x^2}$.

50. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{x^2 + x}$; B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$.

Уровень II

41. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 - 3}{3x^2 + x + 4}$, 6) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 8x + 7}$, B) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 2x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$.

42. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^2}{3x^2 + x + 1}$, 6) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{5x}$.

43. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^2}{3x^2 + x + 1}$, 6) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{2x^2 + 5x + 2}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{5x}$.

44. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^2}{3x^2 + x + 1}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 3}$, B) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{4 + x}{\sqrt{1-6x} - 5}$.

45. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x - x^2}{4x^2 + 3x - 1}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 2}$, B) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}}$.

46. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - x + 5x^3}{2 + x^2 - x^3}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{x+1} - 1}$,

47. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 4x - 3}{5x^2 + 3x + 4}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$, B) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$.

48. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 - 4x + 2}{3 - 2x + 5x^2}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2x}$.

49. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 1}{7x^2 + x - 2}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2x}$.

50. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 7x^2}{3x^2 - 4x + 5}$, 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$, B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{2x}$.

Уровень III

41. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x(x-1)})$; 6) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x^2 - 7x + 12}$; B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$.

$$42. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 2x^2 + x - 2} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 9} .$$

$$43. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 1}) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{8}{16-x^2} \right) ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x-2)}{x^2 - 4x + 4} .$$

$$44. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right) ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \tan^2 x}{x \sin x} .$$

$$45. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^3 - 1} .$$

$$46. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x(x+1)} - x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x-1}}{x-1} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{4 \sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} \right) .$$

$$47. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 1} - x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \operatorname{ctg}^2 x \right) .$$

$$48. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sin 6x} .$$

$$49. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x} .$$

$$50. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 2} - 3x) ; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x-2}} ; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1-\cos x}} .$$

КОНТРОЛЬНА РАБОТА №2

Для выполнения контрольной работы №2 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

I. Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков.

II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

ЗАДАЧА 1

51 – 59. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их характер. Построить график функции.

$$51. \quad f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$52. \quad f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$53. \quad f(x) = -\frac{3}{x}$$

$$54. \quad f(x) = \frac{2}{x-4}$$

$$55. \quad f(x) = \operatorname{tg} x$$

$$56. \quad f(x) = \operatorname{ctg} x$$

$$57. \quad f(x) = \operatorname{tg} 2x$$

$$58. \quad f(x) = \operatorname{ctg} 2x$$

$$59. \quad f(x) = \frac{2}{x+2}$$

$$60. \quad f(x) = -\frac{2}{x-2}$$

ЗАДАЧА 2

61 – 70. Исследовать функцию на непрерывность. Найти точки разрыва и определить их характер. Построить график функции

$$61. \quad f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x-2, & x > 2. \end{cases}$$

$$66. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < -2, \\ x+1, & -2 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$62. \quad f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ x^2-1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1-x, & x > 1. \end{cases}$$

$$67. \quad f(x) = \begin{cases} 1+2x, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases}$$

$$63. \quad f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1, \\ x+2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1. \end{cases}$$

$$68. \quad f(x) = \begin{cases} 1/x, & x \leq -1, \\ -x, & -1 < x \leq 1, \\ 2/x, & x > 1. \end{cases}$$

$$64. \quad f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & x < 0, \\ -x+2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases}$$

$$69. \quad f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 0, \\ 1-2x, & 0 < x < 2, \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$65. \quad f(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 1, \\ 2x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 8-x^2, & x > 2. \end{cases}$$

$$70. \quad f(x) = \begin{cases} x+1, & x < -1, \\ x^2-1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

ЗАДАЧА 3

61 – 70. Найти производные заданных функций.

Уровень I

61. а) $y = 3x^2 + 5^x - \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\sin x + 1}{\cos x - 1}$ в) $y = x^2 \ln x$

62. а) $y = 2x^5 - 3x^3 - 2\sqrt{x} + 4$ б) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x}$ в) $y = x^3 e^x$

63. а) $y = 2 \sin x + 3 \cos x$ б) $y = \frac{2x^2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ в) $y = 4x^2 3^x$

64. а) $y = 3x^2 + 5^x - \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x - 1}$ в) $y = 2e^x \arccos x$

65. а) $y = 2e^x + \arcsin x + \sqrt{x}$ б) $y = \frac{\arcsin x}{\arccos x}$ в) $y = 5^x \sqrt{x}$

66. а) $y = \operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x$ б) $y = \frac{e^x + 4}{2 \ln x}$ в) $y = 3e^x \arcsin x$

67. а) $y = 4x^3 + 2x^2 + \sqrt{x} - 1$ б) $y = \frac{4^x + 1}{4 \ln x}$ в) $y = 2e^x \operatorname{arctg} x$

68. а) $y = x^6 + x^5 - \sqrt{x} + 2$ б) $y = \frac{2x^2 + 1}{2^x}$ в) $y = 3 \sin x \ln x$

69. а) $y = 3\operatorname{ctg} x + 2\operatorname{tg} x$ б) $y = \frac{2e^x - 4}{3 \cos x}$ в) $y = 2 \cos x \ln x$

70. а) $y = x^5 + 6x^2 - 2\sqrt{x} + 3$ б) $y = \frac{x^3 + 1}{\ln x}$ в) $y = \sin x \cos x + 1$

Уровень II

61. а) $y = \arcsin 3x - \sqrt{1 - 9x^2}$ б) $y = \frac{1 + x^2}{x}$ в) $x = a \cdot \cos t,$
 $y = b \cdot \sin t.$

62. а) $y = 2^{\sqrt{x}}$ б) $y = \frac{1 + \sin 3x}{1 - \sin 3x}$ в) $x = \ln(1 + t^2),$
 $y = t^2.$

63. а) $y = x^3 \cdot e^{3x}$ б) $y = \sqrt[3]{1 + \ln^2 x}$ в) $x = 1 - \cos 2t,$
 $y = 2 + \sin 2t.$

64. а) $y = \sqrt{1 + e^x}$ б) $y = \frac{\sin^2 x}{\cos x}$ в) $x = \frac{1}{2}t^2,$
 $y = \frac{1}{2}t^3 + t.$

65. a) $y = e^{2x} \cdot \sin x$ 6) $y = \arctg^3 x$ B) $x = \frac{1}{t},$
 $y = \frac{t-1}{t}.$
66. a) $y = (x+1)\arctg \sqrt{x}$ 6) $y = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ B) $x = \ln(\cos t),$
 $y = \sin^2 t.$
67. a) $y = e^x \cos 3x$ 6) $y = \ln^2(x^3 + 1)$ B) $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1,$
 $y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}.$
68. a) $y = x^2 \ln(x^2 + 1)$ 6) $y = \sqrt[4]{\tg 2x}$ B) $x = e^{t^2},$
 $y = t \cdot e^{t^2}.$
69. a) $y = (x+1) \cdot \sqrt{x^2 + 1}$ 6) $y = e^{\sin^2 x}$ B) $x = \ln t,$
 $y = t + \frac{1}{t}.$
70. a) $y = \cos 2x - \frac{1}{3} \cos^3 2x$ 6) $y = (x^2 + 4) \cdot e^{-x^2}$ B) $x = \frac{1}{2}t^2 + t,$
 $y = \frac{1}{3}t^3 - t.$

Уровень III

61. a) $y = \arcsin \sqrt{\ln x}$ 6) $y = \frac{\sin^2 x}{e^x}$ B) $y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 1})$
62. a) $y = \tg^3(x^2 + 1)$ 6) $y = e^{\sin 5x}$ B) $y = 5e^{x^2} \sin 2x$
63. a) $y = \sqrt{\sin^3 x}$ 6) $y = \arctg(\cos 2x)$ B) $y = 5^{\tg 3x}$
64. a) $y = \arccos \frac{x+1}{x+2}$ 6) $y = \sin(\ln 5x)$ B) $y = 2^{\ctg^2 5x}$
65. a) $y = \ln(\sin 5x)$ 6) $y = \sin(e^{3x})$ B) $y = \frac{1}{\sin^3 2x}$
66. a) $y = \arcsin(\tg 3x)$ 6) $y = \arctg \sqrt{\sin x}$ B) $y = \cos(\ln 3x)$
67. a) $y = 5^{\arcsin x}$ 6) $y = \ln(\tg 5x)$ B) $y = e^{\cos 5x}$
68. a) $y = \ln(\sin 3x)$ 6) $y = \frac{\cos 5x}{1 + \sin 2x}$ B) $y = \arctg(\sin 5x)$
69. a) $y = \arcsin(e^{3x})$ 6) $y = \cos(\ln 5x)$ B) $y = \ln(\tg \sqrt{x})$
70. a) $y = \ln^3(\sin 2x)$ 6) $y = e^{\sin^2 x}$ B) $y = \sin \sqrt{e^{5x}}$

ЗАДАЧА 4

71 – 80. Уровень I

Для заданной функции построить график и проиллюстрировать геометрический смысл дифференциала в точке $x = x_0$. Вычислить его значение в этой точке.

$$71. \quad y = x^2 + 1, \quad x_0 = 1.$$

$$72. \quad y = x^2 - 1, \quad x_0 = -1.$$

$$73. \quad y = x^2, \quad x_0 = 1.$$

$$74. \quad y = -x^2, \quad x_0 = -1.$$

$$75. \quad y = -x^2 - 1, \quad x_0 = 2.$$

$$76. \quad y = -x^2 + 1, \quad x_0 = -2.$$

$$77. \quad y = x^2 + 2, \quad x_0 = 2.$$

$$78. \quad y = x^2 - 2, \quad x_0 = -2.$$

$$79. \quad y = -x^2 + 2, \quad x_0 = 1.$$

$$80. \quad y = -x^2 - 2, \quad x_0 = -1.$$

71 – 80. Уровень II

Вычислить приближенно $\sqrt[q]{x}$, заменяя приращение функции её дифференциалом.

$$71. \sqrt[3]{130}. \quad 72. \sqrt{130}. \quad 73. \sqrt[4]{250}. \quad 74. \sqrt{200}. \quad 75. \sqrt[3]{220}.$$

$$76. \sqrt[4]{620}. \quad 77. \sqrt{260}. \quad 78. \sqrt[3]{120}. \quad 79. \sqrt[4]{250}. \quad 80. \sqrt{1000}.$$

71 – 80. Уровень III

Заменяя полное приращение функции её дифференциалом, вычислить приближённое значение выражения.

$$71. \arctg 1,05 \quad 72. \cos 59^\circ \quad 73. \sin 31^\circ \quad 74. \arctg 0,98 \quad 75. \tg 44^\circ$$

$$76. \sin 61^\circ \quad 77. \arcsin 0,54 \quad 78. \cos 121^\circ \quad 79. \sin 149^\circ \quad 80. \tg 47^\circ$$

ЗАДАЧА 5

81 – 90. Заданные функции исследовать методами дифференциального исчисления. Построить графики функций.

Уровень I

81. $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ 82. $y = x^2 - \frac{x^3}{3}$

83. $y = 6x^2 + 2x^3$ 84. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$

85. $y = 8x - \frac{x^4}{4}$ 86. $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$

87. $y = 36x(x-1)^3$ 88. $y = (x^2 - 1)^3$

89. $y = x(x-2)^2$ 90. $y = (x^2 - 2)^2$

Уровень II

81. a) $y = 3x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$ б) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$

82. a) $y = x^2 - \frac{x^3}{3}$ б) $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

83. a) $y = 6x^2 + 2x^3$ б) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$

84. a) $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ б) $y = \frac{x^2 + 4}{x}$

85. a) $y = 8x - \frac{x^4}{4}$ б) $y = x + \frac{2}{x-1}$

86. a) $y = x^3 - \frac{x^4}{4}$ б) $y = \frac{x^3}{9-x^2}$

87. a) $y = 36x(x-1)^3$ б) $y = 2x + \frac{8}{x-3}$

88. a) $y = (x^2 - 1)^3$ б) $y = x + \frac{x}{3x-1}$

89. a) $y = x(x-2)^2$ б) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3x}$

90. a) $y = (x^2 - 2)^2$ б) $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$

Уровень III

81. a) $y = \frac{1}{x^2} + x$ б) $y = \frac{\ln x}{x}$

$$82. \text{ a)} \quad y = x \ln x \quad \text{б)} \quad y = xe^{-x^2}$$

$$83. \text{ a)} \quad y = e^{\frac{1}{x}} \quad \text{б)} \quad y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

$$84. \text{ a)} \quad y = 2^{\frac{1}{x-1}} \quad \text{б)} \quad y = x^2 e^{-x^2}$$

$$85. \text{ a)} \quad y = \frac{1 + \ln x}{x} \quad \text{б)} \quad y = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

$$86. \text{ a)} \quad y = x^3 - \frac{x^4}{4} \quad \text{б)} \quad y = \frac{x^3}{9 - x^2}$$

$$87. \text{ a)} \quad y = \frac{x - 1}{x^2 - 4} \quad \text{б)} \quad y = xe^{-x}$$

$$88. \text{ a)} \quad y = \frac{x^3}{x^2 - 1} \quad \text{б)} \quad y = \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 1}$$

$$89. \text{ a)} \quad y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{б)} \quad y = \frac{\ln x}{x^2}$$

$$90. \text{ a)} \quad y = \frac{x^2 + 1}{x} \quad \text{б)} \quad y = x^2 \ln x$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

Для выполнения контрольной работы №2 студент должен освоить следующие темы рабочей программы:

- II. Неопределенный интеграл.
- III. Определенный интеграл.
- IV. Функции нескольких переменных.
- V. Ряды.
- VI. Обыкновенные дифференциальные и разностные уравнения.

ЗАДАЧА 1

91 – 100. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

Уровень I

$$91. \text{ a)} \quad \int (x^5 + 6x^2 - 2\sqrt{x} + 3) dx \quad \text{б)} \quad \int \frac{xdx}{4x^2 + 1} \quad \text{в)} \quad \int 2x \cos x dx$$

92. a) $\int (4x^3 + 2x^2 + \sqrt{x} - 1) dx$ 6) $\int \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$ B) $\int 3x \sin x dx$
93. a) $\int (x^6 + x^5 - \sqrt{x} + 2) dx$ 6) $\int \frac{xdx}{2x^2 + 3}$ B) $\int (5x + 6) \cos x dx$
94. a) $\int (3x^2 + \frac{4}{x} + \cos x + 1) dx$ 6) $\int \frac{4xdx}{\sqrt{x^2 + 4}}$ B) $\int -2xe^x dx$
95. a) $\int (4x^5 + e^x + \frac{3}{x^2 + 4}) dx$ 6) $\int \sin x \cos x dx$ B) $\int x \ln(x-1) dx$
96. a) $\int (2x^3 + 5^x + 5) dx$ 6) $\int -\frac{\ln x}{x} dx$ B) $\int (6x + 5) \sin x dx$
97. a) $\int (3e^x + \frac{2}{\cos x} + \frac{2}{\sin x} + 1) dx$ 6) $\int \frac{xdx}{x^2 - 4}$ B) $\int \frac{1}{2} xe^x dx$
98. a) $\int (x^2 + 2x + 4 + \sin x) dx$ 6) $\int 2 \sin^2 x \cos x dx$ B) $\int x^2 \ln x dx$
99. a) $\int (2e^x + \sqrt{x} + \frac{3}{x^2 + 9}) dx$ 6) $\int \sin x \cos^2 x dx$ B) $\int (3x + 1)e^x dx$
100. a) $\int (3 \sin x + 2 \cos x - 4\sqrt{x} + 1) dx$ 6) $\int \frac{\ln x dx}{2x}$ B) $\int 3x^2 e^x dx$

Уровень II

91. a) $\int x(x+1)(x+2) dx$ 6) $\int \frac{xdx}{x^2 - 5}$ B) $\int x \cos 3x dx$
92. a) $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx$ 6) $\int \frac{3x^2 dx}{1 + x^6}$ B) $\int x \cdot 2^{-x} dx$
93. a) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$ 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{5x - 2}}$ B) $\int x^3 \ln x dx$
94. a) $\int (1 - \sqrt[3]{x^2})^3 dx$ 6) $\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$ B) $\int x^2 \ln x dx$
95. a) $\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$ 6) $\int x 7^{x^2} dx$ B) $\int \arccos 2x dx$
96. a) $\int \frac{x^2 - 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ 6) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$ B) $\int \operatorname{arctg} 2x dx$
97. a) $\int (1 + 2x^3)^2 dx$ 6) $\int \frac{xdx}{2x^2 + 3}$ B) $\int \frac{xdx}{e^x}$
98. a) $\int \frac{(1+x)^2}{x\sqrt{x}} dx$ 6) $\int \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$ B) $\int x e^{-2x} dx$

99. a) $\int \frac{(x-x^2)^2}{\sqrt{x}} dx$

б) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}$

в) $\int x \sin x \cos x dx$

100. a) $\int 2^x e^x dx$

б) $\int \frac{\operatorname{arctg}(x/2)}{4+x^2} dx$

в) $\int x \sin 3x dx$

Уровень III

91. a) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$

б) $\int x e^{2x} dx$

в) $\int \frac{x^2+1}{x^2+x} dx$

г) $\int \frac{dx}{2+3\cos x}$

92. a) $\int \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$

б) $\int \sqrt{x} \ln x dx$

в) $\int \frac{x+1}{x^2-4} dx$

г) $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

93. a) $\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^2 x}$

б) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$

в) $\int \frac{dx}{x^2-x}$

г) $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$

94. a) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$

б) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

в) $\int \frac{dx}{(x-1)(x-3)}$

г) $\int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$

95. a) $\int \frac{\arcsin x - x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

б) $\int \ln^2 x dx$

в) $\int \frac{xdx}{x^2+7x+12}$

г) $\int \frac{\sin x dx}{1+\sin x}$

96. a) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin x}}$

б) $\int \frac{x}{e^x} dx$

в) $\int \frac{dx}{x^2+x-2}$

г) $\int \frac{dx}{\sin 2x}$

97. a) $\int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx$

б) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$

в) $\int \frac{x-1}{x^2-5x+6} dx$

г) $\int \frac{1+\operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx$

98. a) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)}$

б) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

в) $\int \frac{xdx}{(x-1)^2}$

г) $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$

99. a) $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$

б) $\int x \operatorname{arctg}(x^2+1) dx$

в) $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$

г) $\int \frac{dx}{3+\cos x}$

100. a) $\int 2^{x^2} x dx$

б) $\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$

в) $\int \frac{dx}{x^2-7x+10}$

г) $\int \frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1-\operatorname{tg}^2 x} dx$

ЗАДАЧА 2

101 – 110. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

Сделать чертёж.

Уровень I

101. $y = 2 - x^2$, $y = 0$.

102. $y = 2 + x^2$, $y = 4$.

$$103. \quad y = x^2, \quad y = 2x.$$

$$104. \quad y = -x^2, \quad y = 4-x.$$

$$105. \quad y = \sin x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

$$106. \quad y = \cos x, \quad y = 0, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

$$107. \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$$

$$108. \quad y = \operatorname{ctg} x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$$

$$109. \quad y = 4 - x^4, \quad y = 0.$$

$$110. \quad y = 4 + x^4, \quad y = 6.$$

Уровень II

$$101. \quad y = x^3, \quad y = 4x.$$

$$102. \quad y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x.$$

$$103. \quad y = x^2, \quad y = \frac{1}{2}x^2, \quad y = 2x.$$

$$104. \quad y = 2x^2, \quad y = 4\sqrt{2x}.$$

$$105. \quad y = \frac{1}{3}x^2, \quad y = 4 - \frac{2}{3}x^2.$$

$$106. \quad y = \sqrt{x}, \quad y = 4x^{3/2}.$$

$$107. \quad y = 3 - 2x, \quad y = x^2.$$

$$108. \quad y = 2 - x^2, \quad y = x^2.$$

$$109. \quad y = \sqrt{2x}, \quad y = \frac{1}{2}x^2.$$

$$110. \quad y = x^3, \quad y = -x^2.$$

Уровень III

$$101. \quad y = x^2, \quad x^2 = 4y, \quad y = 4.$$

$$102. \quad y = \ln x, \quad x = 2, \quad x = 6, \quad y = 0.$$

$$103. \quad x^2 - y - 4 = 0, \quad y = 0.$$

$$104. \quad y = (x - 4)^2, \quad y = 16 - x^2.$$

$$105. \quad x = \sqrt{y}, \quad x + 2y - 3 = 0.$$

$$106. \quad y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x.$$

$$107. \quad xy = 2, \quad xy = 8, \quad x = 9, \quad y = 9.$$

$$108. \quad y = \frac{16}{x^2}, \quad x = 2, \quad x = 4.$$

$$109. \quad y = x^3, \quad y = 8, \quad x = 0.$$

$$110. \quad y = (x + 2)^2, \quad y = 4 - x.$$

ЗАДАЧА 3

111 – 120. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

Уровень I

111. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$

112. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$

113. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x}$

114. $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

115. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

116. $\int_0^{+\infty} x \cos x dx$

117. $\int_0^{+\infty} e^x dx$

118. $\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x+2}$

119. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}}$

120. $\int_0^{+\infty} x \sin x dx$

Уровень II

111. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$

112. $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$

113. $\int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x}+2}{x} dx$

114. $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^4+1}$

115. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$

116. $\int_2^{\infty} (2x)^{-3} dx$

117. $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2+4}$

118. $\int_1^{\infty} \frac{x}{x^2+1} dx$

119. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

120. $\int_4^{\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x^3} dx$

Уровень III

111. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$

112. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$

113. $\int_0^{+\infty} \frac{\arctgx}{1+x^2} dx$

114. $\int_0^{+\infty} \sin x dx$

115. $\int_1^{+\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^3}} dx$

116. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+10}$

117. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$

118. $\int_1^{+\infty} \frac{1+2x}{x^2(1+x)} dx$

119. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$

120. $\int_1^{+\infty} \frac{x \arctgx}{\sqrt{1+x^3}} dx$

ЗАДАЧА 4

121 – 130. Задана функция двух переменных $Z(x, y)$.

121. $Z = x^2 - 2x + y^2 + 3$; а) $\mathcal{D}: x \geq 0, y \geq -2, x + y \leq 5$; б) $A(2; 2)$.

122. $Z = x^2 + y^2 - 4y + 1$; а) $\mathcal{D}: x \geq -1, y \geq 0, x + y \leq 4$; б) $A(1; 1)$

123. $Z = x^2 + 4x + y^2 - 4$; а) $\mathcal{D}: x \leq 0, y \geq -1, y - x \leq 4$; б) $A(-1,1)$.

124. $Z = x^2 + y^2 + 2y + 5$; а) $\mathcal{D}: x \geq -1, y \geq -2, x + y \leq 3$; б) $A(1,1)$.

125. $Z = 2x - x^2 - y^2 + 2$; а) $\mathcal{D}: x \geq 0, y \geq -2, x \leq 3 - y$; б) $A(2,1)$.

126. $Z = 4y - x^2 - y^2 + 1$; а) $\mathcal{D}: x \geq -2, y \geq 0, y \leq 4 - x$; б) $A(-2,1)$.

127. $Z = x^2 + y^2 + 6$; а) $\mathcal{D}: y \geq -1, x + y \leq 3, 2x - y + 3 \geq 0$; б) $A(1,1)$.

128. $Z = 2 - x^2 - y^2$; а) $\mathcal{D}: y \geq -2, y - 2x \leq 2, x + y \leq 2$; б) $A(-1,-1)$.

129. $Z = 4 - x^2 - y^2$; а) $\mathcal{D}: y \geq -1, y - x \leq 2, x + y \leq 2$; б) $A(2,-1)$.

130. $Z = x^2 + y^2 + 4$; а) $\mathcal{D}: y \geq -2, y + 2x \leq 2, y - x \leq 2$; б) $A(1,-1)$.

Уровень I

Найти:

а) Все частные производные первого и второго порядка;

б) Вектор $\text{grad } Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А.

Уровень II

Найти:

а) Наименьшее и наибольшее значение функции $Z(x, y)$ в ограниченной области \mathcal{D} ;

б) Вектор $\text{grad } Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А. Область \mathcal{D} и вектор $\text{grad } Z_A$ изобразить на чертеже.

Уровень III

Найти:

а) Экстремумы функции $Z(x, y)$;

б) Наименьшее и наибольшее значение функции $Z(x, y)$ в ограниченной области \mathcal{D} ;

в) Вектор $\text{grad } Z_A$ – градиент функции $Z(x, y)$ в точке А. Область \mathcal{D} и вектор $\text{grad } Z_A$ изобразить на чертеже.

ЗАДАЧА 5

131 – 140. Исследовать на сходимость числового ряд.

Уровень I

$$131. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4(n-2)}$$

$$132. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{3^n}$$

$$133. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^n}$$

$$134. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{2^n}$$

$$135. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n(n-1)}$$

$$136. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{n^2+2}$$

$$137. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{n+3}$$

$$138. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{n(n+4)}$$

$$139. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^2+2n}$$

$$140. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+5}$$

Уровень II

$$131. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{2^n}$$

$$132. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+1}$$

$$133. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$$

$$134. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3^n}$$

$$135. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

$$136. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$$

$$137. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

$$138. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n+1)}$$

$$139. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{10n^3+1}$$

$$140. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

Уровень III

$$131. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[3]{n^2}}$$

$$132. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$$

$$133. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$$

$$134. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+3^{n+1}}$$

$$135. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5 + \ln n}$$

$$136. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{(n+1)^n}$$

$$137. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$138. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{5n+1}\right)^n$$

$$139. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n+1}$$

$$140. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+5}\right)^n$$

ЗАДАЧА 6

141 – 150. Найти область сходимости степенного ряда.

Уровень I

$$141. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n}{5^n}$$

$$142. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+3)}$$

$$143. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n^2}$$

$$144. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)x^n}{n+1}$$

$$145. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)}$$

$$146. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-3)x^n}{n}$$

$$147. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 7^n}{n}$$

$$148. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$$

$$149. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

$$150. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(2n-1)}$$

Уровень II

$$141. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n(2n+1)}$$

$$142. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^{n+1}}$$

$$143. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

$$144. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n} x^n$$

$$145. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+2)}$$

$$146. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n^3}$$

$$147. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(2n-1)}$$

$$148. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$$

$$149. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n 6^n}{n}$$

$$150. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

Уровень III

$$141. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(2n+1)^n}$$

$$142. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{3^n(n+1)}}$$

$$143. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)x^n}{(\sqrt{2})^n}$$

$$144. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{5^n}$$

$$145. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 x^n}{(n+1)!}$$

$$146. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{n(n+1)}}$$

$$147. \sum_{n=1}^{\infty} n3^n x^n$$

$$148. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^{n+1}}$$

$$149. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n+1)!}$$

$$150. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)x^n}{n^3+2}$$

Рекомендации по оформлению работы

В соответствии с учебным планом студенты заочной формы обучения по направлению подготовки 080100.62 «Экономика» (квалификация (степень) «бакалавр») изучают дисциплину «Математический анализ» на I

курсе. Содержание учебного материала определяют требования по математике Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования. Эти требования сформулированы в рабочей программе дисциплины «Математический анализ» в виде конкретного перечня вопросов по изучаемым темам.

Каждая контрольная работа выполняется после освоения соответствующего учебного материала рабочей программы.

В таблице указаны номера задач, которые студент должен решить при выполнении контрольных работ 1 – 3 по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра студента. Часть заданий представлены на трех уровнях сложности I, II, III. Выбор уровня сложности устанавливается студентом.

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради. Титульный лист оформляется следующим образом:

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"
(МИИТ)

Контрольная работа №
По дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»
Выполнил студент 1 курса
Ф.И.О.
Шифр:

Проверил: (ф.и.о. преподавателя)

В контрольной работе пишется полностью условие задачи, решение должно содержать подробные пояснения и ответ.

Методические рекомендации по содержанию и выполнению контрольных работ

Перед выполнением контрольных работ студент тщательно должен изучить пособия предложенные преподавателем в электронном варианте. По дисциплине математический анализ предложены следующие пособия в электронном варианте:

1. Тарутина Н.Е. Курс лекций по дисциплине «Математика» для студентов заочной формы обучения 1 курса инженерно-технических и экономических специальностей (Часть 1). **(Изучить необходимо лекции 5, 6).**
2. Тарутина Н.Е. Курс лекций по дисциплине «Математика» для студентов заочной формы обучения 1 курса инженерно-технических и экономических специальностей (Часть 2). **(Изучить необходимо лекции 1, 2,3).**
3. В.В. Ридель, В.Н.Алексеев. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (Уч.пособие).
4. Голечков Ю.И., Корольков Е.П., Ряднов А.В.. Начала математического анализа. (Уч.пособие).

Общие сведения о процедуре проверки и защиты контрольных работ

В учебном процессе изучения дисциплины «Математический анализ» предусмотрен следующий порядок подготовки контрольной работы к зачету. Правильно выполненную и оформленную контрольную работу студент представляет преподавателю на проверку (пересыпает в отсканированном виде на электронный адрес преподавателя). Преподаватель проводит собеседование по содержанию контрольной работы и замечаниям в режиме *online-эл. почта, skype*. По результатам проверки и собеседования преподаватель, при необходимости, предлагает студенту выполнить работу над замечаниями и дает заключение о допуске или не допуске контрольной работы к зачету: «Контрольная работа (к.р.) №... допущена к зачету» или «Контрольная работа (к.р.) №... не допущена к зачету». Работу над замечаниями студент выполняет письменно в разделе «Работа над

замечаниями» после заключения преподавателя в той же тетради, что и контрольную работу.

Защита каждой контрольной работы проходит в тестовом режиме.