

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

ОДОБРЕНО:
Кафедра «Высшая и
прикладная математика»

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ф-та ТС
«__» _____ 2012г.

Составители: Блистанова Л.Д., д.ф.-м.н., доц., Захарова М.В., к.ф.-м.н., доц.,
Сперанский Д.В., д.т.н., проф.

МАТЕМАТИКА

Задания на контрольные работы № 4, 5
для студентов 2 курса заочной формы обучения

Специальность: 190300.65 Подвижной состав железных дорог

Специализации: Вагоны

Технология производства и ремонта подвижного состава

Локомотивы

Электрический транспорт железных дорог

Высокоскоростной наземный транспорт

(ЗПВ, ЗПТ, ЗПЛ, ЗПЭ, ЗПН)

Москва 2012г.

Методические указания по выполнению контрольных работ

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из программы по математике для соответствующей специальности, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 0, в контрольной работе №4 решает задачи 15.1.80, 15.2.10, 11.3.40, 11.2.70, 11.3.60; в контрольной работе №5 – 17.1.20, 17.2.10, 17.2.50, 19.1.50, 19.3.10.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов математических дисциплин, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе по математике для своей специальности (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье.

15.1.71–15.1.80. Найти частное решение дифференциального уравнения. Сделать проверку.

15.1.71. $xy' + 2y = 4x^2$, $y(1) = 1$;

15.1.72. $xy' + 3y = 6x^3$, $y(1) = 1$;

15.1.73. $xy' + 4y = 8x^4$, $y(1) = 1$;

15.1.74. $xy' - 2y = -4x^{-2}$, $y(1) = 1$;

15.1.75. $xy' - 3y = -6x^{-3}$, $y(1) = 1$;

15.1.76. $xy' + 5y = 20x^5$, $y(1) = 2$;

15.1.77. $xy' + 6y = 24x^6$, $y(1) = 2$;

15.1.78. $xy' + 7y = 28x^7$, $y(1) = 2$;

15.1.79. $xy' - 5y = -\frac{20}{x^5}$, $y(1) = 2$;

15.1.80. $xy' - 6y = -\frac{24}{x^6}$, $y(1) = 2$.

15.2.1–15.2.30. Найти общее решение дифференциального уравнения.

15.2.1. $xy'' = y'$;

15.2.2. $xy'' = 2y'$;

15.2.3. $xy'' = 3y'$;

15.2.4. $xy'' = -3y'$;

15.2.5. $xy'' = -4y'$;

15.2.6. $yy'' = 2(y')^2$;

15.2.7. $yy'' = 3(y')^2$;

15.2.8. $yy'' = 4(y')^2$;

15.2.9. $yy'' = -2(y')^2$;

15.2.10. $yy'' = -3(y')^2$.

11.1.31–11.1.40. Выяснить, для каких рядов выполняется необходимое условие сходимости?

11.1.31. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - 10n + 3}{7n^2 - 3n + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - 2n - 4n^2}{5n^3 - 4n + 2}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - 2n}{1 - 3n + 7n^3}$;

11.1.32. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3 - 2n^2 + 1}{4n^2 + 5n + 2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 - 4}{3 + 2n - 5n^4}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 - 5n}{3n^2 + 4n - 2}$;

11.1.33. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - 5}{7 - 4n + 2n^2}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n - 10}{2 - 4n^3}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - 3n - 4n^2}{2n^3 + 3n^2 + 5}$;

11.1.34. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 7n + 3}{2 - 3n - 3n^3}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 - 2n^2}{7n^2 - 3n + 4}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - 5n}{2n^3 - 2n + 1}$;

11.1.35. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - 4n - 5n^2}{3n^4 + 2n + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 - 3n^2}{2n + 7}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 + 2n + 3}{7n - 5n^4}$;

11.1.36. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 - 5n + 4n^2}{3 - 2n^3 + 4n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - 2}{5 - 2n}$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2 - 3n + 2}{5n - 3n^2 + 11}$;

$$11.1.37. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-3n+n^3}{4n^3-7n+8}, \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-5n^2+1}{3n^3-2n^2+3}, \quad \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+2n+1}{3-7n};$$

$$11.1.38. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4-2n+8n^2}{3n^3-5n+2}, \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n-5n^2}{2n^2+4n+1}, \quad \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2+3n}{3-4n+8n^3};$$

$$11.1.39. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{3-5n^2+8n^3}, \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3-n^2}{5n^3-3n+7}, \quad \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5-7n-8n^2}{3-7n^2+8n};$$

$$11.1.40. \text{ а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-3n^2+7n}{4-3n+5n^3}, \quad \text{ б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+7n^2-3n}{2-5n}, \quad \text{ в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-3n^3}{4n^2+5n+3};$$

11.2.61–11.2.70. Проверить, является ли данный числовой ряд сходящимся обобщенным гармоническим рядом или сходящейся геометрической прогрессией?

$$11.2.61. 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots \quad 11.2.62. 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

$$11.2.63. 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots \quad 11.2.64. 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

$$11.2.65. 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots \quad 11.2.66. 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

$$11.2.67. \ln \frac{\pi}{12} - \ln^2 \frac{\pi}{12} + \ln^3 \frac{\pi}{12} - \dots \quad 11.2.68. 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

$$11.2.69. 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots \quad 11.2.70. \ln \frac{\pi}{12} + \ln^2 \frac{\pi}{12} + \ln^3 \frac{\pi}{12} + \dots$$

11.3.51–11.3.60. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале. Выписать полученный ряд и три первых члена разложения отдельно. Построить график данной функции $f(x)$ и ее приближения

$$s_2(x) = \sum_{k=0}^2 u_k(x).$$

$$11.3.51. f(x) = x+1, \quad \text{при } -\pi < x < \pi;$$

$$11.3.52. f(x) = |x|, \quad \text{при } -\pi < x < \pi;$$

$$11.3.53. f(x) = \frac{\pi-x}{2}, \quad \text{при } -\pi < x < \pi;$$

$$11.3.54. f(x) = \begin{cases} 2, & \text{при } -\pi < x < 0; \\ 1, & \text{при } 0 \leq x < \pi; \end{cases}$$

$$11.3.55. f(x) = x^2, \quad \text{при } -\pi \leq x \leq \pi;$$

$$11.3.56. f(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } -\pi < x \leq 0; \\ 1, & \text{при } 0 < x < \pi; \end{cases}$$

$$11.3.57. f(x) = x, \quad \text{при } -\pi \leq x \leq \pi;$$

$$11.3.58. f(x) = e^x, \quad \text{при } -\pi \leq x \leq \pi;$$

$$11.3.59. f(x) = x^3, \quad \text{при } -\pi \leq x \leq \pi;$$

$$11.3.60. f(x) = \begin{cases} -4 & \text{при } -\pi \leq x \leq 0 \\ 4 & \text{при } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Теория вероятностей. Математическая статистика.

17.1.11. В магазине было 10 покемонов и 15 деджимонов. Покемоны ломаются с вероятностью 0,1, а деджимоны – с вероятностью 0,3. Купленная игрушка сломалась. Какова вероятность, что это деджимон.

17.1.12. Прибор состоит из 6 узлов. Вероятность безотказной работы каждого узла в смену равна 0,9. Найти вероятность того, что за смену откажет ровно 2 узла.

17.1.13. В первом ящике 6 шаров: 1 белый, 2 красных, 3 синих. Во втором ящике 12 шаров: 2 белых, 6 красных, 4 синих. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что среди вынутых шаров нет синих?

17.1.14. В корзине 20 грибов: 15 лисичек, остальные белые. Вероятность того, что лисичка червивая – 0,01, для белого – 0,3. Какова вероятность того, что взятый гриб червивый.

17.1.15. В магазин вошло 7 покупателей. Вероятность совершить покупку для каждого равна 0,4. Найти вероятность того, что покупку совершат трое.

17.1.16. В урне 7 черных шаров и 3 белых. Наугад вынимают один за другим 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

17.1.17. В букете 15 цветов: 5 гвоздик и 10 хризантем. Гвоздики ломаются с вероятностью 0,2, а хризантемы с вероятностью 0,1. Взятый цветок сломан. Какова вероятность, что это гвоздика.

17.1.18. Рабочий обслуживает 5 станков, каждый из которых может выйти из строя в течении смены с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что из строя выйдет только один станок.

17.1.19. В урне 7 черных шаров и 3 белых. Наугад вынимают один шар и возвращают в урну. Шары перемешивают, затем наугад вынимают второй шар. Найти вероятность того, что оба шара белые.

17.1.20. В коробке 40 пельменей: из них 30 больших, остальные

маленькие. Большие разваливаются при варке с вероятностью 0,2, а маленькие с вероятностью 0,4. Какова вероятность, что взятая пельмешка развалилась.

17.2.1. X – число выпадения герба при двух бросаниях монеты. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.2. X – число выпадения надписи при двух бросаниях монеты. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.3. В урне находится 2 белых и 3 черных шара. Наудачу извлекается 2 шара. X – число белых шаров среди отобранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.4. X – число выпадений пятерки на игральной кости. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.5. Вероятность того, что прибор исправен равна 0,8. X – число исправных приборов из двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.6. В коробке 5 кубиков пронумерованных от 1 до 5. Мальчик произвольным образом вынимает 2 кубика. X – число кубиков с нечетным номером среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.7. Станок-автомат производит 90% изделий первого сорта, 7% второго, а остальные третьего. X – число изделий первого сорта среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.8. Вероятность того, что в пакетике с чипсами попадет призовой купон равна 0,1. X – число пакетиков с купонами среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.9. В группе из шести человек два отличника. Наугад выбрали двух человек. X – число отличников из выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.10. 5% лотерейных билетов – выигрышные. X – число выигрышных билетов среди двух выбранных. Найти дисперсию случайной величины X .

17.2.41–17.2.50. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины. Схематично построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

$$17.2.41. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.42. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ (x^2 - x)/2, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.43. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$17.2.44. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq 1/3; \\ 1, & x > 1/3. \end{cases}$$

$$17.2.45. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ x/2 - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$17.2.46. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/9, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$17.2.47. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2/4, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$17.2.48. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\pi/2; \\ \cos x, & -\pi/2 < x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$17.2.49. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \pi/6; \\ 1, & x > \pi/6. \end{cases}$$

$$17.2.50. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3\pi/4; \\ \cos 2x, & 3\pi/4 < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

19.1.41. – 19.1.50.

19.1.41. Найти доверительный интервал с надежностью 0,95 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины X , если известны ее среднее квадратическое отклонение $\sigma_x = 4$, выборочное среднее $\bar{x} = 16$ и объем выборки $n = 16$.

19.1.42. Найти доверительный интервал с надежностью 0,8 для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины X со средним квадратическим отклонением $\sigma_x = 5$, выборочным средним $\bar{x} = 20$ и объемом выборки $n = 25$.

19.1.43. На овцеводческой ферме из стада произведена выборка для взвешивания 25 овец. Их средний вес оказался равным 50 кг. Предположив распределение веса нормальным и определив несмещенную оценку выборочной дисперсии $s^2 = 16$, найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95.

19.1.44. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n = 16$ и найдено выборочное среднее, равное 30. Получено также несмещенное значение выборочной дисперсии $s^2 = 9$. Предположив распределение случайной величины X нормальным, найти доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0,95.

19.1.45. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	3	5	7	8	10	12	14
n_i	3	7	4	6	7	5	8

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания.

19.1.46. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	1	3	5	7	9
n_i	2	5	4	6	3

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания.

19.1.47. В ходе анализа выручки магазина за 90 дней было найдено выборочное среднее $\bar{x} = 30,77$ тыс. руб. и несмещенное значение выборочной дисперсии $s^2 = 46,69$ (тыс. руб.)². Найти доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения выручки магазина, считая что распределение выручки магазина является нормальным. Надежность $\gamma = 0,95$.

19.1.48. Анализировалась среднемесячная выручка (тыс. руб.) в 5 магазинах торговой организации. Результаты представлены в таблице:

Номер магазина	Выручка, тыс.р.
1	205
2	255
3	195
4	220
5	235

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания среднемесячной выручки магазинов организации, считая, что распределение выручки магазина является нормальным. Надежность $\gamma = 0,95$.

19.1.49. Расстояние между двумя точками измерено четыре раза; результаты измерения (в метрах): 120.73; 120.57; 120,68; 120.50. Определить расстояние, среднеквадратическую ошибку способа измерения и точность найденного значения расстояния для $\alpha = 0.7$.

19.1.50. Приближенное значение среднеквадратической ошибки получено по 10 измерениям известного расстояния и оказалось равным 15 м. Оценить надежность значения для $\varepsilon = \pm 3$ м.

19.3.1–19.3.10. Известно эмпирическое распределение выборки объема n случайной величины X . Проверить гипотезу о распределении по закону Пуассона генеральной совокупности этой величины. Использовать критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Номер	x_i	0	1	2	3	4	5	n
19.3.1	n_i	400	380	165	50	3	2	1000
19.3.2	n_i	240	119	32	6	2	11	400
19.3.3	n_i	270	166	49	10	3	2	500
19.3.4	n_i	337	179	71	9	3	1	600
19.3.5	n_i	200	181	78	31	8	2	500
19.3.6	n_i	114	62	17	4	2	1	200
19.3.7	n_i	500	330	130	29	9	2	1000
19.3.8	n_i	115	62	17	4	1	1	200
19.3.9	n_i	408	365	175	42	6	4	1000
19.3.10	n_i	420	370	146	51	9	4	1000