Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
МОРСКОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра математики

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ ПО РАЗДЕЛУ

ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ
И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ

Санкт-Петербург
2012

Вариант 1

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+2x^2-4x-8}{x^3+8}$.

2. $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{x^2-7x+3}\right)$.

3. $\lim\limits_{x\to \pi/6}\dfrac{2\sin x-1}{\sin 6x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 1/2}\dfrac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos\pi x}-1}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(6-\dfrac{5}{\cos x}\right)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=3\arcsin(2x^2+x^4),\quad f_2(x)=\operatorname{tg}^2\sqrt{x}(1-\cos 2\sqrt{x}),\quad x_0=0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\dfrac{3\cos 4x}{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}},\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=(3x^2+1)\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{5x},\ x_0=\infty,$

в) $f_3(x)=\operatorname{tg}3\pi x,\quad x_0=2$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases}\sin x,\ x<0,\\ x^3,\ 0<x\le 2,\\ \dfrac{1}{2-x},\ x>2\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{|x+2|}{x+2}+x$.

Вариант 2

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-8x+12}{x^3-7x^2+6x}$.
2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{2-\sqrt{x-1}}$.
3. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{1-\sin\frac{x}{2}}{\pi-x}$.
4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln(x^2+2x)-\ln(x^2+3)}{e^{\frac{x}{x^2-1}}-1}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(2-\cos 3x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\sin\pi(x+5),\quad f_2(x)=(e^{3x}-1)^2,\quad x_0=0\ .$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x+1}-1},\quad x_0=1,$
б) $f_2(x)=(2x+3)(x+\sqrt[3]{x}),\quad x_0=\infty,$
в) $f_3(x)=\cos x-\sqrt[3]{\cos x},\quad x_0=0$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}4-x^2\,, x<0\\ 4e^x\,,\ 0<x\le 4\\ \dfrac{1}{x-4},\ x>4\end{cases}$, б) $f_2(x)=x+2\dfrac{|x-2|}{x-2}$.

Вариант 3

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+x-1}{x^3-3x-2}$.

2. $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}$.

4. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\operatorname{tg}(3^{\frac{\pi}{x}}-3)}{3^{\cos\frac{3x}{2}}-1}$.

5. $\lim\limits_{x\to 2\pi}(\cos x)^{\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=\sin(x\sqrt{x}+e^{2x}-1),\quad f_2(x)=\sqrt{x}\operatorname{tg}\sqrt[3]{x},\qquad x_0=0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\ln(13-3x^2)$, $x_0=-2$,

   б) $f_2(x)=(x^2-3x)\operatorname{tg}2x^2$, $x_0=0$,

   в) $f_3(x)=x\sqrt{x}(x+\sqrt{x^2+1})$, $x_0=\infty$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+3}, & x<-3\\ x+3, & -3\le x\le 0,\\ x^2, & x>0\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{x}{x^2-9}$.

Вариант 4

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}$.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}(x+\sqrt[3]{1-x^3})$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{x+1}-3}{\ln(1+x\sqrt{1+xe^{2x}})}$.

4. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin\dfrac{x^2}{\pi}}{2^{\sqrt{\sin x+1}}-2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 1}\left(2-x\right)^{\frac{\sin\frac{\pi x}{2}}{\ln(2-x)}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=5x^3+3x^2\operatorname{arctg}x,\quad f_2(x)=\frac{1}{(1-x^2)\sin\pi x},\qquad x_0=1.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\operatorname{tg}^2 x-\sin^2 x,\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=(x^2-3x)\operatorname{tg}2x^2,\quad x_0=0,$

в) $f_3(x)=\ln(x+2)-\ln x,\quad x_0=\infty$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases}x^2+2x, & x<0\\ -x^3, & 0<x<2,\\ x+3, & x\ge 2\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{1}{(x-2)(x+1)}$.

Вариант 5

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(\alpha+x)-\sin(\alpha-x)}{x}$.

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\operatorname{tg}(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}}-e}$.

5. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-1}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=\ln(1+x^2+x^5),\qquad f_2(x)=3x+x\sqrt{x},\qquad x_0=0$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=1-\cos^3 x,\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=\dfrac{3x+7}{x^2-x-12},\quad x_0=-3,$

в) $f_3(x)=\sqrt[4]{x^4+x^2}+x^3,\quad x_0=\infty.$

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases} e^x, & x<0 \\ x+1, & 0<x\le 2, \\ \dfrac{1}{x-2}, & x>2 \end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{\cos x-1}{x^2}$.

Вариант 6

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+3x}\right)$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-\sin 2x}{\ln(1+2\,\mathrm{tg}\,3x)}$.

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 2}\left(2e^{x-2}-1\right)^{\frac{3x+2}{x-2}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=(3x+1)\,\mathrm{arctg}\,4x^2,\quad f_2(x)=x\sqrt{x^2+1},\qquad x_0=0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\sin\sqrt{x}\,(e^{2\sqrt{x}}-1),\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=\dfrac{x+3}{(x^3-1)^2},\quad x_0=1,$

в) $f_3(x)=\sin\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\arcsin\dfrac{2x}{5x^2+3},\quad x_0=\infty.$

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ |x|, & |x|\le 1\\ \ln(x-1), & x>1\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{1}{5+2^{\frac{1}{x}}}$.

Вариант 7

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+3x-x^2}-2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-\cos x}{1-\cos x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(x^2-1)-\ln(x+1)}{\sqrt[3]{x-1}-1}$.
5. $\lim\limits_{x\to +0}\left(\cos\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

   $f_1(x)=\ln(1+\sqrt{x}\sin x)$, б) $f_2(x)=e^{2x}-1$, $\quad x_0=0$.
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=e^{2x}+e^{-x}-2$, $\quad x_0=0$,

   б) $f_2(x)=\dfrac{x-3}{\sin^2\pi x}$, $\quad x_0=2$,

   в) $f_3(x)=(2x^2+3x)\,\mathrm{arctg}\,3x^2$, $\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}3, & x<-3\\ |x|, & -3\le x<3,\\ 6-x, & x>3\end{cases}$ $\quad$ б) $f_2(x)=\dfrac{1}{5+3^{\frac{1}{x}}}$.

Вариант 8

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-x^3+x-1}{2x^2-x-1}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1+x)}{x}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\operatorname{tg} 3x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(x+2)-\ln(2x-1)}{\sin \pi x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\ln\left(1+x^3\right)\right)^{\frac{3}{x^2 \arcsin x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=x^2+3\sqrt{x}+4x^3,\quad f_2(x)=x^2-2x+3,\qquad x_0=\infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\ln(1+2\sin\sqrt{x}+\operatorname{tg}^2 x),\quad x_0=0,$

   б) $f_2(x)=\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2},\quad x_0=5,$

   в) $f_3(x)=\dfrac{x}{x^2+5}\sin\dfrac{2}{x\sqrt{x}},\quad x_0=\infty.$
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases} x^2, & x\le 0\\ \dfrac{1}{x^2}, & 0<x<\dfrac{1}{2}\\ 4, & x>\dfrac{1}{2}\end{cases}$, б) $f_2(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x^2-1}$.

Вариант 9

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x+\frac{5\pi}{2})\,\mathrm{tg}\,x}{\arcsin 2x^2}$.

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=\sqrt{x^2+3\sqrt{x+1}},\quad f_2(x)=x^2+5x+1,\quad x_0=\infty.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\mathrm{tg}\,x-2\sin\sqrt{x},\quad x_0=0,$

   б) $f_2(x)=\dfrac{2x+3}{\sin 3x},\quad x_0=\pi,$

   в) $f_3(x)=\ln(x^2+x)-\ln(x^2+1),\quad x_0=\infty$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}\sin x, & x\le 0\\ \cos x, & 0<x\le\pi\\ \dfrac{1}{x-\pi}, & x>\pi\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{x^2-x^3}{|x-1|}$.

Вариант 10

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3+4x^2+3x}$.

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\cos 7x-\cos 3x}$.

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(x^2-1)-\ln(x+1)}{\sqrt[3]{x-1}-1}$.

5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-3^{\operatorname{arctg}^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{2}{\sin x}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=x^2+6x,\ f_2(x)=\ln(1+2\operatorname{tg}x),\quad x_0=0\,.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\arcsin 3x-\sin 4x,\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=\dfrac{2x-1}{\ln(4+x)},\quad x_0=-3,$

в) $f_3(x)=\dfrac{2x^2-3x^3+4\sqrt{x+5}}{x^2+4x},\quad x_0=\infty\,.$

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 2\\ x^2-6x+11, & 2<x<4,\\ 2x-5, & x>4\end{cases}$ б) $f_2(x)=2^{\frac{x}{x^2-1}}$.

Вариант 11

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$.
2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-2x}{\operatorname{tg}\left[2\pi\left(x+0{,}5\right)\right]}$.
4. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln 2x-\ln\pi}{\sin\frac{5x}{2}\cos x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(6-\dfrac{5}{\cos x}\right)^{1/\operatorname{tg}^2 x}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=6x^3+\sqrt{x^6+1},\quad f_2(x)=\sqrt[3]{x^9+1}+x^2,\quad x_0=\infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\left(e^{x^2}-1\right)\sin 2x,\quad x_0=0,$

   б) $f_2(x)=\dfrac{1}{\ln^2(x^2-8)},\quad x_0=-3,$

   в) $f_3(x)=\dfrac{2}{x^2+x}\operatorname{tg}\dfrac{3}{\sqrt{x}},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}-x, & x\le -1\\ \dfrac{1}{x}, & -1<x<0\\ -2x^2+x, & x\ge 0\end{cases}$, б) $f_2(x)=e^{x+\frac{1}{x}}$.

Вариант 12

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$.
2. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{\sin^2 3x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^{5x-3}-3^{2x^2}}{\ln(5x^2-4x)}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}\left(5-\dfrac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=\left(e^{2x}-1\right)^2,\quad f_2(x)=1-\cos^3 x,\quad x_0=0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{x}}-1,\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=\dfrac{2x+1}{x^3+2x^2+x)},\quad x_0=-1,$

в) $f_3(x)=\operatorname{arctg}4x\left(e^{\frac{1}{2x}}-1\right),\quad x_0=\infty$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+2}, & x<-2\\ 0, & -2\le x<0,\\ \sin x, & 0<x<\infty\end{cases}$ б) $f_2(x)=e^{\frac{1}{x+1}}$.

Вариант 13

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^3+2x^2-x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}\right)$.
3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin 7\pi x}{\operatorname{tg} 8\pi x}$.
4. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{a^{x^2-a^2}-1}{\operatorname{tg}\ln\frac{x}{a}}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x^2]{2-\cos x}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

   $$f_1(x)=\sin\sqrt[3]{x}(1-\cos\sqrt{x}),\quad f_2(x)=\operatorname{tg}(\pi(x-5)),\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\dfrac{x+6}{2^x-8}$, $x_0=3$,

   б) $f_2(x)=x^{-1}(\ln(x+1)-\ln x)$, $\quad x_0=\infty$,

   в) $f_3(x)=x^2+2x+3\sin^2 x-4\operatorname{tg} x$, $\quad x_0=0$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}-x^2, & x<0\\ \operatorname{tg}x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2},\\ x, & x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ $\quad$ б) $f_2(x)=\dfrac{e^{4x}-1}{x}$.

Вариант 14

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$.
2. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2} \right)$.
3. $\lim\limits_{x \to \pi/3} \dfrac{2\sin x - \sqrt{3}}{\cos \frac{3x}{2}}$.
4. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\arcsin \frac{x+2}{2}}{3^{\sqrt{2+x+x^2}} - 9}$.
5. $\lim\limits_{x \to 0} (2 - e^{x^2})^{\frac{1}{1 - \cos \pi x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

   $$f_1(x) = 4^{-3x^2} - 1, \quad f_2(x) = \sin 5x - 3\sin 2x, \quad x_0 = 0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x) = \dfrac{1}{x \sin 3x}, \quad x_0 = \pi,$

   б) $f_2(x) = \dfrac{(2x+3)^3 (3x-2)^3}{x^4 + 1}, \quad x_0 = \infty,$

   в) $f_3(x) = \operatorname{arctg}(\sqrt{4 + x^2} - 2), \quad x_0 = 0$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x < 1 \\ 2x + 2, & 1 < x \le 3, \\ \lg(x-3), & x > 3 \end{cases}$ б) $f_2(x) = 2^{x - \frac{1}{x}}$.

Вариант 15

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{x^3-x^2-x+1}$.
2. $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x\sin x-\cos 2x}{\sin^2 x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\ln x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}[1-\ln(1+\sqrt[3]{x})]^{\frac{x}{\sin^4\sqrt[3]{x}}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\operatorname{arctg}(x^2+3x),\quad f_2(x)=1-\sqrt{3x+1},\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\sqrt{1+x^2+3x}-1,\quad x_0=0,$

   б) $f_2(x)=2^{\frac{5x}{\cos^2 x-1}}-2^{-5x},\quad x_0=\pi/2,$

   в) $f_3(x)=x^2+\sqrt{x}\sin\dfrac{1}{x},\quad x_0=\infty.$
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}3, & x<-3\\ |x|, & -3<x\le 3,\\ \ln(x-3), & x>3\end{cases}$ б) $f_2(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x+3}$.

Вариант 16

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^3+2x^2-4x-8}$.
2. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{(x+a)(x+b)}-x\right)$.
3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\cos\pi x}{\operatorname{tg}^2\pi x}$.
4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{e^{\sin^2 6x}-e^{\sin^2 3x}}{\log_3\cos 6x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(3-2\cos x)^{-\operatorname{cosec}^2 x}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\frac{1}{1-\sqrt{3x+1}},\quad f_2(x)=\frac{1}{3x^2+2x},\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=\sqrt[3]{x+2}-2,\quad x_0=6$,
б) $f_2(x)=\dfrac{3\cos 2x}{1-4^{-\sin 2x^2}},\quad x_0=0,$
в) $f_3(x)=2x^2-3\sqrt{x^8-5x^2+1},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}1, & x<0\\ \cos x, & 0<x<\pi,\\ \frac{\pi}{x}, & x\ge\pi\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$.

Вариант 17

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x^3-2x-1\right)^2}{\left(x^4+2x+1\right)}$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-(1+x)}{\sqrt[3]{x}}$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{x\sin^2\sqrt{x}}$.

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\operatorname{tg}\pi x}$.

5. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{\sin x}{\sin 3}\right)^{\frac{1}{x-3}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x)=1-\cos 10x^2,\ \ f_2(x)=\sqrt{1+x}-1,\quad x_0=0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

а) $f_1(x)=\ln(1+2x\sqrt{x}+3x^2),\quad x_0=0,$

б) $f_2(x)=\dfrac{1}{2^x-8},\quad x_0=3,$

в) $f_3(x)=\operatorname{arctg}3\text{x}\sin\dfrac{1}{x+2x^2},\quad x_0=\infty.$

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

а) $f_1(x)=\begin{cases}x^3, & -\infty<x<0\\ x^2+1, & 0\le x<4,\\ \lg(x-4), & x>4\end{cases}$ б) $f_2(x)=x+\dfrac{x+2}{|x+2|}$.

Вариант 18

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^4+2x+1}{x^2-x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$.
4. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt[5]{x}-1}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=x\sqrt[3]{5x^3}+\sqrt[4]{x^{12}+1},\quad f_2(x)=(x^2-1)^2-x^4,\quad x_0=\infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=\dfrac{1}{\sin\pi x},\quad x_0=1$,
б) $f_2(x)=x\sqrt{x}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right),\quad x_0=\infty$,
в) $f_3(x)=\sin^2\sqrt{x}\cdot(\operatorname{tg}3x-2\operatorname{tg}5x),\quad x_0=0$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}2, & x<-2\\ |x|, & |x|<2\\ \dfrac{1}{x-2}, & x>2\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{2x}{\sin x}$.

Вариант 19

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^4-4x^2}$.
2. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x+\mathrm{tg}^2\, x}{x\sin^2 3x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 10}\dfrac{\lg x-1}{\sqrt{x-9}-1}$.
5. $\lim\limits_{x\to 1}\left(2e^{x-1}-1\right)^{\frac{x}{x-1}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\arcsin(3x+5x^3),\quad f_2(x)=2^{x^2}-1,\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=e^{3x}-\cos 6x,\quad x_0=0,$
б) $f_2(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4x+3},\quad x_0=1,$
в) $f_3(x)=\left(x^2+4\right)^2\sqrt{16x^4+1},\quad x_0=\infty.$
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}, & x<-1\\ |x|, & -1\le x\le 1,\\ 1-x^2, & x>1\end{cases}$ б) $f_2(x)=e^{-\frac{1}{x^2}}$.

Вариант 20

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to -4} \left(\dfrac{1}{x+4} - \dfrac{8}{16-x^2} \right)$.
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+5x+4} - \sqrt{x^2+x} \right)$.
3. $\lim\limits_{x \to \pi/3} \dfrac{1-2\cos x}{\pi - 3x}$.
4. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\operatorname{tg}\left(e^{x+2} - e^{x^2-4} \right)}{\ln(3x+7)}$.
5. $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 - x\sin^2 x\right)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^3)}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x) = x^2 + 6x + 3\sqrt{x},\ f_2(x) = \frac{1}{(2x+1)\sin^2 \frac{1}{x}}, \quad x_0 = \infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x) = 2x + 3\arcsin^2 x - 3\operatorname{arctg} 4x, \quad x_0 = 0$,
б) $f_2(x) = \dfrac{1}{\sin \pi x \operatorname{tg} 3\pi x}, \quad x_0 = 1,$
в) $f_3(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3}), \quad x_0 = \infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x) = \begin{cases} |x|, & x \le 2 \\ \lg(x-2), & x > 2 \end{cases}$, б) $f_2(x) = \dfrac{1}{(1-x)^2}$.

Вариант 21

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^3+2x^2-x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to\infty}(x+\sqrt[3]{1-x^3})$.
3. $\lim\limits_{x\to \pi/3}\dfrac{1-2\cos x}{\sin(\pi-3x)}$.
4. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\operatorname{tg} 2x}}{\ln\frac{2x}{\pi}}$.
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+5}{x^2+3}\right)^{4x^2}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\left(5^{-x^2}-1\right)x,\ \ f_2(x)=(1-\cos 6x)\operatorname{tg}2x,\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1,\quad x_0=1$,

   б) $f_2(x)=\left(x^2+5x\right)^2\operatorname{tg}\dfrac{1}{x+1},\quad x_0=\infty$,

   в) $f_3(x)=e^{x^2}+e^{-3x\sqrt{x}}+2\sin^2 x-2,\quad x_0=0$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}4^x, & x<1\\ 5-x^2, & 1<x\le 4,\\ \lg(x-4), & x>4\end{cases}$ б) $f_2(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x+2}$.

Вариант 22

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x^2-5x-6}{3x^3-7x^2+2x}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+x}-1}{\sqrt{1+x}-1}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos 4x}-1}{\sin^2 8x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2^{\sin \pi x}-1}{\ln(x^2-2x+1)}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x+\sin x)^{\frac{1}{x}}$
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\left(1-e^{-6x}\right)\cdot\cos 2x,\quad f_2(x)=\ln\left(1+2\sin\sqrt{x}+x\right),\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\dfrac{3\cos^2 x}{e^{2x}-\cos x},\quad x_0=0,$

   б) $f_2(x)=\sqrt{x^2+3x-9}-1,\quad x_0=2,$

   в) $f_3(x)=\sqrt{x(x^3+2)}+2x^2,\quad x_0=\infty.$
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases} e^x, & x\le 0\\ \dfrac{1}{x}, & 0<x<5\\ 3x+4, & x\ge 5\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{\pi}{2}\dfrac{(x-1)}{|x-1|}+\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x-1}$.

Вариант 23

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^4 + 2x^3 + x^2}{x^4 + 2x + 1}$.

2. $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x^3 - 2})$.

3. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}$.

4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + x\sqrt{1 + xe^x})}{\sqrt{\cos x} - 1}$.

5. $\lim\limits_{x \to 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x) = (2-x)^4 - (3+x)^4, \quad f_2(x) = \frac{\left(x^3 + 3x^2\right)}{\sin \frac{1}{x}}, \quad x_0 = \infty.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x) = \sqrt[4]{x^4 + x^2} + x^3, \quad x_0 = \infty,$

   б) $f_2(x) = \ln(1 + 2\sin 2x + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x}), \quad x_0 = 0,$

   в) $f_3(x) = (x^3 - 1)^2 \cdot \sqrt[3]{x - 1}, \quad x_0 = 1.$

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x) = \begin{cases} -1, & x \le -\pi/2 \\ \operatorname{tg} x, & -\pi/2 < x < 0, \\ x, & x > 0 \end{cases}$ б) $f_2(x) = \dfrac{\sin 4x}{|x|}$.

Вариант 24

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{x^3-3x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2-5x+6}-x)$.
3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{\cos^2 x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 3\pi x)^{\frac{1}{x\sin 2\pi x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\left(x^2-3x+2\right)\left(x^2-2\right),\quad f_2(x)=3x^3-1+(x-2)^3,\quad x_0=\infty .$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
   а) $f_1(x)=(x^2+2x)(1-\sqrt{\cos x}),\quad x_0=0$,
   б) $f_2(x)=\operatorname{ctg} 8\pi x,\quad x_0=2$,
   в) $f_3(x)=\dfrac{3}{x^3}-2\arcsin\dfrac{1}{x^2},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
   а) $f_1(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x, & x<0\\ x+1, & 0<x\le 3\\ \lg(x-3), & x>3\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{1}{1+6^{\frac{1}{x}}}$.

Вариант 25

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}$.

2. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}} \right)$.

3. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 4x - 2\sin 2x}{x \ln \cos 6x}$.

4. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2}}{\operatorname{arctg} \frac{x-2}{2}}$.

5. $\lim\limits_{x \to 0} (2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}})^{\frac{2}{\sin x}}$.

6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.

$$f_1(x) = \sin 10x - 4\sin x^2, \quad f_2(x) = e^{6x^2} - 1, \quad x_0 = 0.$$

7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x) = (x+2)(e^{x^2-5} - e^{-1}), \quad x_0 = -2$,

   б) $f_2(x) = 1 - \sin\frac{\pi x}{2}, \quad x_0 = 1$,

   в) $f_3(x) = 2x^2 - 4 \cdot \sqrt[3]{x^{12} - 5x^3 + 1}, \quad x_0 = \infty$.

8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x) = \begin{cases} x - x^2, & -\infty < x \le 1 \\ \lg(x-1), & x > 1 \end{cases}$, б) $f_2(x) = x + \frac{|x|}{x}$.

Вариант 26

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{3x^3 - 7x^2 + 2x}{4x^2 - 5x - 6}$.
2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$.
3. $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\operatorname{tg}(3^{\frac{\pi}{x}} - 3)}{3^{\cos\frac{3x}{2}} - 1}$.
4. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt[3]{2 + 3x} - \sqrt{2x}}{\ln(x + 2) - 2\ln x}$.
5. $\lim\limits_{x \to 2\pi} (\cos x)^{\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x) = \frac{1}{3x^2 + 2x \operatorname{arctg} x}, \quad f_2(x) = x \sin\frac{x+1}{5x^3 + 3x}, \quad x_0 = \infty .$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x) = \ln(x^2 + 4) - \ln(x + 10)$, $\quad x_0 = 3$,

   б) $f_2(x) = e^{-x^2} + \cos x - 2$, $\quad x_0 = 0$,

   в) $f_3(x) = \sqrt[4]{9x^8 + 1} + 3x^2$, $\quad x_0 = \infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x < 0 \\ \cos x, & 0 < x \le \pi/2, \\ \frac{1}{x - \pi/2}, & x > \pi/2 \end{cases}$ б) $f_2(x) = \dfrac{1}{2 + 3^{-1/x}}$.

Вариант 27

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x+x^2}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[5]{x}}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-2\sin x}{x\ln(1-x\sin x)}$.
4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-5x+5}-1}{\operatorname{tg}\pi x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(2-e^{\arcsin^2\sqrt{x}})^{\frac{3}{x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\sqrt{1+3x^2}-1,\;\; f_2(x)=x\operatorname{tg}\left(2\pi(x+\frac{1}{2})\right),\quad x_0=0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=2\sqrt{x}\cdot(1-\cos^3 2x),\quad x_0=0$,
б) $f_2(x)=\dfrac{x^2+5}{x^3-4x},\quad x_0=2,$
в) $f_3(x)=(2x^3+4x)\operatorname{tg}\dfrac{1}{3\sqrt{x}},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}\frac{1}{x+2}, & x<-2\\ |x|, & |x|<2\\ x, & x>2\end{cases}$, б) $f_2(x)=\dfrac{\sin x}{|x|}$.

Вариант 28

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-2x-1}{(x^2-x-2)^2}$.
2. $\lim\limits_{x\to +\infty} x\,(\sqrt{x^2+1}-x)$.
3. $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{\cos 5x-\cos 3x}{\sin^2 x}$.
4. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{\ln 2x-\ln \pi}{e^{\operatorname{tg} 2x}-e^{-\sin 2x}}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(4-\dfrac{3}{\cos x})^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=\sin\tfrac{2}{x+x^2},\quad f_2(x)=\frac{2x+1}{3x^2\sqrt{x}+5x},\qquad x_0=\infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
а) $f_1(x)=\operatorname{tg}\pi x\sin 5\pi x,\quad x_0=1$,
б) $f_2(x)=\dfrac{1}{2\sin 3x-x+5\operatorname{tg}x^2},\quad x_0=0,$
в) $f_3(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{4}{x^4}+\operatorname{tg}\frac{2}{x^2},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
а) $f_1(x)=\begin{cases}x^2-x, & x<1\\ 2-x, & 1<x\le 4,\\ \frac{1}{x-4}, & x>4\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{\operatorname{tg}3x}{x}$.

Вариант 29

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2(e^x-e^{-x})}{e^{x^3+1}-e}$.
3. $\lim\limits_{x\to 8}\dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x^2}-4}$.
4. $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{\ln\cos x}{\operatorname{tg}(\cos x-1)}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos\pi x)^{\frac{1}{x\sin\pi x}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x)=x+\sqrt{x}(1+5x^2),\ \ f_2(x)=(x^2-1)^2,\quad x_0=\infty.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.

   а) $f_1(x)=\sin^2 x\,(\operatorname{tg}3x-2\operatorname{tg}5x),\quad x_0=0$,

   б) $f_2(x)=\dfrac{x}{\ln x^2-\ln 4},\quad x_0=2,$

   в) $f_3(x)=2x^2\operatorname{arctg}x+3x^2\sin\dfrac{1}{x},\quad x_0=\infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.

   а) $f_1(x)=\begin{cases}3-x, & x\le 3\\ 8x-x^2-15, & 3<x\le 5,\\ 2x-12, & x>5\end{cases}$ б) $f_2(x)=\dfrac{x}{\ln x}$.

Вариант 30

Задания 1-5

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - 5x + 6}$.
2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$.
3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos^3 x}{x^2 + \sin^3 x}$.
4. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\operatorname{tg} \ln(3x - 5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}$.
5. $\lim\limits_{x \to \pi/2} (\operatorname{tg} \dfrac{x}{2})^{\frac{1}{x - \pi/2}}$.
6. Определить порядок функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ относительно x, предварительно установив, являются ли они в точке x_0, бесконечно малыми или бесконечно большими. Сравнить функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Выделить главные части.
$$f_1(x) = 1 - \sqrt{1 + 3x^2}, \quad f_2(x) = x \operatorname{tg} 3x, \quad x_0 = 0.$$
7. Определить характер функций (б. б., б. м.) $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ в точке x_0 и выделить главные части.
   а) $f_1(x) = 2^x - 2^{-x} + 3x, \quad x_0 = 0$,
   б) $f_2(x) = \operatorname{ctg}^2 \pi x, \quad x_0 = 1$,
   в) $f_3(x) = \sqrt[3]{x^2} \operatorname{tg} \dfrac{1}{x^5 + 2x^2}, \quad x_0 = \infty$.
8. Исследовать функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ на непрерывность, установить тип точек разрыва и построить графики функций в окрестности точек разрыва.
   а) $f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ 3x + 1, & 0 \le x < 2, \\ 4 - x^2, & x \ge 2 \end{cases}$ б) $f_2(x) = \dfrac{e^{3x} - 1}{x}$.