Контрольная работа по линейно алгебре включает следующие разделы:

- Линейная алгебра,
- Векторная алгебра,
- Аналитическая геометрия на плоскости,

Индивидуальные задания предназначены для самостоятельной домашней работы студентов. Для их выполнения студенту необходимо предварительно усвоить теоретический материал по учебнику. Список теоретических вопросов по каждой теме в пособии даётся.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ по теме «Линейная алгебра»

1. Определитель. Основные свойства определителей.

2. Минор и алгебраическое дополнение. Сформулировать основное правило вычисления определителей.

3. Матрицы. Отличие матрицы от определителя. Виды матриц. Линейные операции над матрицами.

4. Перемножение матриц. Правило умножения матрицы на матрицу. Свойства произведения матриц.

5. Обратная матрица. Вырожденная матрица. Схема нахождения обратной матрицы.

6. Основные типы матричных уравнений и схемы их решения.

7. Определение решения системы линейных уравнений. Понятия «совместная или несовместная», «определённая или неопределённая» системы.

8. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. В каком случае применимы формулы Крамера.
9. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
10. Ранг матрицы, нахождение ранга матрицы. Теорема Кронеккера-Капелли.
11. При каких условиях система линейных уравнений имеет единственное решение, множество решений?

12. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Эквивалентные преобразования матриц.
13. Понятие базисных и свободных неизвестных в решении системы линейных уравнений.

14. Общее и частное решение неопределённой системы линейных уравнений.

15. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

Составила к.т.н., доцент Лариса Александровна Плетнева

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 11 & -15 \\ 2 & -8 & 3 \\ 11 & 7 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(A) $\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 26 \\ x - y + 3z = -2 \\ 3x - 3y + 5z = -2 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 5y - z = 5 \\ 3x + 8y + z = 7 \\ 4x - 6y + z = 10 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 14 \\ 5 & 1 & 13 \\ 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x+4y-z=-3 \\ 2x+3y-z=3 \\ 4x-7y+2z=35 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x+y-z=9 \\ 5x-2y=-3 \\ 3x+2y-2z=19 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5 \\ 2x_1+x_2+2x_3+3x_4=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3+2x_4=1 \\ 4x_1+3x_2+2x_3+x_4=-5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1+4x_2-5x_3+7x_4=0 \\ 2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=0 \\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=0 \\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x_1-2x_2+x_3-x_4=1 \\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=1 \\ 4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=1 \\ 2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=-1 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -1 & 6 & 9 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -8 \\ 4 & 8 & 8 \\ 4 & 26 & 39 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(A) $\begin{cases} x + 4y + 3z = -3 \\ -2x - y + 5z = 7 \\ 3x + 5y - z = -8 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x - 2y + z = -8 \\ 2x + 3y + z = -1 \\ x + 2y + 6z = -5 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 3 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -10 & 7 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} 2x + 5y - 3z = 3 \\ 3x - 4y + z = 22 \\ x + 3y + 5z = -6 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 4y + 3z = -3 \\ 7y + 11z = 1 \\ -x + 3y + 7z = 2 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix}3 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 1 & -3 & 4\\ 7 & 8 & -1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -1 & -6\end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ -1 & 4\end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases}7x-y+4z=-26\\ 3x+2y-z=7\\ x-3y+2z=-18\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x+2y+3z=4\\ 3x+5y-z=0\\ 2x-4y+2z=-12\end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases}x_1-x_4=-2\\ 2x_1+3x_2+4x_3+7x_4=3\\ -3x_1+4x_2+5x_3+9x_4=10\\ -4x_1-5x_2+6x_3+x_4=-17\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3-2x_4+3x_5=0\\ 5x_1+7x_2+x_3+3x_4+4x_5=0\\ 4x_1+5x_2+2x_3-x_4+5x_5=0\\ 7x_1+10x_2+x_3+6x_4+5x_5=0\end{cases}$

3) $\begin{cases}x_1-2x_2+x_3+x_4+x_5=2\\ -x_1-x_2-2x_3+x_4+x_5=-2\\ x_1+x_2+3x_4+3x_5=2\\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4-x_5=1\end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} 3x - y + z = 10 \\ x + 4y - 13z = -27 \\ 12x + 5y - 7z = -23 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x - y + 5z = 22 \\ 5x - 8y + 7z = 11 \\ 5x - y - 4z = -23 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 16 \\ 8x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 14 \\ -9x_1 - 7x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 34 \\ -8x_1 - 6x_2 + 8x_3 + 6x_4 = 30 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}3 & 9 & 4\\ 2 & 7 & 3\\ 1 & 5 & 3\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & -2\end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix}9 & 8\\ -2 & 9\end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases}x+y-z=-4\\ 8x+3y-2z=-9\\ -4x+z=3\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x+3y+5z=9\\ -x+4y+4z=3\\ 5x+2y+8z=23\end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases}3x_1+5x_2-x_3+7x_4=35\\ 2x_1+2x_2+7x_4=30\\ -3x_1-3x_2+x_3+2x_4=5\\ 5x_1+7x_2-4x_3+3x_4=21\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=0\\ 2x_1+x_2-x_3+2x_4-3x_5=0\\ 3x_1-2x_2-x_3+x_4-2x_5=0\\ 2x_1-5x_2+x_3-2x_4+2x_5=0\end{cases}$

3) $\begin{cases}2x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=1\\ x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=1\\ 4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=1\\ 2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=-1\end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 9 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} 5x + 8y - z = 24 \\ 2x - 3y + 2z = -10 \\ x + 2y + 3z = -4 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2x - y + 5z = -1 \\ 3x - y - 2z = 7 \\ -2x + y + 2z = -6 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ -6x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 6x_4 = -22 \\ -11x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 4x_4 = -29 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0 \\ 34x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 + 11x_5 = 0 \\ x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x - 7y + z = 0 \\ 5x + 4y - 2z = 14 \\ -3x - y + 4z = -14 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 9y = 6 \\ 4x - 3y + 4z = -4 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 6x_1 + 8x_2 + 9x_3 - 12x_4 = 40 \\ 4x_1 + 6x_2 - 6x_3 - 9x_4 = 5 \\ -3x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 = -5 \\ -2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = -5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = -2 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 23 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 12 \end{cases}$

Линейная алгебра Вариант 10

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -2 \\ 17 & 4 \end{pmatrix};$$

2) $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 7 \\ 5 & 0 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $$\begin{cases} 7x - 2z = 1 \\ 6x + y - 6z = -14 \\ x + 5y + 3z = 0 \end{cases}$$

(В) $$\begin{cases} 2x + y - 3z = -20 \\ 5x - 2y - 2z = 9 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 13 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 9 \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 17 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 13 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 0\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}3 & 4 & -3\\ -5 & 5 & 0\\ 2 & 1 & -4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 0\\ 1 & 0 & 1\\ -1 & -2 & 1\end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}9 & -2\\ -5 & 6\end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix}-5 & -8\\ 2 & -5\end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases}7x-5y=22\\ 4x+y-z=-5\\ -2x+3y+z=-5\end{cases}$ (B) $\begin{cases}3x-2y+7z=-18\\ x-y-2z=-7\\ x+4y-8z=-5\end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases}3x_1-x_2+5x_3+2x_4=39\\ 2x_1+7x_3=37\\ -3x_1+x_2+2x_3=10\\ 5x_1-4x_2+x_3+2x_4=12\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=0\\ 2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=0\\ x_1+7x_2-5x_3-5x_4+5x_5=0\\ 3x_1-x_2-2x_3+x_4-x_5=0\end{cases}$

3) $\begin{cases}x_1+2x_2-3x_4+2x_5=1\\ x_1-x_2-3x_3+x_4-3x_5=2\\ 2x_1-3x_2+4x_3-5x_4+2x_5=7\\ 9x_1-9x_2+6x_3-16x_4+2x_5=25\end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x + y - z = -4 \\ 8x + 3y - 2z = -9 \\ -4x + z = 3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 3y + 5z = 9 \\ -x + 4y + 4z = 3 \\ 5x + 2y + 8z = 23 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 = 4 \\ x_1 + 8x_2 + 27x_3 + 64x_4 = 14 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0 \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7 \end{cases}$

Линейная алгебра Вариант 13

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$;

2) $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 7 \\ x - 2y - z = 3 \\ 5y + 2z = 1 \end{cases}$ (В) $\begin{cases} 2x - 3y - z = 5 \\ 2x + 4y = -10 \\ 5x - 2y + z = 17 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -6 \\ -3x_1 + 11x_2 + x_3 - x_4 = 31 \\ 5x_1 - 2x_2 + 12x_3 + 2x_4 = -1 \\ 4x_1 - 4x_2 + 6x_3 + x_4 = -11 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 42x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 24x_4 = 1 \\ -x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 - x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_5 - x_6 = 0 \\ x_2 + x_3 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$

Линейная алгебра Вариант 14

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $\begin{cases} 3x-5y+3z=-3 \\ x+2y+z=-1 \\ 2x+7y-z=7 \end{cases}$ (В) $\begin{cases} x+4y-z=-6 \\ 4x-y=23 \\ 4x+5y-4z=9 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=-2 \\ x_1+3x_2+x_3+x_4=9 \\ x_1+x_2+4x_3+x_4=-22 \\ x_1+x_2+x_3+5x_4=7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3+4x_4=5 \\ 4x_1-2x_2+5x_3+6x_4=7 \\ 6x_1-3x_2+7x_3+8x_4=9 \\ 8x_1-4x_2+9x_3+10x_4=11 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4+3x_5=0 \\ 5x_1+7x_2+x_3+3x_4+4x_5=0 \\ 4x_1+5x_2+2x_3+x_4+5x_5=0 \\ 7x_1+10x_2+x_3+6x_4+5x_5=0 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x + y - z = 9 \\ 4x - 3y + z = -12 \\ 2x + y - z = 10 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 7x + 2y - z = -5 \\ x + y - z = -4 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} -x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 = -8 \\ -3x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -31 \\ 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 45 \\ 8x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 30 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $\begin{cases} 3x + y + z = 8 \\ x - 4y - 2z = 9 \\ -3x + 5y + 6z = -13 \end{cases}$ (В) $\begin{cases} 4x + y - 3z = 19 \\ 2x - 3y - 4z = 11 \\ -x + 2y - 7z = 13 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 24x_4 + 27x_5 = 5 \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8 \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9 \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}$;

2) $X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = -8 \\ 2x - 4y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = -3 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 3y + 5z = -6 \\ 4x - y + 6z = 16 \\ x + 3y - 8z = 9 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix};$

2) $X \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix};$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 6 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x + 5y - z = 5 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \\ 5x - y = 15 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 4y - 13z = -27 \\ 4x + 3y - 12z = -17 \\ 11x + y + 6z = 4 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3 \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$$

2) $$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 7 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $$\begin{cases} 3x + y + 2z = -10 \\ 4x + 2y - z = 15 \\ 2x + 3z = -21 \end{cases}$$

(B) $$\begin{cases} x + 5y + 3z = 0 \\ 8x + 5y + z = 1 \\ 5x - 4y - 9z = -14 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -6 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = -8 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = -8 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3 \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$X\cdot\begin{pmatrix}2 & -3\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix};$$

2) $$\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 4 & 0\\ 5 & -9 & -6\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0 & 0 & 4 & 14\\ -9 & -24 & -7 & 11\\ 5 & 29 & 53 & -17\end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $$\begin{cases}3x-2y+z=-18\\ 2x-y+3z=-11\\ 4x+2y-z=-23\end{cases}$$

(B) $$\begin{cases}x-7y+z=0\\ 6x-3y-z=14\\ -2x-8y+5z=-14\end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases}2x_1+5x_2+4x_3+x_4=20\\ x_1+3x_2+2x_3+x_4=11\\ 2x_1+10x_2+9x_3+9x_4=40\\ 3x_1+8x_2+9x_3+2x_4=37\end{cases}$$

2) $$\begin{cases}3x_1+2x_2+2x_3+2x_4=2\\ 2x_1+3x_2+2x_3+5x_4=3\\ 9x_1+x_2+4x_3-5x_4=1\\ 2x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5\\ 7x_1+x_2+6x_3-x_4=7\end{cases}$$

3) $$\begin{cases}x_1+3x_2+2x_3+2x_4+5x_5=0\\ 3x_1+2x_2+3x_3+2x_4+5x_5=0\\ 4x_1+x_2+x_3+2x_4+2x_5=0\\ 3x_1+x_2-x_3+x_4=0\end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix};$$

2) $$\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $$\begin{cases} 6x - 2y + z = -1 \\ 4x - 7y + 2z = -11 \\ x - y + 5z = 22 \end{cases}$$

(В) $$\begin{cases} 4y + 5z = 3 \\ x + 2y + 6z = -5 \\ -x + y + z = 4 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 8 \\ 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 15 \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 18x_5 = 0 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} x+5y+3z=10 \\ 2x-y+z=12 \\ x-4y-z=4 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2x-y-z=14 \\ x+4y+3z=-7 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=1 \\ x_1+x_3+x_4+x_5=-3 \\ x_1+x_2+x_3+x_4=0 \\ x_1+x_2+x_3+x_5=3 \\ x_1+x_2+x_4+x_5=-2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x_1+3x_2+14x_3-2x_4+x_5=2 \\ 20x_1+5x_2+10x_3+4x_4+11x_5=20 \\ 13x_1+4x_2+12x_3+x_4+6x_5=11 \\ 4x_1+7x_2+46x_3-12x_4-7x_5=-12 \\ x_1-2x_2-16x_3+5x_4+4x_5=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x_1-8x_2+3x_3+3x_4=0 \\ 4x_1-6x_2+2x_3+x_4=0 \end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix};$$

2) $$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $$\begin{cases} 3x + 2y - z = -3 \\ x - 4y + z = 11 \\ -2x + 3y - z = -10 \end{cases}$$

(В) $$\begin{cases} 6x - y + z = -11 \\ 3x + 2y - 4z = 13 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 30 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 34 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 41 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2 \\ 5x_1 + 2x_3 + 5x_4 = -2 \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

2) $$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $$\begin{cases} 2x - y + 6z = 25 \\ 3x + 2y + 4z = 12 \\ x - y + 3z = 14 \end{cases}$$

(B) $$\begin{cases} -x + 2y + 3z = 13 \\ 5x + 2y - 4z = 2 \\ x - y - z = -6 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 16 \\ x_1 + 7x_2 + x_3 + x_4 = 23 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 10 \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 1 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = -5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -4 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \\ 8 & -3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix};$$

2) $$X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix};$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $$\begin{cases} x+3y+3z=1 \\ 2x+3y+5z=2 \\ 3x+5y+8z=3 \end{cases}$$

(B) $$\begin{cases} x+y+2z=-1 \\ 2x-y+2z=-4 \\ 4x+y+4z=-2 \end{cases}$$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $$\begin{cases} x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1-x_3-x_4=2 \\ x_1+x_2-x_4=3 \\ x_1+x_2+x_3=4 \end{cases}$$

2) $$\begin{cases} 2x_1+2x_3+2x_5=1 \\ x_2+x_4=0 \\ 2x_1+x_2+2x_4+x_5=1 \\ 3x_2+3x_4=0 \end{cases}$$

3) $$\begin{cases} 2x_1+x_3+3x_4-x_5=0 \\ x_1+x_2+3x_3-x_4+x_5=0 \\ -x_2+x_3+5x_4-3x_5=0 \\ x_1-3x_2+2x_3+9x_4-5x_5=0 \end{cases}$$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix}5&3\\2&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\-1&1\end{pmatrix}$;

2) $\begin{pmatrix}1&4&6\\-1&6&9\\0&2&-1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-1&0&-8\\4&8&8\\4&26&39\end{pmatrix}$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}1&-7\\-3&5\end{pmatrix}$; 2) $B=\begin{pmatrix}2&5\\-1&4\end{pmatrix}$;

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases}3x-y+z=10\\x+4y-13z=-27\\12x+5y-7z=-23\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x+3y+5z=9\\-x+4y+4z=3\\5x+2y+8z=23\end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases}5x_1+2x_2+2x_3+2x_4=8\\2x_1+x_2+x_3+x_4=3\\-6x_1+6x_2+10x_3+6x_4=-22\\-11x_1+7x_2+7x_3+4x_4=-29\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7\\3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-2\\x_2+2x_3+2x_4+6x_5=23\\5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=12\end{cases}$

3) $\begin{cases}x_1+x_2-3x_3+4x_4-x_5=0\\2x_1-x_2+4x_3-5x_4+2x_5=0\\3x_1+x_3-x_4+x_5=0\\x_1+2x_2+3x_3+4x_4+5x_5=0\end{cases}$

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X\cdot\begin{pmatrix}1 & -2\\ 4 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 3 & -1\end{pmatrix};$

2) $\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ 1 & -3 & 4\\ 7 & 8 & -1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix};$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A=\begin{pmatrix}4 & -5\\ -2 & 7\end{pmatrix};$ 2) $B=\begin{pmatrix}9 & 8\\ -2 & 9\end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (А) и матричным методом (В) :

(А) $\begin{cases}5x+8y-z=24\\ 2x-3y+2z=-10\\ x+2y+3z=-4\end{cases}$ (В) $\begin{cases}x+2y+z=-1\\ 3x+9y=6\\ 4x-3y+4z=-4\end{cases}$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases}3x_1+5x_2+7x_3+2x_4=13\\ x_1+2x_2+3x_3+4x_4=9\\ -2x_1-3x_2+3x_3+2x_4=17\\ x_1+3x_2+5x_3+4x_4=13\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x_1+2x_2-3x_4+2x_5=1\\ x_1-x_2-3x_3+x_4-3x_5=2\\ 2x_1-3x_2+4x_3-5x_4+2x_5=7\\ 9x_1-9x_2+6x_3-16x_4+2x_5=25\end{cases}$

3) $\begin{cases}3x_1+4x_2-5x_3+7x_4=0\\ 2x_1-3x_2+3x_3-2x_4=0\\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=0\\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0\end{cases}$

Линейная алгебра Вариант 28

1. Найти из уравнения матрицу X. Сделать проверку.

1) $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$

2) $\begin{pmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матриц:

1) $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 9 \end{pmatrix};$ 2) $B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix};$

3. Решить систему методом Крамера (A) и матричным методом (B) :

(A) $\begin{cases} 7x - 2z = 1 \\ 6x + y - 6z = -14 \\ x + 5y + 3z = 0 \end{cases}$ 2) $B = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix};$

4. Решить системы методом Гаусса:

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 = 4 \\ x_1 + 8x_2 + 27x_3 + 64x_4 = 14 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ
по теме «Векторная алгебра»

1. Понятие вектора, модуля вектора, координат вектора.

2. Понятия коллинеарных, компланарных, свободных векторов. Условие равенства векторов.

3. Линейные операции над векторами, их свойства.

4. Линейно зависимые и линейно независимые вектора. Понятие базиса на прямой, в плоскости и в пространстве.

5. Декартов базис. Линейные операции над векторами в таком базисе.

6. Расстояние между двумя точками. Координаты и модуль вектора, заданного начальной и конечной точками.

7. Понятие орта вектора. Направляющие косинусы вектора.

8. Скалярное произведение векторов в векторной и координатной формах. Свойства скалярного произведения векторов. Для решения каких задач используется скалярное произведение векторов.

9. Векторное произведение векторов в векторной и координатной формах. Свойства векторного произведения векторов Для решения каких задач используется векторное произведение векторов.

10. Смешанное произведение трёх векторов в векторной и координатной формах. Свойства смешанного произведения векторов. Для решения каких задач используется смешанное произведение векторов.

11. Условия коллинеарности, перпендикулярности и компланарности векторов в векторной и координатной формах.

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=6, |AD|=2, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
   $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
   Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;\ 4;\ 1\}$, $\vec{q} = \{-3;\ -2;\ 0\}$, $\vec{r} = \{1;\ -1;\ 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;\ -8;\ -3\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
   $A(1;\ -2;\ 3),\ B(3;\ 0;\ -1),\ C(2;\ 0;\ 0).$
4. Даны три вершины параллелограмма
   $ABCD:\ A(3;\ 0;\ -3),\ B(-8;\ 2;\ 0),\ C(0;\ 3;\ -4).$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q},\ \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$,
   где $|\vec{p}| = 1,\ |\vec{q}| = 2,\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/3$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a}, \vec{b}) = 0,\quad (\vec{a}, \vec{c}) = 0,\quad (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c}) = \pi/6,\quad |\vec{a}| = 1,\quad |\vec{b}| = 1/2,\quad |\vec{c}| = 1.$
7. Вычислить смешанное произведение
   $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c})(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 1.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{1; -3; 4\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = 13.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$ и вектору $\vec{b} = \{0; 1; -2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(4; 4; 5),\ B(-5; -3; 2),\ C(-2; -6; -3),\ D(-2; 2; -1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=7, |AD|=$2\sqrt{2}$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
   $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
   Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 1;\ -2\}$, $\vec{q} = \{3;\ -1;\ 1\}$, $\vec{r} = \{4;\ 1;\ 0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;\ 9;\ -1\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
   $A(1;\ 0;\ 1),\ B(-8;\ 0;\ 2),\ C(4;\ 0;\ -1)$.
4. Даны три вершины параллелограмма
   $ABCD:\ A(2;\ 3;\ 0),\ B(3;\ 0;\ -5),\ C(0;\ 6;\ -3)$.
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$,
   где $|\vec{p}| = \sqrt{2},\ |\vec{q}| = 4,\ (\vec{p}\hat{\ }\vec{q}) = \pi/4$. Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{b}\hat{\ }[\vec{c},\vec{a}]) = \pi/4,\quad (\vec{a}\hat{\ }\vec{c}) = 3\pi/4,\quad |\vec{a}| = 1,\quad |\vec{b}| = 5,\quad |\vec{c}| = 6.$
7. Вычислить смешанное произведение
   $(\vec{a} - \vec{b})(\vec{b} + 2\vec{c})(\vec{c} - a)$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 5.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{3;1;-1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = 22.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a} = \{2;0;2\}$ и вектору $\vec{b} = \{3;0;0\}$, если $(\vec{e}\hat{\ }\vec{i}) > \pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;2;0),\ B(3;0;-3),\ C(5;2;6),\ D(-2;4;-1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=5, |AD|=3, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{2;\ 1;\ 0\}$, $\vec{q} = \{1;\ 0;\ -1\}$, $\vec{r} = \{-3;\ 2;\ 5\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{23;\ -14;\ -30\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(-2;\ 4;\ 1),\ B(1;\ -2;\ 7),\ C(2;\ 0;\ 1).$
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD$: $A(-4;\ 0;\ 1),\ B(0;\ 0;\ 1),\ C(4;\ -2;\ 6)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$,
 где $|\vec{p}| = 1/5,\ |\vec{q}| = 1,\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/2$.
 Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{b}, \vec{a}) = 0,\quad (\vec{b}, \vec{c}) = 0,\ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{c}) = \pi/2,\quad |\vec{a}| = 1,\quad |\vec{b}| = 1,\quad |\vec{c}| = 3.$
7. Вычислить смешанное произведение
 $\vec{c}(\vec{b} - \vec{a})(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{5;1;2\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = 5.$
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
 $\vec{a} = \{-2;-4;2\}$ и вектору $\vec{b} = \{1;0;1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) < \pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;2;0),\ B(3;0;-3),\ C(5;2;6),\ D(8;4;-9)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=5, |DC|=3, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{2;\ 1;\ 0\}$, $\vec{q} = \{1;\ 0;\ 1\}$, $\vec{r} = \{4;\ 2;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{3;\ 1;\ 3\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(1;\ 2;\ 3),\ B(2;\ 4;\ 6),\ C(2;\ 1;\ 3).$
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD$: $A(3;\ 4;\ 5),\ B(4;\ 6;\ 8),\ C(0;\ 1;\ -2)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q},\ \vec{b} = 3\vec{p} + 2\vec{q},$
 где $|\vec{p}| = 2,\ |\vec{q}| = \sqrt{2},\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 3\pi/4$.
 Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{c}\,\hat{}\,[\vec{a},\vec{b}]) = \pi/3,\quad (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \pi/3,\quad |\vec{a}| = 1,\quad |\vec{b}| = 1,\quad |\vec{c}| = \sqrt{3}.$
7. Вычислить смешанное произведение
 $(\vec{c} + \vec{a})(\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} - 3\vec{b})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 4.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{7;1;5\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = 24.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
 $\vec{a} = \{4;-4;16\}$ и вектору $\vec{b} = \{3;0;1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;1;2),\ B(-1;1;3),\ C(2;-2;4),\ D(-1;0;-2)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=$3\sqrt{2}$, |DC|=$\sqrt{2}$, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 3;\ 1\}$, $\vec{q} = \{1;\ -1;\ 2\}$, $\vec{r} = \{1;\ -1;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-1;\ 7;\ 10\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(1;\ 0;\ 1),\ B(2;\ 1;\ 2),\ C(4;\ 3;\ 4)$.
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD:\ A(1;\ -2;\ 1),\ B(3;\ 4;\ 5),\ C(0;\ 1;\ 0)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$,
 где $|\vec{p}| = 2\sqrt{3},\ |\vec{q}| = 2,\ (\vec{p}\hat{\ }\vec{q}) = \pi/6$.
 Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a}, \vec{c}) = 0,\ (\vec{b}, \vec{c}) = 0,\ (\vec{c}\hat{\ }\vec{b}) = \pi/6,\ |\vec{a}| = 2,\ |\vec{b}| = 2,\ |\vec{c}| = 2.$

7. Вычислить смешанное произведение
 $\vec{a}(2\vec{b} + \vec{c})(\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = -2.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{-3; 3; -2\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = 5{,}5$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
 $\vec{a} = \{1; 1; -2\}$ и вектору $\vec{b} = \{-9; 4; 3\}$, если $(\vec{e}\hat{\ }\vec{i}) < \pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;\ 3;\ 1),\ B(6;\ 3;\ 7),\ C(4;\ 1;\ -2),\ D(7;\ 5;\ -3)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=$2\sqrt{3}$, |DC|=$\sqrt{3}$, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;\ -1;\ 2\}$, $\vec{q} = \{3;\ 2;\ 0\}$, $\vec{r} = \{-1;\ 1;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{11;\ -1;\ 4\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
$A(-6;\ -8;\ -1),\ B(3;\ 4;\ 0),\ C(0;\ 0;\ 1).$
4. Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-7;\ 4;\ -3),\ B(2;\ 3;\ -4),\ C(7;\ 6;\ 2)$.
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах
$\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q},\ \vec{b} = (1/2)\vec{p} + \vec{q},$ где $|\vec{p}| = 2\sqrt{2},\ |\vec{q}| = 3\sqrt{2},\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/2$.
Определить: а) косинус угла между диагоналями;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a}) = 3\pi/4,\ (\vec{b}\,\hat{}\,[\vec{c}, \vec{a}]) = \pi/4,\ |\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 6,\ |\vec{c}| = 2.$
7. Вычислить смешанное произведение
$(2\vec{a} + \vec{b})(b - 2a)(\vec{c} - \vec{a}) - 3\vec{b} + \vec{c}$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 1.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{2;\ 1;\ -3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = 21$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
$\vec{a} = \{3;\ 2;\ 1\}$ и вектору $\vec{b} = \{0;\ 1;\ 0\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ 1;\ -1),\ B(2;\ 3;\ 1),\ C(3;\ 2;\ 1),\ D(5;\ 9;\ -8)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|= 4, |DC|= 3, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
   $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
   Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;\ 1;\ 4\}$, $\vec{q} = \{-3;\ 0;\ 2\}$, $\vec{r} = \{1;\ 2;\ -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-13;\ 2;\ 18\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
   $A(-11;\ 4;\ -6),\ B(-6;\ 9;\ -1),\ C(-1;\ 14;\ 4).$
4. Даны три вершины параллелограмма
   $ABCD:\ B(1;\ 2;\ 0),\ C(7;\ 1;\ 8),\ D(5;\ 3;\ -1)$.
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 4\vec{p} + 5\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q},$
   где $|\vec{p}| = 7,\ |\vec{q}| = 2\sqrt{2},\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/4$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями;
   б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{b}) = 0,\ (\vec{a},\vec{c}) = 0,\ (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c}) = \pi/3,\ |\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 4,\ |\vec{c}| = 3.$

7. Вычислить смешанное произведение
   $\vec{c}(\vec{b} - 2\vec{c})(2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 0.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{2;\ 2;\ -3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = -8{,}5$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a} = \{1;\ 1;\ -8\}$ и вектору $\vec{b} = \{8;\ -6;\ 2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) < \pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-3;\ 4;\ -7),\ B(1;\ 5;\ -4),\ C(-5;\ -2;\ 0),\ D(2;\ 5;\ 4)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AD|=3, |DC|=2, $\alpha = \angle BAD = 45^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB, $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD. Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 1;\ 5\}$, $\vec{q} = \{3;\ -1;\ 2\}$, $\vec{r} = \{-1;\ 0;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{8;\ -7;\ -13\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
$A(-13;\ -33;\ 5)$, $B(-3;\ -23;\ 15)$, $C(7;\ -13;\ 25)$.
4. Даны три вершины параллелограмма
$ABCD$: $A(2;\ 3;\ -7)$, $C(1;\ 8;\ -6)$, $D(2;\ 6;\ -7)$.
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах
$\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = (1/4)(\vec{p} - \vec{q})$, где $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
Определить: а) косинус угла между диагоналями;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a} \wedge [\vec{b}, \vec{c}]) = 2\pi/3$, $(\vec{b} \wedge \vec{c}) = \pi/6$, $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 1$.

7. Вычислить смешанное произведение
$\vec{c}(\vec{b} - \vec{a})(\vec{a} - \vec{b})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = -2$.
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{4;\ -1;\ 1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = -6$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
$\vec{a} = \{-11;\ 0;\ 0\}$ и вектору $\vec{b} = \{13;\ 18;\ 0\}$, если $(\vec{e} \wedge \vec{i}) < \pi/2$.
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(7;\ 2;\ 4)$, $B(7;\ -1;\ 2)$, $C(3;\ 3;\ 1)$, $D(-4;\ 2;\ 1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|= 4, |DC|=|AD|, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 2;\ 1\}$, $\vec{q} = \{0;\ 1;\ -1\}$, $\vec{r} = \{5;\ -3;\ 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{15;\ -20;\ 1\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(-2;\ 0;\ -2)$, $B(0;\ 2;\ 0)$, $C(-4;\ -2;\ -4)$.
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD$: $A(1;\ -3;\ -1)$, $B(3;\ -5;\ 1)$, $C(3;\ -6;\ 5)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах
 $\vec{a} = 4\vec{p} + 13\vec{q}$, $\vec{b} = 13\vec{p} - 4\vec{q}$, где $|\vec{p}| = 1/2$, $|\vec{q}| = 1/2$, $(\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/3$.
 Определить: а) косинус угла между диагоналями;
 б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{c}) = 0$, $(\vec{a},\vec{b}) = 0$, $(\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c}) = \pi/6$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 1$.

7. Вычислить смешанное произведение
 $(\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})(a + 2b - 3c)(2a - b - c)$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 4$.
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{-2;\ 3;\ 5\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = 3$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a} = \{-2;\ -4;\ -1\}$ и вектору $\vec{b} = \{-2;\ 1;\ -3\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2$.
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ 3;\ 6)$, $B(2;\ 2;\ 1)$, $C(-1;\ 0;\ 1)$, $D(-4;\ 6;\ -3)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AD|=$3\sqrt{3}$, |DC|=$\sqrt{3}$, $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{1;\ 0;\ 1\}$, $\vec{q} = \{1;\ -2;\ 0\}$, $\vec{r} = \{0;\ 3;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{2;\ 7;\ 5\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(8;\ -6;\ -11),\ \ B(11;\ -3;\ -8),\ \ C(14;\ 0;\ -5).$
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD:\ \ A(-3;\ 3;\ 1),\ \ B(-1;\ 3;\ -1),\ \ D(-2;\ 7;\ -2)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Параллелограмм построен на векторах
 $\vec{a} = (1/3)\vec{p} - (1/2)\vec{q},\ \ \vec{b} = 2\vec{p} - 3\vec{q},$ где $|\vec{p}| = 3,\ \ |\vec{q}| = 2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 3\pi/2$
 Определить: а) косинус угла между диагоналями;
 б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = 5\pi/6,\ \ (\vec{c}\,\hat{}\,[\vec{a},\vec{b}]) = \pi/3,\ \ |\vec{a}| = 5,\ \ |\vec{b}| = 2,\ \ |\vec{c}| = 6.$

7. Вычислить смешанное произведение
 $\vec{b}(\vec{a}+\vec{c})(\vec{a}-\vec{b}-\vec{c})$, если $(\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}) = -4.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{1;\ -1;\ 2\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = 3$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
 $\vec{a} = \{0;\ -1;\ -2\}$ и вектору $\vec{b} = \{2;\ 0;\ 6\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-4;\ 2;\ 6),\ B(2;\ -3;\ 0),\ C(-10;\ 5;\ 8),\ D(-5;\ 2;\ -4)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=2.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=2/3.$
Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;\ 1;\ 4\},\ \ \vec{q}=\{0;\ -3;\ 2\},\ \ \vec{r}=\{2;\ 1;\ -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{6;\ 5;\ -14\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
$A(1;\ 3;\ 6),\ \ B(2;\ 2;\ 1),\ \ C(-1;\ 0;\ 1),\ \ D(-4;\ 6;\ -3).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
$\overrightarrow{AB}=5\vec{p}+7\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}+3\vec{q}$, где $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
$\vec{a}=\{1;\ -2;\ 3),\ \ \vec{b}=\{3;\ 0;\ -1\}$. Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=\pi/3,\ \ |\vec{a}|=9,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=6.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
$\vec{a}=5\vec{p}+\vec{q},\ \ \vec{b}=3\vec{p}+\lambda\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=4,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{3;\ 3;\ 6\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=2$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
$\vec{a}=\{2;\ 4;\ 1\}$ и вектору $\vec{b}=\{-4;\ 2;\ 1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})>\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(14;\ 4;\ 5),\ \ B(-5;\ -3;\ 2),\ \ C(-2;\ -6;\ -3),\ \ D(-1;\ -8;\ 7)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=3/4.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{-1;\ 2;\ 1\},\ \ \vec{q}=\{2;\ 0;\ 3\},\ \ \vec{r}=\{1;\ 1;\ -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-5;\ -8;\ -3\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(-4;\ 2;\ 6),\ \ B(2;\ -3;\ 0),\ \ C(-10;\ 5;\ 8),\ \ D(-5;\ 2;\ -4).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=5\vec{p}+7\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}+3\vec{q}$, где $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$

5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{1;\ 0;\ 1),\ \ \vec{b}=\{-2;\ 3;\ 5\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{b}\,\hat{}\,[\vec{c},\vec{a}])=2\pi/3,\ \ \ (\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a})=\pi/3,\ \ \ |\vec{a}|=7,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ |\vec{c}|=1.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q},\ \ \vec{b}=\lambda\vec{p}-\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если
   $|\vec{p}|=1,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{9;\ 11;\ 2\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=17$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{-3;\ 1;\ -4\}$ и вектору $\vec{b}=\{-1;\ 4;\ 2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}\,)<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;\ 1;\ 4),\ \ B(3;\ 5;\ -2),\ \ C(-7;\ -3;\ 2),\ \ D(-12;\ 1;\ 8)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=4/3.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=3/2.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;\ 0;\ 2\},\ \ \vec{q}=\{0;\ 1;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{2;\ -1;\ 4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{3;\ -3;\ 4\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(2;\ 1;\ 2),\ \ B(-1;\ 5;\ -2),\ \ C(-7;\ -3;\ 2),\ \ D(-6;\ -3;\ 6).$

4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=4\vec{p}-3\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=4\vec{p}+\vec{q}$, где $|\vec{p}|=1,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$

5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{1;\ 2;\ -3),\ \ \vec{b}=\{2;\ -1;\ -1\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a})=\pi/2,\ \ |\vec{a}|=3,\ \ |\vec{b}|=4,\ \ |\vec{c}|=6.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=\lambda\vec{p}+11\vec{q},\ \ \vec{b}=2\vec{p}-\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=3,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=3\pi/4.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{9;\ 9;\ 7\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=17$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{1;\ 3;\ 2\}$ и вектору $\vec{b}=\{-4;\ -4;\ 1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ 5;\ -7),\ \ B(-3;\ 6;\ 3),\ \ C(-2;\ 7;\ 3),\ \ D(1;\ -1;\ 2)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=3/2.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{3;\ 1;\ 0\},\ \ \vec{q}=\{-1;\ 2;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{-1;\ 0;\ 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{3;\ 3;\ -1\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(7;\ 2;\ 4),\ \ B(7;\ -1;\ -2),\ \ C(3;\ 3;\ 1),\ \ D(-4;\ 2;\ 1).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=3\vec{p}+\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=2\vec{p}-\vec{q}$, где $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{-2;\ 4;\ 1),\ \ \vec{b}=\{1;\ -2;\ 7\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a}\,\hat{}\,[\vec{b},\vec{c}])=3\pi/4,\ \ (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c})=\pi/4,\ \ |\vec{a}|=6,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=1.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=3\vec{p}+\lambda\vec{q},\ \ \vec{b}=4\vec{p}-5\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если
   $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=2\pi/3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{13;\ -3;\ 5\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=14$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{1;\ 3;\ -2\}$ и вектору $\vec{b}=\{4;\ 7;\ 2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ 1;\ -1),\ B(2;\ 3;\ 1),\ C(6;\ 3;\ 7),\ D(2;\ 3;\ 8)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1/3.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/3.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{5;\ 1;\ 0\},\ \ \vec{q}=\{2;\ -1;\ 3\},\ \ \vec{r}=\{1;\ 0;\ -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{13;\ 2;\ 7\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(0;\ -1;\ -1),\ \ B(-2;\ 3;\ 5),\ \ C(1;\ -5;\ -9),\ \ D(-1;\ -6;\ 3).$

4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=6\vec{p}-5\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=3\vec{p}+\vec{q}$, где $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{1;\ -2;\ 5),\ \ \vec{b}=\{3;\ -1;\ 0\}$. Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.

6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c})=\pi/6,\ \ |\vec{a}|=2,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ |\vec{c}|=6.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=\vec{p}-2\vec{q},\ \ \vec{b}=\lambda\vec{p}+3\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=1,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/12.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{7;\ 3;\ 0\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=13$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{2;\ 1;\ -4\}$ и вектору $\vec{b}=\{8;\ 9;\ 14\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})>\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-1;\ 2;\ -3),\ \ B(4;\ -1;\ 0),\ \ C(2;\ 1;\ -2),\ \ D(-7;\ 0;\ -1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=3.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/2.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{0;\ 1;\ 1\},\ \ \vec{q}=\{-2;\ 0;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{3;\ 1;\ 0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-19;\ -1;\ 7\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(3;\ 6;\ -3),\ \ B(-10;\ 6;\ 7),\ \ C(-1;\ -5;\ 2),\ \ D(-6;\ 0;\ -3).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=3\vec{p}-8\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}+4\vec{q}$, где
   $|\vec{p}|=4,\ \ |\vec{q}|=3,\ \ (\vec{p}\,^\wedge\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{3;\ 5;\ 4),\ \ \ \vec{b}=\{5;\ 9;\ 7\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $([\vec{a},\vec{b}]^\wedge\,\vec{c})=\pi/3,\ \ (\vec{a}\,^\wedge\vec{b})=2\pi/3,\ \ \ |\vec{a}|=5,\ \ \ |\vec{b}|=3,\ \ \ |\vec{c}|=4.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=3\vec{p}+4\vec{q},\ \ \vec{b}=7\vec{p}+\lambda\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если
   $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=3,\ \ (\vec{p}\,^\wedge\vec{q})=\pi/4.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору
   $\vec{b}=\{4;\ 4;\ 1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=9$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{-7;\ -2;\ 1\}$ и вектору $\vec{b}=\{-5;\ -1;\ 3\}$, если $(\vec{e}\,^\wedge\vec{i}\,)>\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках
    $A(1;\ 3;\ 6),\ B(2;\ 2;\ 1),\ C(-1;\ 0;\ 1),\ D(5;\ -4;\ 5)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=4.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/6.$
Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{2;\,1;\,-1\},\ \ \vec{q}=\{0;\,3/2;\,2\},\ \ \vec{r}=\{1;\,-1;\,1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{1;\,-4;\,4\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
$A(2;\,-1;\,-2),\ \ B(1;\,2;\,1),\ \ C(5;\,0;\,-6),\ \ D(-10;\,9;\,-7).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
$\overrightarrow{AB}=7\vec{p}-4\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}+4\vec{q}$, где $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,^\wedge\vec{q})=60^\circ.$
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
$\vec{a}=\{0;\,5;\,-1\},\ \ \vec{b}=\{7;\,2;\,3\}$. Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{c}\,^\wedge\vec{a})=\pi/3,\ \ |\vec{a}|=3,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=1.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
$\vec{a}=2\vec{p}-2\vec{q},\ \ \vec{b}=\lambda\vec{p}+\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=1,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,^\wedge\vec{q})=\pi/3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{7;\,0;\,1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=15$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
$\vec{a}=\{5;\,2;\,4\}$ и вектору $\vec{b}=\{5;\,8;\,6\}$, если $(\vec{e}\,^\wedge\vec{i})>\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\,0;\,2),\ B(1;\,2;\,-1),\ C(-2;\,-1;\,6),\ D(0;\,-5;\,-4)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1/5.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=5/4.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{-2;\ 0;\ 1\},\ \ \vec{q}=\{1;\ 3;\ -1\},\ \ \vec{r}=\{0;\ 4;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-5;\ -5;\ 5\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(5;\ 2;\ 0),\ \ B(2;\ 5;\ 0),\ \ C(1;\ 2;\ 3),\ \ D(-1;\ 1;\ 1).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=5\vec{p}+9\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=3\vec{p}-\vec{q}$, где $|\vec{p}|=1,\ \ |\vec{q}|=3,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{3;\ 4;\ -1\},\ \ \vec{b}=\{2;\ -1;\ 1\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{b}\,\hat{}\,[\vec{c},\vec{a}])=\pi/4,\ \ (\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a})=3\pi/4,\ \ |\vec{a}|=3,\ \ |\vec{b}|=5,\ \ |\vec{c}|=3.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=2\vec{p}-5\vec{q},\ \ \vec{b}=\vec{p}+\lambda\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=2\sqrt{3},\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/6.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{5;\ 2;\ -3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=11$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{3;\ 4;\ 1\}$ и вектору $\vec{b}=\{7;\ 6;\ 9\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(3;\ 4;\ -7),\ B(1;\ 5;\ -4),\ C(-5;\ -2;\ 0),\ D(-12;\ 7;\ -1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1/10.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/5.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{0;\,1;\,2\},\ \ \vec{q}=\{1;\,0;\,1\},\ \ \vec{r}=\{-1;\,2;\,4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-2;\,4;\,7\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(14;\,4;\,5),\ \ B(-5;\,-3;\,2),\ \ C(-2;\,-6;\,-3),\ \ D(-2;\,-2;\,-1).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=2\vec{p}+7\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=4\vec{p}-\vec{q}$, где $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=4,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{7;\,9;\,-2),\ \ \vec{b}=\{5;\,4;\,3\}$. Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c})=\pi/4,\ \ |\vec{a}|=1,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=1.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=6\vec{p}+2\lambda\vec{q},\ \ \vec{b}=\vec{p}+\vec{q}/2$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=6\sqrt{3},\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=5\pi/6.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{2;\,5;\,3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=15.$
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{-5;\,1;\,-3\}$ и вектору $\vec{b}=\{15;\,9;\,13\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\,-1;\,1),\ B(-2;\,0;\,3),\ C(2;\,1;\,-1),\ D(2;\,-2;\,-4)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/2.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;\ 3;\ 0\},\ \ \vec{q}=\{2;\ -1;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{0;\ -1;\ 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{6;\ 12;\ -1\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(-2;\ 0;\ -4),\ \ B(-1;\ 7;\ 1),\ \ C(4;\ -8;\ -4),\ \ D(1;\ -4;\ 6).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=4\vec{p}+9\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}-3\vec{q}$, где $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=3,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{3;\ 7;\ 0),\ \ \vec{b}=\{1;\ -3;\ 4\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $([\vec{a},\vec{b}]\,\hat{}\,\vec{c})=\pi/6,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=5\pi/6,\ \ \ |\vec{a}|=5,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ |\vec{c}|=6.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы
   $\vec{a}=2\vec{p}+4\vec{q},\ \ \vec{b}=7\vec{p}+\lambda\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=7\sqrt{2},\ \ |\vec{q}|=6,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/4.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{-1;\ 2;\ -3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=12.$
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
   $\vec{a}=\{-2;\ -3;\ 2\}$ и вектору $\vec{b}=\{7;\ 7;\ 8\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ 2;\ 0),\ B(1;\ -1;\ 2),\ C(0;\ 1;\ -1),\ D(-3;\ 0;\ 1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$; точка М делит диагональ AC в отношении $|AM|:|MC|=1/3.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{MD},\ \overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a},\ \ \vec{c}.$

2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{-2;\ 7;\ 1\},\ \ \vec{q}=\{0;\ 2;\ 0\},\ \ \vec{r}=\{2;\ 1;\ -1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{6;\ -6;\ 6\}$ в этом базисе.
3. Радиус-вектор точки М составляет с осью OX угол $\alpha=45^\circ$, с осью OY угол $\beta=120^\circ$, длина вектора $|OM|=4$. Определить координаты точки М, если координата $z>0$.
4. Дан ΔABC, в котором $A(-9;\ -2;\ 10),\ \ B(1;\ 3;\ 2),\ \ \overrightarrow{AC}=\{14;\ 3;\ 4\}.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AC}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{BC}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q},\ \ \vec{b}=2\vec{p}-3\vec{q}$,
   где $|p|=4,\ \ |q|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Определить: а) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
   б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=\pi/4,\ \ |\vec{a}|=1/2,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=9.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=\vec{i}-3\vec{j}+\lambda\vec{k}$ и $\vec{b}=\lambda\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ будут взаимно перпендикулярны.
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{7;\ 7;\ -6\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=4.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a}=\{-2;\ -4;\ -1\}$ и вектору $\vec{b}=\{4;\ -2;\ -1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-14;\ -2;\ -5),\ \ B(5;\ 3;\ -1),\ \ C(2;\ 6;\ 2),\ \ D(1;\ 8;\ -1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$; точка М делит диагональ AC в отношении $|AM|:|MC|=4/5.$
Выразить векторы $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{MD},\ \overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a},\ \ \vec{c}.$

2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{2;\,-7;\,1\},\ \ \vec{q}=\{1;\,2;\,1\},\ \ \vec{r}=\{2;\,1;\,1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-6;\,3;\,6\}$ в этом базисе.
3. Радиус-вектор точки М составляет с осью OZ угол $\gamma=60^\circ$, с осью OY угол $\beta=135^\circ$, длина вектора $|OM|=6$. Определить координаты точки М, если координата $x<0$.
4. Дан ΔABC, в котором
$A(-3;\,-6;\,-2),\ \ B(5;\,-2;\,6),\ \ \overrightarrow{AC}=\{2;\,12;\,-2\}.$
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AC}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{BC}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q},\ \ \vec{b}=2\vec{p}-3\vec{q}$,
где $|p|=4,\ \ |q|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
Определить: а) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{c}\,\hat{}\,[\vec{c},\vec{a}])=\pi/3,\ \ (\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a})=\pi/3,\ \ |\vec{a}|=1,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ |\vec{c}|=7.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=3\vec{i}+\lambda\vec{j}+4\vec{k}$ и $\vec{b}=\lambda\vec{i}+5\vec{j}-14\vec{k}$ будут взаимно перпендикулярны.

8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{1;\,2;\,-3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=-1.$
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a}=\{-14;\,-11;\,0\}$ и вектору $\vec{b}=\{0;\,-11;\,8\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})>\pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(0;\,-2;\,-5),\ B(5;\,0;\,-1),\ C(2;\,6;\,0),\ D(1;\,1;\,1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$; точка М делит диагональ АС в отношении $|AM|:|MC|=7.$

Выразить векторы $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{MD},\ \overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a},\ \ \vec{c}.$

2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{-1;\ -1;\ 3\},\ \ \vec{q}=\{0;\ -1;\ 2\},\ \ \vec{r}=\{1;\ -2;\ -4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{2;\ 1;\ -14\}$ в этом базисе.

3. Радиус-вектор точки М составляет с осью OX угол $\alpha=120^\circ$, с осью OZ угол $\gamma=90^\circ$, длина вектора $|OM|=2\sqrt{3}$. Определить координаты точки М, если координата $y>0$.

4. Дан ΔABC, в котором $A(-2;\ 1;\ 0),\ \ C(4;\ 7;\ 6),\ \ \overrightarrow{AB}=\{8;\ 4;\ -4\}.$

Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AC}$,

б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{BC}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a}=5\vec{p}-2\vec{q},\ \ \vec{b}=3\vec{p}+2\vec{q}$, где

$|p|=2,\ \ |q|=3,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$

Определить: а) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно:

$(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=\pi/6,\ \ |\vec{a}|=1/4,\ \ |\vec{b}|=1/3,\ \ |\vec{c}|=3.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+\lambda\vec{k}$ и $\vec{b}=\lambda\vec{i}+9\vec{j}-6\vec{k}$ будут взаимно перпендикулярны.

8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{0;\ 2;\ -11\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=-2.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a}=\{4;\ 1;\ 3\}$ и вектору $\vec{b}=\{2;\ 4;\ -1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(4;\ 1;\ 2),\ \ B(-2;\ 5;\ 3),\ \ C(2;\ -3;\ -7),\ \ D(-12;\ 1;\ 8)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a},\ \ \overrightarrow{AC} = \vec{c}$; точка M делит диагональ AC в отношении $|AM|:|MC| = 2/7$.
Выразить векторы $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{MD},\ \overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a},\ \ \vec{c}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 2;\ 1\},\ \ \vec{q} = \{0;\ 1;\ -1\},\ \ \vec{r} = \{5;\ -3;\ 2\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{15;\ -20;\ -1\}$ в этом базисе.

3. Радиус-вектор точки M составляет с осью OX угол $\alpha = 60^\circ$, с осью OY угол $\beta = 45^\circ$, длина вектора $|OM| = 10$. Определить координаты точки M, если координата $z < 0$.

4. Дан ΔABC, в котором
$A(-4;\ -3;\ -6),\ \ B(-1;\ 7;\ -3),\ \ \overrightarrow{AC} = \{7;\ 2;\ 13\}$.
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AC}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{BC}$ и медианой $\overrightarrow{AM}$.

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = 2\vec{p} + \vec{q},\ \ \vec{b} = 2\vec{p} - 5\vec{q}$,
где $|p| = 5,\ \ |q| = 2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = 60^\circ.$
Определить: а) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.

6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно:
$(\vec{a},\vec{c}) = 0,\ \ (\vec{b},\vec{c}) = 0,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}) = \pi/4,\ \ |\vec{a}| = 1/2,\ \ |\vec{b}| = 1/3,\ \ |\vec{c}| = 9.$

7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a} = 11\vec{i} + \lambda\vec{j} - 9\vec{k}$ и $\vec{b} = \lambda\vec{i} + 13\vec{j} + 8\vec{k}$ будут взаимно перпендикулярны.

8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{2;\ 3;\ 1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b}) = 4$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a} = \{7;\ 4;\ 6\}$ и вектору $\vec{b} = \{2;\ 1;\ 1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) < \pi/2$.

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(1;\ -1;\ 2),\ B(2;\ 1;\ 2),\ C(1;\ 1;\ 4),\ D(6;\ -3;\ 8)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC.

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{c}$; точка М делит диагональ АС в отношении $|AM|:|MC|=5/2.$
Выразить векторы $\overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{MD},\ \overrightarrow{MB}$ через векторы $\vec{a},\ \ \vec{c}.$

2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;\ 0;\ 1\},\ \ \vec{q}=\{1;\ -2;\ 0\},\ \ \vec{r}=\{0;\ 3;\ 1\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{2;\ 7;\ 5\}$ в этом базисе.
3. Радиус-вектор точки М составляет с осью OZ угол $\gamma=90^\circ$, с осью OY угол $\beta=150^\circ$, длина вектора $|OM|=8$. Определить координаты точки М, если координата $x>0$.
4. Дан ΔABC, в котором $A(-2;\ -1;\ 1),\ \ C(0;\ 3;\ 9),\ \ \overrightarrow{AB}=\{0;\ 6;\ 6\}.$
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AC}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{BC}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$

5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a}=4\vec{p}+2\vec{q},\ \ \vec{b}=3\vec{p}-2\vec{q}$,
где $|p|=2,\ \ |q|=5,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$
Определить: а) косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{b}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно:
$(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b})=\pi/4,\ \ |\vec{a}|=1/2,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=9.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=\lambda\vec{i}+8\vec{j}+2\vec{k}$ и $\vec{b}=-5\vec{i}+\lambda\vec{j}+6\vec{k}$ будут взаимно перпендикулярны.

8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{3;\ 2;\ 1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=6.$

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a}=\{-7;\ 10;\ -5\}$ и вектору $\vec{b}=\{0;\ -2;\ -1\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(2;\ -4;\ -3),\ B(5;\ -6;\ 0),\ C(-1;\ 3;\ -3),\ D(-10;\ -8;\ 7)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дана равнобедренная трапеция ABCD, в которой |AB|=6, |AD|=2, $\alpha = \angle BAD = 60^\circ$, $\vec{m}$ - единичный вектор в направлении основания AB,
 $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении стороны AD.
 Разложить векторы сторон $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}$ и векторы диагоналей трапеции $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

2. Доказать, что векторы $\vec{p} = \{0;\ 1;\ -2\}$, $\vec{q} = \{3;\ -1;\ 1\}$, $\vec{r} = \{4;\ 1;\ 0\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x} = \{-5;\ 9;\ -1\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли на одной прямой точки
 $A(-2;\ 4;\ 1),\ B(1;\ -2;\ 7),\ C(2;\ 0;\ 1).$
4. Даны три вершины параллелограмма
 $ABCD:\ A(3;\ 4;\ 5),\ B(4;\ 6;\ 8),\ C(0;\ 1;\ -2)$.
 Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
 б) косинус угла между векторами диагоналей $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$.
5. Параллелограмм построен на векторах $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q},\ \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q},$
 где $|\vec{p}| = 2\sqrt{3},\ |\vec{q}| = 2,\ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q}) = \pi/6$.
 Определить: а) косинус угла между диагоналями; б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a}) = 3\pi/4,\ (\vec{b}\,\hat{}\,[\vec{c}, \vec{a}]) = \pi/4,\ |\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 6,\ |\vec{c}| = 2.$
7. Вычислить смешанное произведение
 $\vec{c}(\vec{b} - 2\vec{c})(2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$, если $(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = 0.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b} = \{4;\ -1;\ 1\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x}, \vec{b}) = -6$.

9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a} = \{-2;\ -4;\ -1\}$ и вектору $\vec{b} = \{-2;\ 1;\ -3\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i}) > \pi/2.$

10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-4;\ 2;\ 6),\ B(2;\ -3;\ 0),\ C(-10;\ 5;\ 8),\ D(-5;\ 2;\ -4)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=1$; точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1/2.$
   Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{0;\ 1;\ 2\},\ \ \vec{q}=\{1;\ 0;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{-1;\ 2;\ 4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{-2;\ 4;\ 7\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
   $A(5;\ 2;\ 0),\ \ B(2;\ 5;\ 0),\ \ C(1;\ 2;\ 3),\ \ D(-1;\ 1;\ 1).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
   $\overrightarrow{AB}=7\vec{p}-4\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=\vec{p}+4\vec{q}$, где $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=60^\circ.$
   Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
   б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
   $\vec{a}=\{3;\ 5;\ 4\},\ \ \vec{b}=\{5;\ 9;\ 7\}$.
   Определить: а) косинус угла между диагоналями;
   б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{c})=0,\ \ (\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b}\,\hat{}\,\vec{c})=\pi/6,\ \ |\vec{a}|=2,\ \ |\vec{b}|=3,\ \ |\vec{c}|=6.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=3\vec{p}+\lambda\vec{q},\ \ \vec{b}=4\vec{p}-5\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=2,\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=2\pi/3.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{9;\ 9;\ 7\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=17$.
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору $\vec{a}=\{-3;\ 1;\ -4\}$ и вектору $\vec{b}=\{-1;\ 4;\ 2\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(14;\ 4;\ 5),\ B(-5;\ -3;\ 2),\ C(-2;\ -6;\ -3),\ D(-1;\ -8;\ 7)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

1. Дан параллелограмм ABCD, в котором $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b}$; точка M делит сторону DC в отношении $|DM|:|MC|=3/4.$ Точка N делит сторону BC в отношении $|BN|:|NC|=1.$
Выразить векторы $\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD},\ \overrightarrow{AM},\ \overrightarrow{AN},\ \overrightarrow{MN}$ через векторы $\vec{a},\ \vec{b}.$
2. Доказать, что векторы $\vec{p}=\{1;\ 0;\ 2\},\ \ \vec{q}=\{0;\ 1;\ 1\},\ \ \vec{r}=\{2;\ -1;\ 4\}$ образуют базис и найти разложение вектора $\vec{x}=\{3;\ -3;\ 4\}$ в этом базисе.
3. Определить, лежат ли в одной плоскости точки
$A(7;\ 2;\ 4),\ \ B(7;\ -1;\ -2),\ \ C(3;\ 3;\ 1),\ \ D(-4;\ 2;\ 1).$
4. Треугольник ABC построен на векторах
$\overrightarrow{AB}=6\vec{p}-5\vec{q},\ \ \overrightarrow{AC}=3\vec{p}+\vec{q}$, где $|\vec{p}|=3,\ \ |\vec{q}|=2,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=120^\circ.$
Найти: а) длину высоты, опущенной на сторону $\overrightarrow{AB}$,
б) косинус угла между стороной $\overrightarrow{AB}$ и медианой $\overrightarrow{AM}.$
5. Параллелограмм построен на векторах
$\vec{a}=\{3;\ 5;\ 4),\ \ \vec{b}=\{5;\ 9;\ 7\}$.
Определить: а) косинус угла между диагоналями;
б) длину высоты, опущенной на сторону $\vec{a}$.
6. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$, образующих правую тройку векторов, если известно, что $(\vec{a},\vec{b})=0,\ \ (\vec{b},\vec{c})=0,\ \ (\vec{c}\,\hat{}\,\vec{a})=\pi/3,\ \ |\vec{a}|=3,\ \ |\vec{b}|=2,\ \ |\vec{c}|=1.$
7. Определить, при каких значениях λ векторы $\vec{a}=2\vec{p}-5\vec{q},\ \ \vec{b}=\vec{p}+\lambda\vec{q}$ будут взаимно перпендикулярны, если $|\vec{p}|=2\sqrt{3},\ \ |\vec{q}|=1,\ \ (\vec{p}\,\hat{}\,\vec{q})=\pi/6.$
8. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{b}=\{2;\ 5;\ 3\}$ и удовлетворяющего условию $(\vec{x},\vec{b})=15.$
9. Найти единичный вектор $\vec{e}$, который перпендикулярен вектору
$\vec{a}=\{-2;\ -3;\ 2\}$ и вектору $\vec{b}=\{7;\ 7;\ 8\}$, если $(\vec{e}\,\hat{}\,\vec{i})<\pi/2.$
10. Найти объём пирамиды $ABCD$ с вершинами в точках $A(-14;\ -2;\ -5),\ \ B(5;\ 3;\ -1),\ \ C(2;\ 6;\ 2),\ \ D(1;\ 8;\ -1)$ и длину высоты, опущенной из вершины D на грань $ABC.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Демидович Б.П.* Сборник задач и упражнений по математическому анализу. — М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 1962.
2. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Основы математического анализа. Ч. 1. — М.: Наука, 1971.
3. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Основы математического анализа. Ч. 2. — М.: Наука, 1973.
4. *Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл. Х.* Математический анализ. Ч. 1. - М.: Изд-во МГУ, 1987.
5. *Карпелевич Ф.И., Садовский Л.Е.* Элементы линейной алгебры и линейного программирования. — М.: Наука, 1965.
6. *Кремер Н.Ш. и др.* Высшая математика для экономистов. — М.: ЮНИТИ,1997.
7. *Мэнкью Н. Грегори.* Макроэкономика. - М.: Изд-во МГУ, 1994.
8. *Руководство* к решению задач с экономическим содержанием по курсу высшей математики / Под ред. А.И. Карасева и Н.Ш. Кремера. — М.: Экономическое образование, 1989.
9. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. — М.: Наука, 1989.
10. *Солодовников А.С.* Введение в линейную алгебру и линейное программирование. — М.: Просвещение, 1966.
11. *Степанов В. В.* Курс дифференциальных уравнений. — М.: Изд-во физ.-мат. литературы, 1958..
12. *Шипачев В.С.* Высшая математика. — М.: Высшая школа, 1985.
13. *Шипачев В.С.* Задачи по высшей математике. — М.: Высшая школа, 1996.