ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ
по теме «Пределы и непрерывность функций»

1. Определения бесконечно малой и бесконечно большой величин при $x \to x_0$ и $x \to \infty$. Привести графическую иллюстрацию.

2. Дать определения предела функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах.

3. Дать определение предела числовой последовательности.

4. Формулы 1-го и 2-го замечательных пределов и следствия из них.

5. Сравнение двух бесконечно малых величин. Понятие относительного порядка малости.

6. Эквивалентные бесконечно малые величины. Наиболее часто встречающиеся соотношения эквивалентности.

7. Виды неопределенностей и приёмы для их раскрытия.

8. Односторонние пределы функции в точке. Привести примеры вычисления таких пределов.

9. Различные условия непрерывности функции в точке и на интервале. Свойства функций, непрерывных в точке.

10. Свойства функций, непрерывных в замкнутом промежутке. Графически проиллюстрировать теоремы Вейерштрасса и Коши.

11. Понятие и типы разрывов функции в точке. Определение каждого типа разрыва и их геометрическая иллюстрация.

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[3]{5n^2}+\sqrt[4]{9n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$

3). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin(\sqrt{4-x^2}-2)}{\ln(1+\sin\sqrt{x^3})}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1}\right]^{1-3n^2}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5\cdot 10^n-3\cdot 7^{n-1}}{2\cdot 7^{n+2}+9\cdot 10^{n-1}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$

8). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

9). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2-5x}{\sin 3x}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg\,2x}{2^{-3x}-1}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{1-\sqrt{x^2+1}}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1+\cos\pi x}{tg^2\pi x}$

13). $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin 2x}{3x}\right)^{1+x}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{1/\sin x}$

16). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x}+1}-1,\quad x_0=0;$

2). $\dfrac{10x^2+x^5}{3x+2},\quad x_0=0;$

3). $\ln^3(4-x),\quad x_0=3;$

4). $\sqrt{tg(x^2-\pi x/4)},\quad x_0=\pi/4.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x}{x^2-9}$; 2) $y=\dfrac{3}{2+5^{1/(x+2)}}$; 3) $y=\begin{cases} x, & x\le 0,\\ 2x+3, & 0<x\le 5,\\ \sqrt{x}, & x>5.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{3n-1}-\sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[5]{n}-4n}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-5n+2}{(2n^2-1)^2-(2n^2+3)^2}$

3). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[5]{1+\arcsin(5x/7)}-1}{1-\cos\sqrt[3]{x}}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2-3n+2}-n\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!n}{(n+2)!-(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n-8^{n-1}}{5\cdot 3^n+4\cdot 8^n}$

7). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1+2+\cdots+n}{n+2}-\dfrac{n}{2}\right)$

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{3x^3+2x-1}{(3x-4)(x+2)^2}-5^{1/(x+2)}\right]$

9). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{5x}-5}{\sqrt{x+4}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3-3x-2}{x^2+x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$

12). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4\ln(1-2x)}{7\,arctg\,3x}$

13). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cos(\pi x/2)}{1-\sqrt{x}}$

14). $\lim\limits_{x\to 2\pi} (\cos x)^{(ctg\,2x/\sin 3x)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x^4+5}{x+10}\right)^{1/(x+2)}$

16). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+5}{n-6}\right)^{(7n/6)+1}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\ln\left(1-\sqrt[3]{x\cdot tg\sqrt{x}}\right)$, $x_0=0$;

2). $1-\cos\dfrac{7x}{8}$, $x_0=0$;

3). $\sin^3\left(3x-\dfrac{\pi}{2}\right)$, $x_0=\dfrac{\pi}{6}$;

4). $\dfrac{(x^2-9x)^4}{x+5}$, $x_0=9$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{8x^3}{x^2-4}$

2) $y=5+3^{-1/(x-6)}$

3) $y=\begin{cases} -x, & x<0, \\ x^2, & 0<x\le 5, \\ 7-2x, & x>5. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[6]{n-1}-\sqrt{2n^2+5}}{\sqrt[5]{32n^5+1}-\sqrt{n}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^2+1}{n^2-3}\right]^{3n}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{1+3+\cdots+2n}{n-1}-n\right]$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{2n^2-n}-\sqrt{2n^2+2}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)!-(n+1)!}{n!+(n+3)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^{n-2}-3^{n-1}}{5^n+3^n}$

7). $\lim\limits_{x\to\pi/2} (1-\sqrt{\cos x})^{tg\, x}$

8). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^4+4}{x^2-3}\right]$

9). $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3+x^2+x+1}{x^4-1}$

10). $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{3x+3}-3}$

11). $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+\sqrt{\sin x})}{\sqrt{x}}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{(x-\pi)\sin^2 x}{tg\, x\,(1+\cos x)}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{\ln\sin x}{1-\cos 4x}$

14). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-3}{x+3}\right)^{2x^2}$

15). $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x-e^{2x}}{\sin 3x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1+\dfrac{x}{2x^2-3}\right)^{x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\log_2(2-\sqrt{\cos x}),\quad x_0=0;$

2). $tg\, x-\sin 2x,\quad x_0=0;$

3). $e^{5\sqrt{x-2}}-1,\quad x_0=2;$

4). $arc\,tg\,\dfrac{x^2+x}{\sqrt{3}},\quad x_0=-1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x-1}{2x^3+x^2}$

2) $y=e^{-\frac{x}{1-x^2}}$

3) $y=\begin{cases} e^x, & x<1,\\ 2, & 1\le x<3,\\ 1-x, & x\ge3.\end{cases}$

Предел. Непрерывность Вариант 4

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[4]{3n+1}+\sqrt{81n^4-n}}{(n+\sqrt[3]{n})\sqrt{5-n+n^2}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)^3+(n+4)^3}{(n+3)^4-(n+4)^4}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{7n^2+18n-15}{7n^2+11n+15}\right]^{3n+2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-3n}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!+(n+1)!}{3n!-4(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n-1}-5^n}{7\cdot 2^n+11\cdot 5^{n+1}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^3+2x}-\sqrt{x}}{3x+5}$

8). $\lim\limits_{x\to 0} \left(x\cdot\sin\dfrac{x}{2}\cdot ctg^2 7x\right)$

9). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{3x+9}-3}{2x+x^2}$

10). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{4x^2+9x-26}{x^2-4}$

11). $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{\ln tg\, x}{\cos 2x}$

12). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2^x-16}{\sin \pi x}$

13). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{3x+1}}{\cos[\pi(x+1)/2]}$

14). $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{5/tg 5x\cdot\sin 2x}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{tg\, 5x^2}{\sin 2x}\right)^{1/(x+6)}$

16). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin 3x}{arc\,tg^2\sqrt{5x}}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}$, $x_0=0$;

2). $1-\cos^3 10x$, $x_0=0$;

3). $\ln^2(x^2-5x+7)$, $x_0=2$;

4). $arc\sin\sqrt{1-x^2}$, $x_0=1$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{4x+3}{x^3-x}$; 2) $y=\dfrac{5}{3+4^{1/(x-1)}}$; 3) $y=\begin{cases} x-3, & x<0, \\ x+1, & 0\le x<4, \\ 3+2\sqrt{x}, & x>4. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^4-(2n-1)^4}{(3n-1)^4+(n+1)^4}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+3}-\sqrt[3]{n^4-1}}{\sqrt[4]{5n^4-1}+\sqrt[6]{n^8+1}}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{3n^2}-\sqrt{n^2+5}\right)$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^2-1}{n^2}\right]^{\frac{3n}{2}-1}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4-2\cdot 10^n}{5+7\cdot 10^{n+3}}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n!}{3n!-2(n-1)!}$

7). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{\cos x-\cos^3 x}$

8). $\lim\limits_{x\to 0} (1-5\sin 2x)^{3/\sin x}$

9). $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+8x^2+21x+18}$

10). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

11). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{x^3}{x+2}-\dfrac{x^4-2x^2}{x^2-4}\right]$

12). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2\sqrt{x}\cdot tg\sqrt{x})}{e^{3x}-1}$

13). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{10-3x}-2}{\ln(5-2x)}$

14). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{arc\,tg\,(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$

15). $\lim\limits_{x\to 1} (3-2x)^{tg\,(\pi x/2)}$

16). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{1-\cos 5x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $e^{-7x^2}-1,\quad x_0=0;$

2). $\sqrt{x}\cdot tg\,x^2,\quad x_0=0;$

3). $\sqrt[5]{39-7x}-2,\quad x_0=1;$

4). $1+\cos\left(5x-\dfrac{\pi}{2}\right),\quad x_0=\dfrac{3\pi}{10}.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x}{4x-5}$

2) $y=9-5^{-1/(x+3)}$

3) $y=\begin{cases} 2x-2, & x<-1,\\ -\sqrt{1-x^2}, & -1\le x<1,\\ 3+2x, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)^2+(n+1)^2}{(n-1)^3-(n+1)^3}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}+7n^3}{\sqrt[4]{5n^{12}-n+1}-n}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left[\sqrt{n^5-n}-\sqrt{n^5-8}\right]$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)!-(n+2)!}{3(n+3)!}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+3}}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right]^{2-n}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-5x+1}{(2x-1)(3x+1)}$

8). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{3x}-x}$

9). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2+5x-7}{3x^2-x-2}$

10). $\lim\limits_{x\to 2} (2x-3)^{3x/(x-2)}$

11). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{1-\sin(x/2)}{\pi-x}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 5\pi x}$

13). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 4x}{(e^{5x}-1)^2}$

14). $\lim\limits_{x\to 4\pi} (\cos x)^{ctg\, x/\sin 4x}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\arcsin^2 x}{arctg^2 5x}\right)^{2x+1}$

16). $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt[5]{x}-1)}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\ln(1+x\cdot tg^2\sqrt{3x})$, $x_0=0;$

2). $\cos x-\cos^2 x$, $x_0=0;$

3) $(x^2-2x)\cdot arctg(x-2)$, $x_0=2;$

4). $e^{1-x^3}-1$, $x_0=1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x-7}{(2x+5)(3x-1)}$

2) $y=\dfrac{4}{5+3^{-(1/x)}}$

3) $y=\begin{cases} 2x-1, & x<-1,\\ 2^{x+1}, & -1\le x<1,\\ 6-2x, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-2n+5}{(n^2-1)^2-(n^2-5)^2}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[4]{11n}+\sqrt{25n^4+81}}{(n-7\sqrt{n})\sqrt{n^2-n+1}}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n-2^n}{5\cdot 3^{n-1}+2^{n+2}}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+7n}-\sqrt{n^2-1}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!+(n+2)!}{(n-1)!-(n+2)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^4}{1-4n^4}+5^{1/n}\right]$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3}{x+2}-\dfrac{x^4-2x^2}{x^2-4}\right)$

8). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{2n^2+2n+3}{2n^2+2n+1}\right]^{3n^2-7}$

9). $\lim\limits_{x\to-4} \dfrac{3-\sqrt{x^2-7}}{\sqrt{x+8}-2}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 8x}{\sin x\cdot tg^2\sqrt{3x}}$

11). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-2x-15}{x^2-7x+10}$

12). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{2x+1}{2x-1}\right]^{5x-3}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi/3} \dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1/2-\cos x}$

14). $\lim\limits_{x\to 2} (x-1)^{1/(x-2)^2}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\arcsin 2x^5)}{arctg^2 7x}$

16). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2(e^{\pi x}-1)}{3(\sqrt{1+6x}-1)}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $x\cdot arctg\sqrt[3]{2x^2}$, $x_0=0$;

2) $\sin(x\cdot\sin\sqrt[3]{x^5})$, $x_0=0$;

3) $\ln^5(x^2-x-19)$, $x_0=-4$;

4). $\sqrt[3]{36-3x}-3$, $x_0=3$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{4x^3}{x^2-16}$

2) $y=1-5^{2/(3x+4)}$

3) $y=\begin{cases} 2-x^2, & x\le 0,\\ 2\cos x, & 0<x\le\pi/2,\\ -3^{x/|x|}, & x>\pi/2.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{\sqrt{4n^4+1}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7}-4n}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{n^2+5}{n^2-7}\right]^{3-4n^2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{3n^2}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!\,n}{(n+1)!-n!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n-9^{n-1}}{4\cdot5^n+8\cdot9^{n+2}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3-2x^2}{x^3}-2^{1/(x-3)}\right)$

8). $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2+x-14}{2x^2-2x-4}$

9). $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{x+6}-2}{\sqrt{2x+20}-4}$

10). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos(x^2+x)-1}{\sin x^2}$

11). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1+2x}-\sqrt[7]{1+x}}{x}$

12). $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin(1-x)}{1-\sqrt{x}}$

13). $\lim\limits_{x\to10}\dfrac{\lg x-1}{\sqrt{x-9}-1}$

14). $\lim\limits_{x\to1}(3x-2)^{x/(x-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to0}\left(2-e^{x^2}\right)^{\frac{1}{\ln(1+tg^2\frac{\pi x}{3})}}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+x}{3x-1}\right)^x$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $arctg\sqrt[5]{5x^4}$, $x_0=0$;

2). $\sqrt[7]{\sqrt{2x^3+1}-1}$, $x_0=0$;

3). $\ln(2x+5)$, $x_0=-2$;

4). $\sin(x^3+3x^2)$, $x_0=-3$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{2x-1}}$

2) $y=5e^{-1/x^2}$

3) $y=\begin{cases}\ln|x|, & x<0,\\ x, & 0\le x\le1,\\ x^2+1, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)^{15}(3n-1)^{31}}{(n^2+13n+4)^{23}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+2}-\sqrt[3]{8n^3+n}}{\sqrt{n^2+5}}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} 2n\cdot\ln\dfrac{n+1}{n+2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n-\sqrt{n^2+5n-1}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n!}{5(n+1)!-4n!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10^n-1}{5-3\cdot 10^{n+3}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2}{x+2}-\dfrac{x^3-2x}{x^2+4}\right)$

8). $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+x-6}{2x^2-x-21}$

9). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{3x}-x}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{x^2}-\ln\cos x-1}{\sin^2 x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\sin 2x}{x+\sin 5x}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi/2} (x-\dfrac{\pi}{2})\cdot tg\, x$

13). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\log_3 x-1}{tg\,\pi x}$

14). $\lim\limits_{x\to 2} (2x-3)^{3x/(x-2)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-3^{\sin^2 x}\right)^{1/\ln\cos x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\ln(1+2x\cdot arctg\sqrt[3]{x^5}$, $x_0=0;$

2). $1+x\cdot\sin x-\cos 2x,\quad x_0=0;$

3). $e^{(x^2+4x-5)}-1,\quad x_0=-5;$

4). $\arcsin^3(x^2-2x),\quad x_0=2.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 2) $y=\dfrac{2}{3+4^{1/(5x+1)}}$ 3) $y=\begin{cases} x, & x<0,\\ 1-x, & 0\le x\le 1,\\ 1/(1-x), & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{n^3+3n^2}{1+n^2}-n\right]$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^2-3n+4+2^n}{1-n+n^2+2^n}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt{71n}-\sqrt[3]{64n^6+9}}{(n-\sqrt[3]{n})\cdot\sqrt{11+n^2}}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^4+3n^2}-n}{(1+3n)^2}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!+3(n+1)!}{2n!-7(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^n-2\cdot 7^n}{3\cdot 3^n+5\cdot 7^{n-2}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3}$

8). $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2+2x+1}{2x^2-3x+5}$

9). $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{2x+2}-4}{\sqrt{x+2}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 7x}{1-\cos 6x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+x}-\sqrt[3]{1+2x}}{\ln(1+5x)}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi/4}\frac{1-\sin 2x}{(\pi/4)-x}$

13). $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2^x-2}{\ln x}$

14). $\lim\limits_{x\to 1}(3x-2)^{5x/(x-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0}\left(6-\frac{5}{\cos x}\right)^{ctg^2 x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{7x+1}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\sin(\sqrt{x+9}-3)$, $x_0=0;$

2). $1-\cos(5x/4)$, $x_0=0;$

3). $\ln^4(3x+7)$, $x_0=-2;$

4). $\sqrt[3]{5x+24}-4$, $x_0=8.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\left[\frac{x+1}{x-2}\right]^2\cdot e^{-x^2}$

2) $y=4-7^{1/(x+3)}$

3) $y=\begin{cases} x^2, & x<0,\\ 1, & x=0,\\ tgx+1, & x>0.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6 + n^2}}{(n+\sqrt[4]{n})\sqrt{9+n^2}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+n)^3 - n^3}{(1+2n)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^2 - 6n + 5}{n^2 - 5n + 5}\right]^{3n+2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+3n}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)! - n!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^{2n} - 3\cdot 5^{n-1}}{25\cdot 7^{2n-1} + 5^n}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{2x^4}{1-5x^4} + \dfrac{\sin 3x}{x}\right]$

8). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2 - 2x - 10}{2x^2 - 7x - 15}$

9). $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{3-x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos x - \cos^3 x}{x\cdot \sin 2x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \sqrt{3x+1}}{\ln(1+5x)}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi/3} \dfrac{1 - 2\cos x}{(\pi - 3x)}$

13). $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + 1}{\sin(x+1)}$

14). $\lim\limits_{x\to 3} (3x-8)^{x/(x-3)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} (1 - \ln\cos x)^{1/tg^2 x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{4x+1}{4x-1}\right)^{2x/3}$

2. Для данных бесконечно малых при $x \to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\arcsin\sqrt[3]{6x^4}$, $x_0 = 0$;

2). $\sqrt[5]{2x^2+1} - 1$, $x_0 = 0$;

3). $e^{\sqrt{tg(x-2)}} - 1$, $x_0 = 2$;

4). $\sqrt[3]{\ln^2(x^3+9)}$, $x_0 = -2$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y = \dfrac{1}{2-x} + \dfrac{1}{x+2}$; 2) $y = \dfrac{2}{3 + 2^{1/(3x+5)}}$; 3) $y = \dfrac{1-\cos 3x}{5x^2}$.

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+3}-\sqrt[3]{n^4-1}}{\sqrt[4]{5n^4-1}+\sqrt[6]{n^8-1}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{10n-3}{10n-1}\right)^{5n+4}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{1+2+3+\cdots+n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+5n}-n\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)!-(n+2)!}{2n(n+3)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7\cdot 3^n-2^n}{4\cdot 3^{n-1}+5\cdot 2^{n-1}}$

7). $\lim\limits_{x\to 0} \left(1-\ln(1+\sqrt[3]{x})\right)^{x/\sin^4(\sqrt[3]{x})}$

8). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2x^2-9x+4}{x^2+x-20}$

9). $\lim\limits_{x\to 9} \dfrac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cdot\arcsin 3x}{1-\cos 7x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1-9x)}{\sin\pi(x+7)}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\ln(2+\cos x)}{(3^{\sin x}-1)^2}$

14). $\lim\limits_{x\to -1} (2x+3)^{x/(x+1)}$

15). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+5x}+x}{\sqrt{2x^2+3}-x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{5x-7}{5x+6}\right)^{2x+7}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\ln\left[1+\sqrt{x}\cdot tg(x/5)\right]$, $x_0=0$;

2). $1-\cos(3\sqrt{x})$, $x_0=0$;

3). $x^2\cdot arctg^3(x^2+4x)$, $x_0=-4$;

4). $\sqrt[4]{17-x^3}-2$, $x_0=1$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x^4}{x^3-2}$; 2) $y=1-5^{2/(3x+4)}$; 3) $y=arctg\dfrac{1}{x}$.

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[n\sqrt{n}-\sqrt{n(n+1)(n+2)}\right]$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{5n^4+2}-n}{\sqrt[4]{5n^3-1}+2n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5+3\cdot 6^{n+1}}{2-5\cdot 6^{n-3}}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n(n+1)!}{(n+3)!-(n-1)!}$

6). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{5x^2}{1-3x^2}-2^{1/x}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \left[1-\sin^2(x/3)\right]^{1/\ln(1+tg^2 5x)}$

8). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-6x+8}{2x^2+x-10}$

9). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{\sqrt{10x-1}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2(x/4)}{\sqrt{x^3}\cdot arctg\sqrt{x}}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{e^{\pi x}-1}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} (5x-4)^{2/(x-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{5x^2+2}{5x^2+1}\right]^{7x^2}$

16). $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{8x+1}{5x+2}\right)^{1/(4x+9)}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\ln\left(1+x^3\cdot\arcsin\sqrt{x}\right)$, $x_0=0$;

2). $1-\cos x-tg^2 x$, $x_0=0$;

3). $e^{\sqrt{x+3}}-e$, $x_0=-2$;

4). $\dfrac{9x^3-4x}{x-1}$, $x_0=-\dfrac{2}{3}$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{(2x+1)^3}{\sqrt[3]{x}}$; 2) $y=\dfrac{1}{2+e^{-(3/x)}}$; 3) $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x+2}, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1/5+1/25+\cdots+1/5^n}{4n-7}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{4n+1}-\sqrt[3]{27n^3+2}}{\sqrt[4]{n}-\sqrt[3]{n^5+n}}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} (n+2)\ln\dfrac{2n+5}{2n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\cdot\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n-1)!+(n+1)!}{(n+1)!-n!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3\cdot 5^{n-2}+4^{n-1}}{5^n+14\cdot 4^{n-2}}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x^2+3x-1}{2x^2+3x-2}\right)^{3x}$

8). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2+5x-7}{3x^2-x-2}$

9). $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\sqrt{2x+5}-1}{\sqrt{x+3}-1}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^2 x-\cos^3 2x}{x\cdot arctg\, 5x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x^2}-1}{\sqrt{x^2+4}-2}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{x^2-\pi^2}{\sin x}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{tg3x}{tgx}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} (3x-2)^{5x/(x^2-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x^2]{2-\cos x}$

16). $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x-\sin x}{1-3x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\arcsin\left(\sqrt[5]{3x+1}-1\right)$, $x_0=0$;

2). $x\cdot\sin^3(x/2)-tgx^2$, $x_0=0$;

3). $arctg\sqrt{3x^2+x}$, $x_0=-\dfrac{1}{3}$;

4). $1-\cos^3\left(x-\dfrac{\pi}{8}\right)$, $x_0=-\dfrac{2}{3}$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x^2+3x-10}$; 2) $y=\dfrac{\cos 2x}{\sin x}$; 3) $y=5^{-2/(3x-7)}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[6]{n}-\sqrt[5]{32n^{10}+1}}{(n+\sqrt[4]{n})(\sqrt[3]{n^3+1})}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{6n-7}{6n+4}\right]^{3n-2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2-9}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!\cdot(n-1)}{2(n+2)!-3n\,!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{11\cdot 3^{n+2}-3\cdot 2^n}{5\cdot 2^{n-1}-4\cdot 3^n}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2+8x-1}{(2x+5)(4x-7)}$

8). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+4}{3x^2+2x-16}$

9). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{5x}-5}{x^2-25}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg^2\left(3\sqrt{x}\right)}{\ln(1-2x^2)}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos 2x-\cos x}{1-\cos x}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi/6} \dfrac{\ln\sin 3x}{(6x-\pi)^2}$

13). $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{tg\pi x}{x+2}$

14). $\lim\limits_{x\to -2} \left(2x+5\right)^{1/(x+2)^2}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x}{3x-5}\right)^{7x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $tg^2(\sqrt[3]{5x}$, $x_0=0;$

2). $1-\cos(7x^2/5)$, $x_0=0;$

3). $\ln^4(x^2+7x-17)$, $x_0=-9;$

4). $\sqrt[7]{2-x^4}-1$, $x_0=1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x^4-x^2}$; 2) $y=5^{-2/(3x-7)}$ 3) $y=\begin{cases}-2x-2, & x<-1,\\ -\sqrt{1-x^2}, & -1\le x\le 1,\\ 2x+2, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\left[4^{1/n}-\dfrac{5n^2+1}{\sqrt[3]{9n^3+4}}\right]$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+7)^3-(n+2)^3}{(3n+2)^2+(4n+1)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{3n^2+5n}-\sqrt{3n^2+5}\right)$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n-9^{n-1}}{4\cdot 3^{n-1}+15\cdot 9^{n+1}}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!}{3(n+1)!-5n!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+2x}-\sqrt{3x}}{2x+3}$

8). $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+5x+6}{x^2-3x-18}$

9). $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{\sqrt{2x+1}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2\left(3\sqrt{x}\right)}{e^{-x}-1}$

11). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 10x}{\sqrt[3]{1+2x^2}-1}$

12). $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{(x-2\pi)^2}{tg(\cos x-1)}$

13). $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$

14). $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{(x+3)/(x-2)^2}$

15). $\lim\limits_{x\to 0}\left(2-e^{x^2}\right)^{1/(\cos\pi x-1)}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x+5}{7x-4}\right)^{2x+5}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\ln\left[1+arctg(\sqrt{x}/5)\right],\quad x_0=0;$

2). $7\cos x\cdot\sin^2(x/3),\quad x_0=0;$

3). $\sqrt{x^3+17}-3,\quad x_0=-2;$

4). $\sqrt[3]{tg^2(x^2+x)},\quad x_0=-1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1-x}{\sqrt[3]{3x-6}}$; 2) $y=\dfrac{2}{3+4^{1/(x-5)}}$ 3) $y=\begin{cases}3x+1, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x<1,\\ 0, & x\ge 1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{8n^3+2n}-5n^2}{\sqrt{4n^4+3n^2}-4n}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+10)^2+(3n+1)^2}{(n+6)^3-(n+1)^3}$

3). $\lim\limits_{n\to-\infty}\left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-10}{n+1}\right)^{3n+5}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!+(n+2)!}{n(n!-(n+1)!)}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-3^{n-1}}{5\cdot 2^n+7\cdot 3^n}$

7) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\ln(1/3)arctg^6\sqrt{x}\right)^{1/x^3}$

8). $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-2x-65}{x^2-25}$

9). $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sqrt{x-b}-\sqrt{a-b}}{x^2-a^2}$

10). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^3(x/3)}{tgx-\sin x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^{3x}-1}{8\ln(1-7x)}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin^2 x}{\cos 5x-\cos 3x}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{e^{tg 2x}-e^{-\sin 2x}}{\sin x-1}$

14). $\lim\limits_{x\to 2}(4x-7)^{1/(x-2)}$

15). $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+2x^2-3}{5x^3+2x-5}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+5}{4x-9}\right)^{7x+3}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $e^{3x^3}-1,\quad x_0=0;$

2) $\sqrt[7]{1+\arcsin(x/\sqrt{5})}-1,\quad x_0=0;$

3). $\sqrt[5]{\ln^4(7x+8)},\quad x_0=-1;$

4). $\sin^2(x^2-x-2),\quad x_0=2.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{13x-4}{2x-3x^2}$; 2) $y=\dfrac{5}{3+7^{-1/x}}$ 3) $y=\begin{cases} e^x, & x<0,\\ x+1, & 0\le x\le 2,\\ -\sqrt{2x}, & x>2.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n^2-5n+2}{(2n^2-1)^2-(2n^2+3)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{1+3+\cdots+2n}{n-1}-n\right]$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-3n}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4-2\cdot 10^n}{5+7\cdot 10^{n+3}}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right]^{2-n}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3}{x+2}-\dfrac{x^4-2x^2}{x^2-4}\right)$

8). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x^2+x-14}{2x^2-2x-4}$

9). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{3x}-x}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{1-\cos 6x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{3x+1}}{\ln(1+5x)}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi/2} \dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} (3x-2)^{5x/(x^2-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{1/\ln(1+\sin^2 x)}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{7x+5}{7x-4}\right)^{2x+5}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\sin(\sqrt{x+9}-3)$, $x_0=0;$

2). $1-\cos(3\sqrt{x})$, $x_0=0;$

3). $e^{\sqrt{tg(x-2)}}-1$, $x_0=2;$

4). $\dfrac{9x^3-4x}{x-1}$, $x_0=-\dfrac{2}{3}.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x^2+3x-10}$; 2) $y=5^{-2/(3x-7)}$ 3) $y=\begin{cases} x-3, & x<0, \\ x+1, & 0\le x<4, \\ 3+2\sqrt{x}, & x>4. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)^3-(2n+3)^3}{(2n+1)^2+(2n+3)^2}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{n^4+2}}{\sqrt[4]{5n^4-3}-2\sqrt[6]{11n^8+2}}$

3). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin(e^{3x}-1)}{3x^2-7x}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{9\cdot 2^{n+1}-3\cdot 7^{n-2}}{5\cdot 2^{n-1}+8\cdot 7^{n+1}}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+5)!}{(n+5)!-(n+4)!)}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{3n+5}-\sqrt{2n+1}\right)$

7) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4+7x^2-4}{(x^2-1)(2x^2+1)}$

8). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-x^2-x+1}$

9). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{6x+1}-5}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} x\cdot\sin\dfrac{x}{2}\cdot ctg^2 x$

11). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{3n^2-1}{3n^2+2n}\right]^{2n+7}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$

13). $\lim\limits_{x\to 1/2} \dfrac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos\pi x}-1}$

14). $\lim\limits_{x\to -2} (3+x)^{5x/(4x+8)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} (3-2\cos x)^{-1/\sin^2 x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+5}{2x-1}\right)^{3x+2}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\ln(1+\sqrt{e^x-1})$, $x_0=0$;

2) $tg(\pi x/2a)$, $x_0=0$;

3). $arctg(\sqrt{x^2-x-1}-1)$, $x_0=2$;

4). $\sqrt{1-\cos(\pi x/3)}$, $x_0=6$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x-1}{|x-1|}$; 2) $y=\dfrac{5^{1/(x+2)}}{3+5^{1/(x+2)}}$ 3) $y=\begin{cases} x-3, & x<0, \\ x+1, & 0\le x\le 4, \\ 3+\sqrt{x}, & x>4. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} n\cdot\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1/3+1/9+\cdots+1/3^n}{1/7+1/49+\cdots+1/7^n}$

3). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1+\sin x}}{x^3}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n^2-1}}{\sqrt[3]{n^6+1}-1+n}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n!+5(n+2)!}{4(n-1)!+(n+2)!)}$

6). $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-3^{arctg^2\sqrt{x}}\right)^{2/\sin x}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^5-3x^2+x}{(x^2-5)(3x+1)^3}$

8). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$

9). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{5x}-x}{\sqrt{x+4}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\arcsin x^2)}{1-\cos 5x}$

11). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n^3+n+1}{n^3+2}\right]^{2n^2}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\ln\cos 2x}{(1-(\pi/x))^2}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi/2} \dfrac{\cos x}{\sqrt[3]{(1-\sin x)^2}}$

14). $\lim\limits_{x\to 8} \left(\dfrac{2x-7}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-2)}$

15). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n-1}+5^{n+3}}{4\cdot 2^{n+1}-17\cdot 5^n}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{3x-2}{3x+1}\right)^{7x-5}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\sin(x^3/\sqrt{5})$, $x_0=0$;

2) $\ln(1+\sqrt{x}tg3x^2)$, $x_0=0$;

3). $1+\cos\pi x$, $x_0=-1$;

4). $\arcsin(x^2-2x-3)$, $x_0=-1$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{x-5}$; 2) $y=3-2^{1/(x+4)}$ 3) $y=\begin{cases} 3x^2, & x\le 1, \\ 4-3x, & 0<x<4, \\ \ln x, & x\ge 4. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n}-9n^2}{3n-\sqrt[4]{8n^8+1}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n^3-2n}{(n+1)^4-(n-1)^4}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3}\right]^{1-2n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{5+8n^3}-2n\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4(n+2)!}{3(n+2)!-2(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5\cdot 3^n+7\cdot 4^{n+2}}{12\cdot 3^{n-1}-41\cdot 4^n}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}-2x}{\sqrt{x}+3x}$

8). $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$

9). $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

10). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x-tg7x}{x+\sin 5x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{x+1}-3}{\ln(1+x\sqrt{1+x})}$

12). $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(2x-5)}{e^{\sin \pi x}-1}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi/2}\left[2x\cdot tgx-\dfrac{\pi}{\cos x}\right]$

14). $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{6-x}{3}\right)^{5/(x-3)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin^2 3x)^{1/\ln\cos x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+3}\right)^{7x+12}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\arcsin(\sqrt{x^2+25}-5)$, $x_0=0$;

2) $\sqrt{x}\cdot arctg(x^3/5)$, $x_0=0$;

3). $e^{x^3+27}-1$, $x_0=-3$;

4). $\sqrt[3]{tg^5\left[(x^2-4x)/3\right]}$, $x_0=4$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2x}{x^{2-4}}$; 2) $y=e^{1/\sin x}$ 3) $y=\begin{cases}-x^4, & x<0,\\ 1-x^2, & 0\le x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6+n^3+1} - 5n}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{13n+3}{13n-10}\right]^{2n-3}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \cdot \left(\sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n! + 3(n+1)!}{5n! - 13(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{8^n - 3\cdot 5^{n+1}}{11\cdot 8^{n-2} + 4\cdot 5^n}$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \left(2 - e^{\sin 3x}\right)^{ctg(5\pi x/2)}$

8). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$

9). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^2 - x}{2 - \sqrt{x^2+4}}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 8x}{\sin 2x \cdot tg 3x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\ln \cos 3\sqrt{x}}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{1+\ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin x}{1 - (x^2/\pi^2)}$

14). $\lim\limits_{x\to 3} \left(\dfrac{9-2x}{3}\right)^{7x/(6x-18)}$

15). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3 + 4x - 5}{(2x-1)^3}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+4}{x^2-4}\right)^{(x^2+1)/3x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x \to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $5^{-3x\cdot\sin^3(x^2)} - 1$, $x_0 = 0$;

2) $arctg\sqrt[3]{6x^4}$, $x_0 = 0$;

3). $\sqrt[3]{x^2-3} - 1$, $x_0 = 2$;

4). $\sqrt[5]{\ln^3(x^2+9x+9)}$, $x_0 = -1$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y = \left|\dfrac{x}{x+1}\right|$; 2) $y = 2 + 5^{-1/(x-2)}$ 3) $y = \begin{cases} \cos x, & x \le \pi/2, \\ \sin x, & \pi/2 < x < \pi, \\ \ln(x+1-\pi), & x \ge \pi. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{6n^4+3}-\sqrt[3]{7n^4-2}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+2)^4-(n-2)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{n-1}{n+1}\right]^{5n^2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{2+n^2}-\sqrt{4n+n^2}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4(n+2)!}{3(n+2)!-5(n+1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n+3\cdot 7^n}{2^{n-1}-5\cdot 7^{n-4}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{8x^3+3x-1}{2-4x-7x^3}$

8). $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+2x-3}{x^3+4x^2+3x}$

9). $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{arctg^2 3x}{x\cdot tg(\pi x/3)}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+\sqrt[3]{x})}{\sin^3(\sqrt[9]{5x^3})}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{(x^3-\pi^3)\sin 5x}{e^{\sin^2 x}-1}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{\sqrt{2}-2\cos x}{\pi-4x}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x-1}{x}\right)^{1/(\sqrt{x}-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(3-\dfrac{2}{\cos x}\right)^{1/\sin^2 x}$

16). $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{1-x^2}{2-x^2}\right)^{5x^2+1}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $3x\cdot\cos^2 x\cdot \arcsin\sqrt[3]{x^5}$, $x_0=0$;

2) $\ln(1-x\cdot\sin^2 5x)$, $x_0=0$;

3). $e^{\sqrt{x^2+x+2}}-e^2$, $x_0=-2$;

4). $\sqrt{1+\ln^2 x}-1$, $x_0=1$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x+1}$; 2) $y=\dfrac{1+2^{1/x}}{1-2^{1/x}}$ 3) $y=\begin{cases} 2x, & x<0, \\ x^2-2x, & 0\le x\le 2, \\ 3-x, & x>2. \end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n\sqrt[3]{7n}-\sqrt[4]{81n^8-1}}{(n+3\sqrt{n})\sqrt{7+5n^2}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-(n-1)^3}{n^4-(n+1)^4}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{2n+5}{2n+3}\right]^{3-7n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n\cdot\sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-1}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)!+(n+1)!}{(n+2)!+(n+4)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7^n-3\cdot 10^{n+1}}{3\cdot 7^{n-1}+12\cdot 10^{n-2}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-5x+1}{(2x-1)(3x+1)}$

8). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$

9). $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{3-\sqrt{x^2-7}}{\sqrt{8+x}-2}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 6x}{x\cdot\sin 5x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{3x}+e^{-x}-2}{\sin^2 x}$

12). $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$

13). $\lim\limits_{x\to 1/2} \dfrac{4x^2-1}{\arcsin(1-2x)}$

14). $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \left(2-e^{\arcsin^2\sqrt{x}}\right)^{3/x}$

16). $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x^2-1}\right)^{3x}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\sin^4 3x$, $x_0=0$;

2) $\sqrt{3x+1}-1-\sqrt{x^3}$, $x_0=0$;

3). $1+\cos 3x$, $x_0=\pi$;

4). $\sqrt[4]{\arcsin^3\left(\dfrac{x+2}{2}\right)}$, $x_0=-2$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x}{x^2-3x-4}$; 2) $y=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ 3) $y=3-8^{3/(x+7)}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\sqrt{n^2+3n+1}-1)^2}{\sqrt[3]{6n^6+1}}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+3)^2-(n-1)^2}{3n^2+2n+5}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-5n+2}{(2n^2-1)^2-(2n^2+3)^2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+10n}-\sqrt{n^2+7}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}(n+2)\ln\dfrac{n^2-3n}{n^2+5n}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10\cdot 7^{n-1}+3\cdot 5^{2n}}{4\cdot 25^{n-1}-8\cdot 7^n}$

7). $\lim\limits_{x\to 0}(1-x\cdot\sin^2 x)^{1/\ln(1+\pi x^3)}$

8). $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$

9). $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+2x+1}{\sqrt{2+x}+x}$

10). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x^2}$

11). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

12). $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{1-\sin^3 x}{\cos^2 x}$

13). $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$

14). $\lim\limits_{x\to 1}(4-3x)^{(3x-1)/(x-1)}$

15). $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{5x^2}{1-4x^2}+3^{1/(x-1)}\right]$

16). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3+1}{x^3-1}\right)^{x^4}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\arcsin(\sqrt{9+x^2}-3)$, $x_0=0$;

2) $2^{x\cdot arctg^3 x}-1$, $x_0=0$;

3). $e^{\cos^2 2x}-1$, $x_0=\pi/4$;

4). $tg\ \ln^5(3x-5)$, $x_0=2$.

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{x^2}{x^3-8}$; 2) $y=\dfrac{5}{1+2^{-1/x}}$ 3) $y=\begin{cases}3-x^2, & x\le 0,\\ -\sqrt{4x-x^2}, & 0<x\le 2,\\ 3x-8, & x>2.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty}\left[4^{1/n}-\dfrac{5n^2+1}{\sqrt[3]{9n^3+4}}\right]$

2). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty}(n+2)\ln\dfrac{2n+5}{2n}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5+3\cdot 6^{n+1}}{2-5\cdot 6^{n-3}}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+4)!-(n+2)!}{2n(n+3)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7^{2n}-3\cdot 5^{n-1}}{25\cdot 7^{2n-1}+5^n}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3}$

8). $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+x-6}{2x^2-x-21}$

9). $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{x+6}-2}{\sqrt{2x+20}-4}$

10). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 8x}{\sin x\cdot tg^2\sqrt{3x}}$

11). $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1-\sin(x/2)}{\pi-x}$

12). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+2\sqrt{x}\cdot tg\sqrt{x})}{e^{3x}-1}$

13). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\sqrt{3x+1}}{\cos[\pi(x+1)/2]}$

14). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+3}\right)^{2x^2}$

15). $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x^4+5}{x+10}\right)^{1/(x+2)}$

16). $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{x}+1}}-1,\quad x_0=0;$

2). $1-\cos\dfrac{7x}{8},\quad x_0=0;$

3). $e^{5\sqrt{x-2}}-1,\quad x_0=2;$

4). $arc\sin\sqrt{1-x^2},\quad x_0=1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{(2x+1)^3}{\sqrt[3]{x}}$; 2) $y=\dfrac{\cos 2x}{\sin x}$; 3) $y=\begin{cases}-2x-2, & x<-1,\\ -\sqrt{1-x^2}, & -1\le x\le 1,\\ 2x+2, & x>1.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{8n^3+2n}-5n^2}{\sqrt{4n^4+3n^2}-4n}$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+7)^3-(n+2)^3}{(3n+2)^2+(4n+1)^2}$

3). $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\dfrac{6n-7}{6n+4}\right]^{3n-2}$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\cdot\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n(n+1)!}{(n+3)!-(n-1)!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{7\cdot 3^n-2^n}{4\cdot 3^{n-1}+5\cdot 2^{n-1}}$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{2x^4}{1-5x^4}+\dfrac{\sin 3x}{x}\right]$

8). $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2+2x+1}{2x^2-3x+5}$

9). $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{3x}-x}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x^2+x)-1}{\sin x^2}$

11). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-2x-15}{x^2-7x+10}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 5\pi x}$

13). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{10-3x}-2}{\ln(5-2x)}$

14). $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{5/tg 5x\cdot\sin 2x}$

15). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-e^{2x}}{\sin 3x}$

16). $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+5}{n-6}\right)^{(7n/6)+1}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1). $e^{-7x^2}-1,\quad x_0=0;$

2). $\cos x-\cos^2 x,\quad x_0=0;$

3) $\ln^5(x^2-x-19),\quad x_0=-4;$

4). $\sin(x^3+3x^2),\quad x_0=-3.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1-x}{\sqrt[3]{3x-6}}$; 2) $y=\dfrac{5}{3+7^{-1/x}}$; 3) $y=\begin{cases} x-3, & x<0,\\ x+1, & 0\le x\le 4,\\ 3+\sqrt{x}, & x>4.\end{cases}$

1. Найти пределы:

1). $\lim\limits_{n\to\infty} n\cdot\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$

2). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{n^4+2}}{\sqrt[4]{5n^4-3}-2\sqrt[6]{11n^8+2}}$

3). $\lim\limits_{n\to-\infty} \left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$

4). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3^n-9^{n-1}}{4\cdot 3^{n-1}+15\cdot 9^{n+1}}$

5). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!\cdot(n-1)}{2(n+2)!-3n\,!}$

6). $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3\cdot 5^{n-2}+4^{n-1}}{5^n+14\cdot 4^{n-2}}$

7) $\lim\limits_{x\to 0} \left[1-\sin^2(x/3)\right]^{1/\ln(1+tg^2 5x)}$

8). $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{2x^2-9x+4}{x^2+x-20}$

9). $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{3-x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$

10). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 7x}{1-\cos 6x}$

11). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\sin 2x}{x+\sin 5x}$

12). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin(1-x)}{1-\sqrt{x}}$

13). $\lim\limits_{x\to \pi/3} \dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1/2-\cos x}$

14). $\lim\limits_{x\to 4\pi} (\cos x)^{ctg\, x/\sin 4x}$

15). $\lim\limits_{x\to 1} (3-2x)^{tg\,(\pi x/2)}$

16). $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin 3x}{arc\,tg^2\sqrt{5x}}$

2. Для данных бесконечно малых при $x\to x_0$ величин записать эквивалентные в виде $A(x-x_0)^k$:

1) $\ln(1+2x\cdot arctg\sqrt[3]{x^5}$, $x_0=0;$

2). $1-\cos(5x/4)$, $x_0=0;$

3). $e^{\sqrt{tg(x-2)}}-1$, $x_0=2;$

4). $\sqrt[4]{17-x^3}-2$, $x_0=1.$

3. Исследовать на непрерывность функции:

1) $y=\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{x-5}$; 2) $y=e^{1/\sin x}$; 3) $y=\begin{cases}\cos x, & x\le\pi/2,\\ \sin x, & \pi/2<x<\pi,\\ \ln(x+1-\pi), & x\ge\pi.\end{cases}$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ
по теме «Приложения производной»

1. Определения возрастающей и убывающей на интервале функции. Необходимое и достаточное условия возрастания и убывания функции в интервале. Показать графически.

2. Понятие экстремума функции. Виды экстремумов. Необходимые условия существования экстремума функции в точке. Показать графически.

3. Первое достаточное условие существования экстремума функции.

4. Второе достаточное условие существования экстремума функции.

5. Схема исследования функции на экстремум. Схема нахождения наименьшего и наибольшего значения функции в интервале.

6. Определение выпуклости и вогнутости функции в интервале, точки перегиба графика функции. Достаточные условия выпуклости и вогнутости кривой в интервале.

7. Необходимое и достаточное условия существования точек перегиба графика функции. Схема отыскания точек перегиба.

8. Понятие асимптоты кривой. Виды асимптот. Схема отыскания вертикальных асимптот.

9. Уравнение наклонной асимптоты и формулы нахождения параметров этого уравнения.

10. Дать определения и записать уравнения касательной и нормали к кривой.

11. Правило Лопиталя. Для раскрытия каких неопределённостей оно применяется.

Основные правила дифференцирования функции одной переменной

Если C - константа, а U=U(x) и V=V(x) дифференцируемые функции, то

1. Производная константы

$$(C)' = 0,$$

2. Производная произведения константы на функцию

$$(C \cdot U)' = C \cdot U' ,$$

3. Производная суммы (разности) функций

$$(U \pm V)' = U' \pm V' ,$$

4. Производная произведения функций

$$(U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V' ,$$

5. Производная частного функций

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U' \cdot V - U \cdot V'}{V^2},$$

6. Производная сложной функции y = y(U), где U = U(x):

$$y'(x) = y'(U) \cdot U'(x),$$

7. Производная обратной функции x = x(y):

$$x'(y) = \frac{1}{y'(x)},$$

8. Производная параметрически заданной функции $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$

$$y'(x) = \frac{y'(t)}{x'(t)}, \qquad y''(x) = \frac{y''(t)x'(t) - y'(t)x''(t)}{\left[x'(t)\right]^3},$$

9. Производная показательно-степенной функции $y = \left[U(x)\right]^{V(x)}$:

$$(U^V)' = V \cdot U^{V-1} \cdot U' + U^V \cdot \ln U \cdot V',$$

10. Правило логарифмического дифференцирования функции y = y(x):

$$y'(x) = y(x) \cdot \left[\ln y(x)\right]'$$

Основные формулы дифференцирования функции одной переменной

Если U(x) - дифференцируемая функция, то производная по независимой переменной от функций:

1. Степенная функция

$$(U^n)' = n \cdot U^{n-1} \cdot U' \qquad (\sqrt{U})' = \frac{1}{2\sqrt{U}} \cdot U' \qquad \left(\frac{1}{U}\right)' = -\frac{1}{U^2} \cdot U'$$

2. Показательная функция

$$(a^U)' = a^U \cdot \ln a \cdot U' \qquad (e^U)' = e^U \cdot U'$$

3. Логарифмическая функция

$$(\log_a U)' = \frac{1}{U \cdot \ln a} \cdot U' \qquad (\ln U)' = \frac{1}{U} \cdot U'$$

4. Тригонометрические функции

$$(\sin U)' = \cos U \cdot U' \qquad (\cos U)' = -\sin U \cdot U'$$

$$(tgU)' = \frac{1}{\cos^2 U} \cdot U' \qquad (ctgU)' = -\frac{1}{\sin^2 U} \cdot U'$$

5. Обратные **тригонометрические** функции

$$(\arcsin U)' = \frac{1}{\sqrt{1-U^2}} \cdot U' \qquad (\arccos U)' = -\frac{1}{\sqrt{1-U^2}} \cdot U'$$

$$(arctgU)' = \frac{1}{1+U^2} \cdot U' \qquad (arcctgU)' = -\frac{1}{1+U^2} \cdot U'$$

6. Гиперболические функции

$$(shU)' = chU \cdot U' \qquad (chU)' = shU \cdot U'$$

$$(thU)' = \frac{1}{ch^2 U} \cdot U' \qquad (cthU)' = -\frac{1}{sh^2 U} \cdot U'$$

Приложения производной   Вариант 1

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\frac{1}{3}x^3-x^4$; 2) $y=x\sqrt[3]{x-1}$; 3) $y=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\sqrt[3]{x^3-3x}$; 2) $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$; 3) $y=\frac{3}{x(x-4)}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\frac{(x-1)^2}{x-2}$; 2) $y=x\cdot e^{-x^2/2}$; 3) $y=\ln\frac{x+1}{x+2}$

4. Найти длины сторон прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полуокружность радиуса R.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=e^{2x-x^2}$, $x_0=0$;

2) $\begin{cases} x=\cos(t/2), \\ y=t-\sin t, \end{cases}$ $t_0=\pi/2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{2}{x^2-1}-\frac{1}{x-1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\cdot e^{x/2}}{x+e^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(tgx)^{tg2x}$;

Приложения производной Вариант 2

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\ln(x^2+4x)$; 2) $y=\dfrac{2x^3}{x^2-4}$; 3) $y=3\sqrt[3]{(x+1)^2}-2x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\sqrt{4x^2-5x}$; 2) $y=\dfrac{x^3+3x}{x-4}$; 3) $y=\dfrac{2x+3}{x^2+3x)}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; 2) $y=e^{1/(3-x)}$; 3) $y=1+\sqrt[3]{(1-x)^2}$

4. Одна сторона прямоугольного участка земли примыкает к берегу канала, а три другие огораживаются забором. Каковы должны быть размеры этого участка, чтобы его площадь равнялась 800 кв.м, а длина забора была наименьшей?

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\ln\sin 2x$, $x_0=\pi/6$;

2) $\begin{cases} x=t^5+2t, \\ y=t^3+8t-1, \end{cases}$ $t_0=\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^m-2^m}{x^n-2^n}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0} x^{1/(1+\ln x)}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+3}\right)^{x+4}$;

Приложения производной Вариант 3

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x-5}{x^2}$; 2) $y=2x-\sqrt[3]{x^2}$; 3) $y=\ln\dfrac{x-1}{x+1}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{2x^3}{x^2-9}$; 2) $y=arctg\,\dfrac{1}{x}$; 3) $y=\dfrac{x}{\ln x}+3x$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{x}{2}+arctgx$; 2) $y=\dfrac{x^2}{x+2}$; 3) $y=x+2\sqrt{-x}$

4. Найти наибольший объём конуса, образующая которого $l=\sqrt{3}$.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=1-\sqrt[3]{x}$, $x_0=8$;

2) $\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(1-\cos t), \end{cases}$ $t_0=\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} x^n\cdot\sin\dfrac{a}{x}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty} (x^2+2x)^{1/\sqrt{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x+\ln x}{1-\sqrt{2x-x^2}}$;

Приложения производной Вариант 4

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\frac{1}{5}(4x^3-x^4)$; 2) $y=\sqrt[3]{x^3-6x^2}$;

3) $y=\sin 2x+2\cos x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\frac{x^2}{x^2-1}$; 2) $y=\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$;

3) $y=(x^2-4x+3)\cdot e^{x-1}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\frac{4x^3}{x^3-1}$; 2) $y=(x-1)\cdot e^{3x+1}$; 3) $y=\ln(x^2+1)$

4. Сумма двух положительных чисел равна a . Найти эти числа при наименьшем значении их произведения.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=8\sqrt[4]{x}-70$, $x_0=16$;

2) $\begin{cases} x=5\cos^3 t, \\ y=5\sin^3 t, \end{cases}$ $t_0=\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\frac{\ln tg\,x}{\cos 2x}$; 2) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+8x^2+21x+18}$; 3) $\lim\limits_{x\to1} x^{2/(1-x)}$;

Приложения производной Вариант 5

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = \dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; 2) $y = x^{2/3} - (x^2 - 1)^{1/3}$;

3) $y = e^{2x - x^2}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = \sqrt[3]{1 - x^3}$; 2) $y = \dfrac{x^2 - 6x + 3}{x - 3}$;

3) $y = x - 2\ln x$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \dfrac{4x}{x^2 + 4}$; 2) $y = x \cdot e^{-x^2}$; 3) $y = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x^3}$

4. В круг радиуса R вписан равнобедренный треугольник. При каком соотношении сторон треугольник будет иметь наибольшую площадь.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \dfrac{1}{4}(x^2 - 2x - 3)$, $x_0 = 4$;

2) $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = \sin t, \end{cases}$ $t_0 = -\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{arctg\ x - \ln(1 + x^2)}{3x}$; 2) $\lim\limits_{x \to 0} (e^{2x} + x)^{1/x}$;

3) $\lim\limits_{x \to \infty} (x^n \cdot e^{-x})$;

Приложения производной Вариант 6

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{4x}{4+x^2}$;   2) $y=(x+1)^3\cdot\sqrt[3]{x^2}$;

3) $y=\ln(9-x^2)$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\sqrt{9x^2+1}$;   2) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$;

3) $y=x+e^{-x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=x+\dfrac{4}{x+2}$; 2) $y=x^2\sqrt{x+1}$;   3) $y=x-\ln x$

4. Из всех цилиндров данного объёма V найти тот, у которого полная поверхность наименьшая.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$, $x_0=-2$;

2) $\begin{cases} x=1+t^3, \\ y=t(1+t^2), \end{cases}$ $t_0=2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x-\ln(1+2x)}{x^2}$;   2) $\lim\limits_{x\to 2a}(3-\dfrac{x}{a})^{tg(\pi x/4a)}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\cos(\pi x/2)\cdot\ln(1-x)}$;

Приложения производной Вариант 7

1. Исследовать на экстремум функции:

   1) $y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$; 2) $y=\dfrac{e^{-x}}{2(x+1)}$; 3) $y=\dfrac{x^4}{x^3+1}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

   1) $y=x+2arctg\,x$; 2) $y=x+\ln(x^2-1)$;

   3) $y=\dfrac{1-x^3}{x^2}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

   1) $y=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}$; 2) $y=3\cdot\sqrt[3]{x}-x$; 3) $y=x+\dfrac{\ln x}{x}$;

4. В треугольник, основание которого a , высота h , вписан прямоугольник наибольшей площади (основание прямоугольника лежит на основании треугольника). Найти стороны этого прямоугольника.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

   1) $y=x-x^3,$ $x_0=-1$;

   2) $\begin{cases} x=\arcsin t, \\ y=\arccos(1-t), \end{cases}$ $t_0=1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

   1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot ctg\,x-1}{x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+e^x)^{1/x}$;

   3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-6x+6\sin x}{x^5}$;

Приложения производной Вариант 8

1. Исследовать на экстремум функции:

   1) $y = 5\dfrac{x+1}{x^2}$; 2) $y = \dfrac{3\cdot\sqrt[3]{x}}{x+1}$; 3) $y = x^2 \ln x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

   1) $y = \sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+1}$; 2) $y = \dfrac{x^4+27}{2x^3}$;

   3) $y = 1 - e^{-1/x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

   1) $y = \dfrac{10x}{(1+x)^3}$; 2) $y = 5x\cdot e^{-x}$; 3) $y = x\sqrt[3]{(x-1)^2}$;

4. Из всех прямоугольников данного периметра P найти тот, у которого диагональ наименьшая.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

   1) $y = \dfrac{x^{16}+9}{1-5x^2}$, $x_0 = 1$;

   2) $\begin{cases} x = t\sin t + \cos t, \\ y = \sin t - t\cos t, \end{cases}$ $t_0 = \pi/4$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

   1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3tg\,4x - 12tg\,x}{3\sin 4x - 12\sin x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0} (ctg\,x)^{1/\ln x}$;

   3) $\lim\limits_{x\to \pi/2} (\dfrac{1}{\cos x} - tg\,x)$;

Приложения производной Вариант 9

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\frac{1}{5}(x^3-9x)$; 2) $y=3(x-1)^3\cdot\sqrt[3]{x^2}$;

3) $y=x\,e^{-x^2/2}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=x+\frac{1}{x}-1$; 2) $y=x+\ln(x^2-4)$;

3) $y=\frac{x^3-1}{x^3}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\frac{x^4}{x^3-27}$; 2) $y=\sqrt[3]{x(3-x^2)}$; 3) $y=\frac{\ln(1-x)}{x-1}$;

4. Из всех круговых секторов, имеющих данный периметр P, найти сектор с наибольшей площадью.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=3(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x})$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=t\,(t+1), \\ y=t-1, \end{cases}$ $t_0=-1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x(e^x+1)-2e^x-1}{x^3}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\pi-2arctg\,x}{e^{(3/x)-1}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 1}(x)^{m/(x^2-1)}$;

1. Исследовать на экстремум функции:

   1) $y = \dfrac{x^4}{x^3 - 27}$; 2) $y = x\sqrt[3]{(x-1)^2}$;

   3) $y = (x+4)\cdot e^{2x}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

   1) $y = x - \ln(x+1)$; 2) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 3}$;

   3) $y = \dfrac{1}{e^{2x} - 1}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

   1) $y = \dfrac{3\cdot\sqrt[3]{x}}{x+1}$; 2) $y = x^2 \ln x$; 3) $y = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{2}{x}$;

4. В полукруг вписана трапеция, основание которой есть диаметр круга. Определить угол трапеции при основании так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

   1) $y = \dfrac{2(x+2)}{3(x^2+1)}$, $x_0 = 1$;

   2) $\begin{cases} x = t(t+1), \\ y = 2t^2(1-t), \end{cases}$ $t_0 = 2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

   1) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to \pi/2}(\sin x)^{tg\, x}$;

   3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$;

Приложения производной Вариант 11

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x^2-x-2}{2x-6}$; 2) $y=\sqrt[3]{x\,(3-x^2)}$;

3) $y=x^2-2\ln x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x^3+16}{x}$; 2) $y=\dfrac{\ln(1-x)}{x-1}$;

3) $y=x+e^{-x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; 2) $y=(x-1)\cdot e^{3x}$;

3) $y=\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{(x^2-1)}$;

4. Из материала толщиной d изготавливается цилиндрический резервуар вместимостью V_0 . При каких значениях радиуса основания и высоты резервуара будет наименьший расход материала на его изготовление.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{x-1}{x^4+1}$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=4\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \end{cases}$ $t_0=\pi/6$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2(tg\,x-\sin x)-x^3}{x^5}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1}{x(e^{2x}-1)}-\dfrac{x-1}{2x^2}\right]$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos mx)^{n/x^2}$;

Приложения производной Вариант 12

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x^3+16}{x}$; 2) $y=x^{2/3}\cdot e^{-x}$;

3) $y=\ln(2x^2+5)$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; 2) $y=\dfrac{e^{-x}}{2(x+1)}$;

3) $y=\ln(x-\dfrac{1}{x})$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=x^3\cdot\ln x$; 2) $y=x\cdot e^{-x^2/2}$;

3) $y=\sqrt{9x^2+25}$;

4. Из всех цилиндров, вписанных в шар радиуса R , найти тот, у которого объём наибольший.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{x^2+6}{x^4+1}$, $x_0=0$;

2) $\begin{cases} x=t^2, \\ y=t^3-1, \end{cases}$ $t_0=-2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-4\sin^2(\pi x/2)}{1-x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x^2}$;

3) $\lim\limits_{x\to0} ctg\, x\cdot\ln(x+e^x)$;

Приложения производной Вариант 13

1. Исследовать на экстремум функции:

   1) $y=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x}$; 2) $y=5x\cdot e^{-x}$;

   3) $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

   1) $y=\sqrt[3]{x^3-3x}$; 2) $y=x+\dfrac{4}{x+2}$;

   3) $y=e^{3x-x^2}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

   1) $y=x+\ln(x^2-1)$; 2) $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$;

   3) $y=\dfrac{4x^3+5}{x}$;

4. Найти наибольший объём цилиндрической ёмкости, у которой полная поверхность равна S.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

   1) $y=2x+\dfrac{1}{x}$, $x_0=1$;

   2) $\begin{cases} x=t^2(1+\ln t), \\ y=t(3+2\ln t), \end{cases}$ $t_0=1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

   1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{x-1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}(\pi-2arctg\, x)\ln x$;

   3) $\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{tg\, x}{tg\, a}\right)^{ctg\,(x-a)}$;

Приложения производной Вариант 14

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = x^2 \cdot \sqrt{x+1}$; 2) $y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$;

3) $y = x + 2arctg\, x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = x^2 \cdot e^x$; 2) $y = \ln(4 - x^2)$;

3) $y = x + \frac{2x}{x^2 - 1}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$; 2) $y = (x^2 - 4x + 3)\, e^{x-1}$;

3) $y = x + \ln(x^2 - 1)$;

4. Боковые стороны и меньшее основания трапеции равны по 10 см. Определить её большее основание так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}$, $x_0 = 3$;

2) $\begin{cases} x = 2t\cos t, \\ y = 2t\,\sin t, \end{cases}$ $t_0 = \pi/2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x \sin x - x}{3x^2 + x^5}$; 2) $\lim\limits_{x \to +0} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^x$;

3) $\lim\limits_{x \to 1/2} \sin(2x-1) \cdot tg\, \pi x$;

Приложения производной Вариант 15

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$; 2) $y = (x^2 - 4x + 3) \cdot e^{x-1}$;

3) $y = \ln\left[(x^2 - 1)^2\right]$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$; 2) $y = x + \dfrac{\ln x}{x}$; 3) $y = \dfrac{e^x}{x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \dfrac{(x-1)^2}{x^2}$; 2) $y = x^2 \cdot e^{1/x}$; 3) $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - 2x$;

4. Конструируется окно по форме прямоугольника, заканчивающегося сверху полукругом. Периметр окна должен быть 15 м. При каком радиусе полукруга окно будет попускать максимальное количество света.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \dfrac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$, $x_0 = 4$;

2) $\begin{cases} x = \arcsin(1 - t), \\ y = \arccos t, \end{cases}$ $t_0 = 0$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \left(ctg\, x - \dfrac{1}{x} \right)$; 2) $\lim\limits_{x \to 1-0} (1 - x)^{\ln x}$;

3) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - x + \ln x}{1 - \sqrt{2x - x^2}}$;

Приложения производной Вариант 16

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = \dfrac{4x^2}{x^3 - 1}$; 2) $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$;

3) $y = x^2 \cdot e^x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = \dfrac{3x^2 - 7x - 16}{x^2 - x - 6}$; 2) $y = \ln \dfrac{x+1}{x+2}$;

3) $y = x^2 \cdot e^{1/x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{x^3}$; 2) $y = \ln(x^2 - 2x + 2)$; 3) $y = \dfrac{e^x}{x}$;

4. Во сколько раз объём шара больше объёма наибольшего цилиндра, вписанного в этот шар.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \sqrt[3]{x^2} - 20$, $x_0 = -8$;

2) $\begin{cases} x = t^2 - t^4/4, \\ y = t^2 + t^3/3, \end{cases}$ $t_0 = 0$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+x)}$; 2) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{\pi}{2} arc\cos x \right)^{1/x}$;

3) $\lim\limits_{x \to 0} \left(ctg\,\dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{\sin(x/3)} \right)$;

Приложения производной Вариант 17

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{2-4x^2}{1-4x^2}$; 2) $y=3\cdot\sqrt[3]{x^2}-2x$;

3) $y=x^3\cdot e^x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x^2+2x+3}{x+2}$; 2) $y=\dfrac{e^{x^2}}{x}$;

3) $y=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{1+x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\sqrt[3]{(x^2-8)^2}$; 2) $y=x\cdot e^{-x}$; 3) $y=x-\ln(x+1)$;

4. Построить равнобедренную трапецию, которая при данной площади S имела бы наименьший периметр. Угол при основании трапеции равен α .

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=x^2+8\sqrt{x}-32$, $x_0=4$;

2) $\begin{cases} x=2\ln(ctg\,t)+1, \\ y=tg\,t+ctgt, \end{cases}$ $t_0=\pi/4$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arcsin x}{x^3}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}arc\ tg\,x\right)^x$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{2x^2}-\dfrac{1}{2x\,tg\,x}\right)$;

Приложения производной Вариант 18

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\frac{1}{3}x^3-x^4$; 2) $y=\frac{2x^3}{x^2-4}$;

3) $y=\ln\frac{x-1}{x+1}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\frac{x^2}{x^2-1}$; 2) $y=\frac{x^2-6x+3}{x-3}$;

3) $y=x+e^{-x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}$; 2) $y=5x\cdot e^{-x}$; 3) $y=\frac{\ln(1-x)}{x-1}$;

4. В полукруг вписана трапеция, основание которой есть диаметр круга. Определить угол трапеции при основании так, чтобы площадь трапеции была наибольшей.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\frac{x-1}{x^4+1}$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=t^2, \\ y=t^3-1, \end{cases}$ $t_0=-2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{x}{x-1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to+0}\left(\ln\frac{1}{x}\right)^x$;

3) $\lim\limits_{x\to1}\frac{1-x+\ln x}{1-\sqrt{2x-x^2}}$;

Приложения производной Вариант 19

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = x^3 + \dfrac{x^4}{4}$; 2) $y = \sqrt{8x^2 - x^4}$; 3) $y = x \cdot e^{2x-1}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = \ln\dfrac{x-1}{x+1}$; 2) $y = \dfrac{1-x^3}{x^3}$; 3) $y = e^{8x-x^2-14}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \dfrac{(x+2)^2}{(x-1)^2}$; 2) $y = x^2 - 2\ln x$; 3) $y = x^{2/3} \cdot e^{-x}$;

4. Сосуд, состоящий из цилиндра, заканчивающегося снизу полусферой, должен вмещать 18 л жидкости. Найти размеры сосуда, при которых на его изготовление пойдёт наименьшее количество материала.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \dfrac{4x - x^2}{4}$, $x_0 = 2$;

2) $\begin{cases} x = 3t(t^2+1), \\ y = 3t^2(1-t^2), \end{cases}$ $t_0 = 2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\pi/3} \dfrac{\sin(x-\pi/3)}{1-\cos x}$; 2) $\lim\limits_{x\to+0} (\ln ctg\, x)^{tg\, x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{2}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\ln(e^x - e^a)}\right)$;

Приложения производной Вариант 20

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{4x^2}{x^3-1}$; 2) $y=\sqrt{2x^3+9x^2}$; 3) $y=x^2\cdot\ln x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=x+\dfrac{1}{x}$; 2) $y=e^{1/(x+2)}$; 3) $y=\dfrac{1}{(x-2)(x^2-1)}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$; 2) $y=\ln\dfrac{x+1}{x+2}$; 3) $y=4x-\dfrac{x^3}{3}$;

4. Найти высоту конуса наименьшего объёма, описанного около шара радиуса R.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=3\sqrt[4]{x}-\sqrt{x}$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=t-t^4, \\ y=t^2-t^3, \end{cases}$ $t_0=1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\cos(\pi x/2)}$;

3) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cos x\cdot\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$;

Приложения производной Вариант 21

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{x+2}$; 2) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+2x+1}$; 3) $y=x\cdot e^{-x^2/2}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x^3}{x^2-4}$; 2) $y=\ln\dfrac{x+4}{x-2}$; 3) $y=x+arc\,tg\,x$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{4x}{(x^2+1)^2}$; 2) $y=e^{1/(2-x)}$; 3) $y=\sqrt[3]{x^3-3x}$;

4. Через точку $(1;\,4)$ провести прямую так, чтобы сумма длин положительных отрезков, отсекаемых ею на координатных осях, была наименьшей.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{3x-2x^3}{3}$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=t^3+1, \\ y=t^2+t+1, \end{cases}$ $t_0=1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\ln x\cdot\ln(x-1)$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 2x}{2x}\right)^{1/x^2}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1-x^3}{tg^6(x/2)}$;

Приложения производной Вариант 22

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\frac{2}{3}x^2\cdot\sqrt[3]{6x-7}$; 2) $y=x^2\cdot e^{1/x}$; 3) $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\frac{x^4}{x^3-27}$; 2) $y=\frac{3\cdot\sqrt[3]{x}}{x+1}$; 3) $y=arc\,tg\frac{1}{x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=3\cdot\sqrt[3]{x^2}+2x$; 2) $y=(1-x^2)^3$; 3) $y=x^2\cdot\ln x$;

4. Решеткой длиной 120 м нужно огородить наибольшую площадь прямоугольной формы. Определить стороны этой прямоугольной площадки.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\frac{3x^2+1}{3+x^2}$, $x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=4\sin t, \end{cases}$ $t_0=\pi/4$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{tg\,x}{tg\,5x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{5}{2+\sqrt{9+x}}\right)^{1/\sin x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{tg\,x}-e^x}{tg\,2x-2x}$;

Приложения производной Вариант 23

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$; 2) $y=3\cdot\sqrt[3]{x}-x$; 3) $y=x\cdot\ln x+x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\sqrt{x^2+1}+2x$; 2) $y=\dfrac{10x}{(x+1)^3}$;

3) $y=\dfrac{3x}{x-1}+3x$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\sqrt{8+x}-\sqrt{8-x}$; 2) $y=e^{3x-x^2}$; 3) $y=\dfrac{4x^2}{x^3-1}$;

4. Требуется изготовить коническую воронку с образующей равной 20 см. Какова должна быть высота воронки, чтобы её объём был наибольшим.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{x^2-3x+3}{3}$, $x_0=3$;

2) $\begin{cases} x=t(1-\sin t), \\ y=t\cos t, \end{cases}$ $t_0=0$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{e^x-1-x-(x^2/2)}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right)$;

3) $\lim\limits_{x\to 0} x^{3/(4+\ln x)}$;

Приложения производной Вариант 24

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y = x\sqrt{2 - x^2}$; 2) $y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$; 3) $y = (x+1) \cdot e^x$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$; 2) $y = \frac{\sin x}{x}$; 3) $y = x - arc\,tg\,\sqrt{x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$; 2) $y = e^{2x - x^2}$; 3) $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$;

4. В данный шар радиуса R вписать конус с наибольшим объёмом.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x = x_0$, или соответствующей значению параметра $t = t_0$:

1) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$, $x_0 = -2$;

2) $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - arc\,tg\ t, \end{cases}$ $t_0 = 1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1 + \cos \pi x}{tg^2 \pi x}$; 2) $\lim\limits_{x \to +0} (\ln(x + e))^{1/x}$;

3) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x \cdot \sqrt{\cos x}}{x^2}$;

Приложения производной Вариант 25

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=x^{3(x+2)^2}$; 2) $y=\sqrt[3]{(x^2-8)^2}$; 3) $y=x\cdot e^{-x}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{(x+2)^2}{(x-1)^2}$; 2) $y=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^3}$; 3) $y=x\cdot\ln\left(e+\dfrac{2}{x}\right)$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{1}{(x-2)(x^2-1)}$; 2) $y=x\cdot\sqrt{1-x^2}$;

3) $y=\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$;

4. Из трёх досок одинаковой ширины сколачивается жёлоб. При каком угле наклона боковых стенок площадь поперечного сечения жёлоба будет наибольшей.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{1}{3x+2}$, $x_0=2$;

2) $\begin{cases} x=1-t^2, \\ y=t-t^3, \end{cases}$ $t_0=2$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x^2)^{1/x}$; 2) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(\pi/2)-arc\,tg\,x}{\ln(1+(1/x^2))}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6^{2x}-7^{-2x}}{\sin 3x-2x}$;

Приложения производной Вариант 26

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x^3-1}{x^3}$; 2) $y=\sqrt[3]{(x^2-1)^2}$; 3) $y=x-\ln(x+1)$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x-1}{x^2-2x}$; 2) $y=(2x-1)\cdot e^{5x}$; 3) $y=x-\sqrt[3]{x^2}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\sin 2x+2\cos x$; 2) $y=\ln\left|\dfrac{x-2}{x+2}\right|$;

3) $y=\dfrac{x^2-x-2}{2x-6}$;

4. Шатер объёма V имеет форму прямого кругового конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу основания, чтобы на строительство шатра ушло наименьшее количество материала.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\dfrac{x^3+2}{x^3-2}$, $x_0=-2$;

2) $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cdot\cos t, \\ y=\sin t, \end{cases}$ $t_0=\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\pi/x)}{ctg\,(\pi x/2)}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{tg\,x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{5x}-2^{x}}{arc\,tg\,x+x^3}$;

Приложения производной Вариант 27

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2-4}}$; 2) $y=\dfrac{x^2+4}{2x}$; 3) $y=(x-1)\cdot e^{3x}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=\dfrac{x^2+1}{x}$; 2) $y=x^2-2\ln x$; 3) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{1+x}$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$; 2) $y=\dfrac{1-x^3}{x^2}$;

3) $y=\ln(x^2-1)^2$;

4. Найти длину наименьшего отрезка, который делит равносторонний треугольник на две равновеликие части.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=2x^2-3x+1,\qquad x_0=1$;

2) $\begin{cases} x=2t-t^2, \\ y=t^3-3t, \end{cases}\qquad t_0=1$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^m-a^m}{x^n-a^n}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-2x}}{x+\sin x^2}$;

Приложения производной Вариант 28

1. Исследовать на экстремум функции:

1) $y=\dfrac{(x+2)^2}{(x-1)^2}$; 2) $y=x\cdot\ln x$; 3) $y=4x-\dfrac{x^3}{3}$;

2. Составить уравнения всех асимптот следующих кривых:

1) $y=x\cdot e^{2x-1}$; 2) $y=\dfrac{x}{(x-1)^2}$; 3) $y=x-arc\,tg\,x$;

3. Провести полное исследование и построить графики функций:

1) $y=\dfrac{e^{-x}}{2(x+1)}$; 2) $y=\dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$;

3) $y=\sqrt[3]{1-x^3}$;

4. Из круга радиуса R надо вырезать сектор с центральным углом α для изготовления конуса. При каком угле α объём конуса должен получиться наибольшим.

5. Составить уравнения касательной и нормали к графику функции в точке $x=x_0$, или соответствующей значению параметра $t=t_0$:

1) $y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$, $x_0=64$;

2) $\begin{cases} x=2(1-\cos t), \\ y=2(t-\sin t), \end{cases}$ $t_0=\pi/3$

6. Используя правило Лопиталя, найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\sin^6 2x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\left(tg\dfrac{\pi x}{4}\right)^{tg(\pi x/2)}$;

3) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$;