ЗАДАНИЕ 1.

1.1. Система двух Линейных Алгебраических Уравнений (СЛАУ) с двумя неизвестными задана своей расширенной матрицей. Решите СЛАУ методом Зейделя с точностью до 0.001. Поменяйте порядок следования уравнений в СЛАУ и решите полученную таким образом СЛАУ тем же методом Зейделя. Постройте графики уравнений СЛАУ в обоих случаях и покажите на них первые три-четыре итерации.

1 $\begin{bmatrix} -4 & 4 & -3 \\ 4 & 7 & -4 \end{bmatrix}$	**2** $\begin{bmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & 8 & 0 \end{bmatrix}$	**3** $\begin{bmatrix} -6 & 3 & 1 \\ -4 & -4 & 0 \end{bmatrix}$
4 $\begin{bmatrix} -5 & -3 & 3 \\ -3 & 5 & -2 \end{bmatrix}$	**5** $\begin{bmatrix} -5 & -1 & 4 \\ -4 & 4 & -5 \end{bmatrix}$	**6** $\begin{bmatrix} 7 & 6 & 1 \\ 4 & -6 & -5 \end{bmatrix}$
7 $\begin{bmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -1 & 8 & 0 \end{bmatrix}$	**8** $\begin{bmatrix} -6 & -4 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$	**9** $\begin{bmatrix} 6 & 2 & -3 \\ -2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$
10 $\begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	**11** $\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 1 & -7 & 3 \end{bmatrix}$	**12** $\begin{bmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 3 & -4 & -4 \end{bmatrix}$
13 $\begin{bmatrix} -8 & -2 & -2 \\ -1 & 5 & -2 \end{bmatrix}$	**14** $\begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$	**15** $\begin{bmatrix} -5 & 3 & 4 \\ 5 & -5 & 0 \end{bmatrix}$
16 $\begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix}$	**17** $\begin{bmatrix} -6 & -5 & 1 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$	**18** $\begin{bmatrix} 7 & 3 & -4 \\ -4 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

19 $\begin{bmatrix} -7 & -4 & 1 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$ 20 $\begin{bmatrix} -7 & -1 & 0 \\ 3 & 7 & -4 \end{bmatrix}$ 21 $\begin{bmatrix} -4 & 4 & -2 \\ 4 & -6 & 3 \end{bmatrix}$

1.2. Система четырех Линейных Алгебраических Уравнений (СЛАУ) с четырьмя неизвестными задана своей расширенной матрицей. Решите СЛАУ методом Зейделя с точностью до 0.001.

1 $\begin{bmatrix} -7 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -9 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -8 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ 2 $\begin{bmatrix} 6 & 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 8 & 3 & -1 & -9 \\ 2 & -1 & -7 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 7 & -7 \end{bmatrix}$

3 $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & -4 & -1 & 7 \\ 3 & -1 & 6 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 5 & 9 \end{bmatrix}$ 4 $\begin{bmatrix} 8 & 5 & 1 & -2 & -6 \\ 3 & 8 & -2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -6 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

5 $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 & 9 \\ 2 & 6 & -2 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 8 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 7 & 8 \end{bmatrix}$ 6 $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 3 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 6 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix}$

7 $\begin{matrix} 5 & 1 & 2 & 2 & 7 \\ 1 & 4 & -1 & 1 & -5 \end{matrix}$ 8 $\begin{matrix} 8 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{matrix}$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 & 8 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$9 \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 6 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad 10 \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 8 \\ 2 & 7 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$11 \begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & -2 \end{bmatrix} \quad 12 \begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 & -2 & 8 \\ 1 & 7 & -5 & 1 & 9 \\ 2 & 2 & 6 & -2 & -7 \\ 3 & 1 & 1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$13 \begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 7 & -2 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & 8 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix} \quad 14 \begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 & -2 & 8 \\ 3 & 7 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$15 \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & -1 & -3 \\ 3 & -5 & -1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 5 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 2 & 6 & -2 \end{bmatrix} \quad 16 \begin{bmatrix} 8 & 1 & 1 & -6 & 7 \\ 2 & 6 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$17 \quad \begin{bmatrix} 7 & 2 & -3 & -2 & -9 \\ 2 & 5 & -2 & 1 & -6 \\ 3 & -1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 4 & 9 \end{bmatrix} \qquad 18 \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 & -1 & 2 \\ 5 & 7 & -1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 6 & -1 & 9 \\ 2 & 2 & -2 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

$$19 \quad \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 & 6 \\ 1 & 7 & 3 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \qquad 20 \quad \begin{bmatrix} 6 & 1 & -2 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 & 9 \\ 4 & 4 & -1 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

ЗАДАНИЕ 2

Отделить корни уравнения $f(x)=0$, используя графико-аналитический метод. Найти корни уравнения с заданной точностью методами бисекций, Ньютона или простых итераций. Выполнить проверку правильности найденных решений, вычислив невязки.

№1. 1) $x^3+4x-6=0;$

2) $2^x+5x-3=0.$

№2. 1) $x^3+10x-9=0;$

2) $(x-3)\cos x=1,\ -2\pi\le x\le 2\pi.$

№3. 1) $x^3+4x+3=0;$

2) $5^x+3x=0.$

№4. 1) $x^3+7x-2=0;$

2) $(x-1)^2\cdot\lg(x+11)=1.$

№5. 1) $x^3+8x-6=0;$

2) $5\sin x=x.$

№6. 1) $x^4+5x-3=0;$

2) $2\operatorname{arctg} x-\dfrac{1}{2x^3}=0.$

№7. 1) $x^3+9x-7=0;$

2) $5^x+6x-3=0.$

№8. 1) $x^3+6x-5=0;$

2) $x\lg(x+2)=1.$

№9. 1) $x^3+6x^2+9x+1=0;$

2) $2x\ln x-1=0.$

№10. 1) $x^3+12x-8=0;$

2) $(x-2)^2\cdot 2^x=1.$

№11. 1) $x^3+8x-6=0,\ \ -2\pi\le x\le 2\pi;$

2) $(x-2)\cos x=1.$

№12. 1) $x^3+5x-5=0;$

2) $x\log_3(x+1)=2.$

№13. 1) $x^7+6x-5=0;$

2) $3^x+2x-7=0.$

№14. 1) $x^3+7x-6=0;$

2) $\cos(x+0{,}3)=x^2.$

№15. 1) $x^5+5x-3=0;$

2) $\sqrt{x+1}=\dfrac{1}{x}.$

№16. 1) $x^4+4x-2=0;$

2) $(2-x)e^x=1.$

№17. 1) $x^3+6x-6=0;$

2) $x^2+4\sin x=0.$

№18. 1) $x^3+7x-4=0;$

2) $x\lg(x+1)=1.$

№19. 1) $x^3+10x-8=0;$

2) $(x+2)\log_2 x=1.$

№20. 1) $x^3+12x-8=0;$

2) $\sqrt{x-1}=\dfrac{1}{x}.$

ЗАДАНИЕ 3

3.1. Используя обобщённые формулы трапеций и Симпсона вычислить определённые интегралы с заданной точностью. Проверку достижения требуемой точности проводить по правилу Рунге.

1) $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8+1}dx$

2) $\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2}dx$

3) $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}dx$

4) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2}dx$

5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$

6) $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$

7) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx$

8) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-2x+3}$

9) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin 3x dx$

10) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}-1}$

11) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$

12) $\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^3)^2}dx$

13) $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$

14) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$

15) $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$

16) $\int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9}-\sqrt{x}}$

17) $\int_0^{0.5} \arccos x dx$

18) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$

19) $\int_0^{2\pi} \cos^2 \frac{x}{4} dx$

20) $\int_0^{\pi} \sin^3 x dx$

3.2. Используя обобщённую формулу Симпсона, составить таблицу значений функции, заданной в виде интеграла с переменным верхним пределом.

1) $\int_0^x e^{\sin x}dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

2) $\int_0^x \sin x\cdot e^{-x^2}dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

3) $\int_0^x \ln(1+\cos x)dx$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $h=\frac{\pi}{40}$, $N=8$.

4) $\int_0^x \cos x^2dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

5) $\int_0^x \sin(x+x^3)dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=16$.

6) $\int_0^x \cos x\cdot e^{-x^2}dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

7) $\int_{\frac{\pi}{2}}^x e^{\sqrt{x}}dx$, $x\in[0;0,5]$, $h=0,0,5$, $N=16$.

8) $\int_0^x \cos x^3dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

9) $\int_{0,2}^x \frac{\operatorname{arctg} x}{x}dx$, $x\in[0,2;1,2]$, $h=0,1$, $N=8$.

10) $\int_0^x x^2\cdot e^{-x^2}dx$, $x\in[0;\pi]$, $h=\frac{\pi}{10}$, $N=8$.

11) $\int_0^x \sqrt{1+\sin^2 x}\,dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

12) $\int_0^x x^4\cdot e^{-x^2}dx$, $x\in[0;\pi]$, $h=\frac{\pi}{10}$, $N=8$.

13) $\int_{0,2}^x \frac{\sin x}{x}dx$, $x\in[0,2;1,2]$, $h=0,1$, $N=8$.

14) $\int_1^x \sin x^3dx$, $x\in[1;2]$, $h=0,1$, $N=16$.

15) $\int_1^x \frac{x}{\ln(1+x)}dx$, $x\in[1;2]$, $h=0,1$, $N=8$.

16) $\int_1^x \frac{e^x}{x}dx$, $x\in[1;2]$, $h=0,1$, $N=8$.

17) $\int_0^x x\sin x^3dx$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $h=\frac{\pi}{40}$, $N=8$.

18) $\int_0^x e^{x^2}dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

19) $\int_0^x x\cos x^3dx$, $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$, $h=\frac{\pi}{40}$, $N=8$.

20) $\int_0^x e^{\cos x}dx$, $x\in[0;1]$, $h=0,1$, $N=8$.

ЗАДАНИЕ 4

4.1. Найти приближённое решение задачи Коши $y' = f(x;y)$, $y(x_0) = y_0$ методом Эйлера и методом Рунге-Кутта 4 порядка на заданном отрезке с шагом $h = 0,1$ (или $h = 0,01$).

1. $\left(x^2+1\right)y' + 4xy = 3,\ y(0) = 0;\ x \in [0;1]$

2. $y' + \dfrac{y}{x} = \dfrac{x^2+1}{x},\ y(1) = 1;\ x \in [1;2]$

3. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

4. $xy' - 2y = 2x^4,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

5. $y' + xy = (x-1)e^x y^2,\ y(0) = 2;\ x \in [0;1]$

6. $y' = \dfrac{y^2 - x^2}{2xy},\ y(2) = 1;\ x \in [2;2,5]$

7. $xy' + y = \ln x + 1,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

8. $y' - y = xy^2,\ y(0) = 1;\ x \in [0;0,9]$

9. $x^2 y' + xy + 1 = 0,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

10. $2(xy' + y) = y^2 \ln x,\ y(1) = 2;\ x \in [1;2]$

11. $2xy' - 3y = -\left(5x^2+3\right)y^3,\ y(1) = 0,5;\ \ x \in [1;2]$

12. $y' + y\,\mathrm{tg}\,x = \dfrac{1}{\cos x},\ y(0) = 0;\ x \in [0;1]$

13. $x(y' - y) = e^x,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

14. $xy' + (x+1)y = 3x^2 e^{-x},\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

15. $(x+1)y' + y = x^3 + x^2,\ y(0) = 0;\ x \in [0;1]$

16. $xy' - 2y + x^2 = 0,\ y(1) = 0;\ x \in [1;2]$

17. $\left(1-x^2\right)y' + xy = 1,\ y(0) = 1;\ x \in [0;1]$

18. $x^2 y' = 2xy + 3,\ y(1) = -1;\ x \in [1;2]$

19. $y' - 3x^2 y - x^2 e^{x^3} = 0,\ y(0) = 0;\ x \in [0;1]$

20. $y'\,\mathrm{ctg}\,x - y = 2\cos^2 x \cdot \mathrm{ctg}\,x,\ y(0) = 0;\ x \in [0;1]$

4.2. Найти приближённое решение задачи Коши $y''=f(x;y;y')$, $y(x_0)=y_0$, $y'(x_0)=y_0'$ или $y'''=f(x;y;y';y'')$, $y(x_0)=y_0$, $y'(x_0)=y_0'$, $y''(x_0)=y_0''$ методами Эйлера и Рунге-Кутта 4 порядка на отрезке $[0;1]$ с шагом $h=0,1$ (или $h=0,01$).

1. $y''-2y'+y=-12\cos 2x-9\sin 2x,\quad y(0)=-2,\ y'(0)=0$
2. $y''+2y'+2y=2x^2+8x+6,\quad y(0)=1,\ y'(0=4$
3. $y''+16y=e^x(\cos 4x-8\sin 4x),\quad y(0)=0,\ y'(0)=5$
4. $y''-4y'+20y=16xe^{2x},\quad y(0)=1,\ y'(0)=2$
5. $y''+y=x^3-4x^2+7x-10,\quad y(0)=2,\ y'(0)=3$
6. $y''+2y'+5y=-8e^{-x}\sin 2x,\quad y(0)=2,\ y'(0)=6$
7. $y''-2y'+5y=5x^2+6x-12,\quad y(0)=0,\ y'(0)=2$
8. $y''+12y'+36y=72x^3-18,\quad y(0)=1,\ y'(0)=0$
9. $y''+2y'=6x^2+2x+1,\quad y(0)=2,\ y'(0)=2$
10. $y''+8y'=18x+60x^2-32x^3,\quad y(0)=5,\ y'(0)=2$
11. $y'''-7y''+6y'=0,\ \ y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=30$
12. $y'''-y''=0,\ \ y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=-1$
13. $y'''-4y'=0,\ \ y(0)=0, y'(0)=2, y''(0)=4$
14. $y'''-5y''+8y'-4y=0,\ \ y(0)=1, y'(0)=-1, y''(0)=0$
15. $y'''+3y''+2y'=0,\ \ y(0)=0, y'(0)=0, y''(0)=2$
16. $y'''-y''+4y'-4y=0,\ \ y(0)=-1, y'(0)=0, y''(0)=-6$
17. $y'''-2y''+9y'-18y=0,\ \ y(0)=-2{,}5, y'(0)=0, y''(0)=0$
18. $y'''+2y''+9y'+18y=0,\ \ y(0)=1, y'(0)=-3, y''(0)=-9$
19. $y'''+3y''+3y'+y=0,\ \ y(0)=-1, y'(0)=2, y''(0)=3$
20. $y'''-3y''+3y'-y=0,\ \ y(0)=1, y'(0)=0-2, y''(0)=-3$