Задание для самостоятельной работы студентов по теме «Дифференциальное исчисление»

Задание содержит 10 задач. Каждая задача имеется в 10 вариантах. Номер варианта определяется по последней цифре в номере зачетной книжки. Если последняя цифра 0, то выбирается вариант №10.

Значение параметра k – количество букв в Вашей фамилии.

Задача 1.

Найти y' и значение $y'(x_0)$ функции $y = y(x)$ в точке $x_0 = 1$.

Варианты

1.1. $y = \frac{k}{2}x^4 + 3x^{-k-2} + \sqrt[k+1]{x^3} + 4$;

1.2. $y = \frac{x^k}{3} + \frac{1}{kx^3} + \sqrt[3]{x^{k+1}} + \frac{1}{2}$;

1.3. $y = \frac{1}{k}x^k + 7x^{-k-5} + \sqrt{x^{-k}} + 1$;

1.4. $y = \frac{7}{k}x^k - \frac{2}{x^k} + \sqrt[k+2]{x^{k+1}} + 2$;

1.5. $y = \frac{k+2}{k}x^5 - \frac{1}{kx^k} + \sqrt[3]{x^2} + 2$;

1.6. $y = \frac{k^2}{3}x^{-k} + \frac{1}{2}x^{k+1} + \sqrt[3]{x^{-4}} + 7$;

1.7. $y = \frac{1}{3}x^{-k-3} + kx^2 + \sqrt[k+1]{x^7} + 1$;

1.8. $y = \frac{3}{5}x^{k+1} + \frac{1}{kx^{k+2}} + \sqrt[k+1]{x^3} + 2$;

1.9. $y = k^2x^5 - \frac{7k}{x^{k+1}} - \sqrt[k+1]{x^3} + 3$;

1.10. $y = \frac{2}{5}x^{k+2} - \frac{5}{x^{k+2}} + 3\sqrt[3]{x^{-k-2}} + 1$;

Задача 2.

Найти производную произведения функций.

Варианты

2.1. $y = \left(x^k - k\,\mathrm{tg}\,x\right)\cdot\log_3 x$;

2.2. $y = ke^x\left(1 - kx + \cos x\right)$;

2.3. $y = \left(k - 3\ln x + \frac{1}{k}e^x\right)\cdot\mathrm{ctg}\,x$;

2.4. $y = (k+1)^x\left(1 - k\sin x + k\sqrt{x}\right)$;

2.5. $y = \left(k - \frac{k}{x} + \ln x\right)\cdot\mathrm{ctg}\,x$;

2.6. $y = \frac{k}{x}\left(k\,\mathrm{tg}\,x - 2\ln x + k^2\right)$;

2.7. $y = \left(kx^2 - 2e^x + k^3\right)\cdot\mathrm{ctg}\,x$;

2.8. $y = \left(x^k - k\,\mathrm{ctg}\,x\right)\cdot\log_{k+1} x$;

2.9. $y = \log_{k+1} x\left(1 - k\,\mathrm{tg}\,x + 3e^x\right)$;

2.10. $y = \left(x^k + k\,\mathrm{ctg}\,x\right)\cdot\log_4 x$;

Задача 3.

Найти производную частного функций.

Варианты

3.1. $y = \frac{kx^2 - \log_{k+1} x}{\sin x + 2}$;

3.2. $y = \frac{k^2e^x - 1}{\mathrm{tg}\,x}$;

3.3. $y = \frac{k\cos x + \sqrt{x} - 1}{e^x}$;

3.4. $y = \frac{(k+1)^x + k\sin x}{\ln x}$;

3.5. $y = \frac{k^2\log_{k+2} x - 2x + k}{\cos x}$;

3.6. $y = \frac{k\sin x + x^k}{\log_{k+2} x}$;

3.7. $y = \frac{k\ln x + x^2}{\sin x}$;

3.8. $y = \frac{k^2e^x + \log_{k+1} x}{\mathrm{tg}\,x}$;

3.9. $y=\dfrac{(k+1)^x-kx+\sin x}{\log_{k+1}x}$; **3.10.** $y=\dfrac{k\,\mathrm{tg}\,x-x^k-k}{2\cos x}$;

Задача 4.

Найти производную сложной функции.

Варианты

4.1. $y=\arcsin kx+k\cos\ln x$; **4.2.** $y=\cos^{k+1}x-\ln\left(e^x+k\right)$;

4.3. $y=\mathrm{arctg}^{k+1}x+\sin(kx+1)$; **4.4.** $y=e^{kx}-k\,\mathrm{tg}\ln x$;

4.5. $y=k\arccos\dfrac{1}{x}-(\sin x+k)^3$; **4.6.** $y=\sqrt{\cos x}-\mathrm{arctg}\left(ke^x\right)$;

4.7. $y=e^{k\ln x+1}-\arcsin kx$; **4.8.** $y=\ln(\cos x+k)-\mathrm{arc\,ctg}^{k+1}x$;

4.9. $y=\left(\log_{k+1}x+1\right)^2-e^{k\,\mathrm{tg}\,x}$; **4.10.** $y=\sqrt{1+\mathrm{arctg}\,x}-e^{k\cos x}$;

Задача 5.

Найти производную сложной функции.

Варианты

5.1. $y=\sqrt{\mathrm{tg}\left(k+e^x\right)}$; **5.2.** $y=\sqrt{\mathrm{ctg}\left(e^{kx}\right)}$;

5.3. $y=\mathrm{arctg}^{k+1}(\sin x+1)$; **5.4.** $y=\mathrm{tg}(k-\ln\sin x)$;

5.5. $y=e^{k\,\mathrm{tg}(kx)}$; **5.6.** $y=\sin^{k+1}(kx+1)$;

5.7. $y=\mathrm{tg}\sqrt{k-e^{kx}}$; **5.8.** $y=\left(k+e^{\mathrm{arctg}\,x}\right)^{k+1}$;

5.9. $y=\cos^3(1-\ln kx)$; **5.10.** $y=\ln\mathrm{arctg}\sqrt[k+1]{x}$;

Задача 6.

Найти уравнения нормали и касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0.

Варианты

6.1. $f(x)=kx^3-x^2+k,\ x_0=-1$; **6.2.** $f(x)=2k-x^4+kx,\ x_0=1$;

6.3. $f(x)=2x-kx^2+x^3,\ x_0=2$; **6.4.** $f(x)=kx^3-kx+4,\ x_0=0$;

6.5. $f(x)=x^4-kx^2+3,\ x_0=-1$; **6.6.** $f(x)=k+kx-x^3,\ x_0=-1$;

6.7. $f(x)=2x^2-kx+x^3,\ x_0=2$; **6.8.** $f(x)=k^2-kx^3-x^4,\ x_0=1$;

6.9. $f(x)=kx-x^3+2k,\ x_0=0$; **6.10.** $f(x)=(k+2)x^2-3k+x^4,\ x_0=-1$.

Задача 7.

Найти вторую производную y'' функции $y=f(x)$.

Варианты

7.1. $y=\left(x^2+k\right)^{k+2}$; **7.2.** $y=xe^{k+x}$; **7.3.** $y=k\ln x-e^{k+x}$;

7.4. $y=\cos^2(kx)$; **7.5.** $y=\sin^3(kx)$; **7.6.** $y=\mathrm{arctg}(x+k)$;

7.7. $y=\mathrm{tg}^2(kx)$; **7.8.** $y=\mathrm{tg}\left(kx^2\right)$; **7.9.** $y=k^2x^2-e^{k^2x^2}$;

7.10. $y=\left(k-x^2\right)^3$.

Задача 8.

Найти производную функции методом логарифмического дифференцирования.

Варианты

8.1. $y=\left(\cos kx\right)^{k-x^2}$; **8.2.** $y=\left(\operatorname{tg} kx\right)^{ke^x}$; **8.3.** $y=\left(\ln\left(k+x\right)\right)^{k+x}$;

8.4. $y=\left(\cos kx\right)^{k^2+x}$; **8.5.** $y=x^{\operatorname{arctg} kx}$; **8.6.** $y=\left(\arcsin x\right)^{k+x}$;

8.7. $y=\left(\ln x-k\right)^{x^k}$; **8.8.** $y=\left(x^{2k}\right)^{\cos x}$; **8.9.** $y=\left(k^2+x^2\right)^{\operatorname{arctg} x}$;

8.10. $y=\left(\ln x+k\right)^{x^{k+1}}$.

Задача 9.

Найти y'_x функции, заданной параметрически.

Варианты

9.1. $\begin{cases} x=\ln\left(t+k\right), \\ y=e^{t^2+k^2}; \end{cases}$ **9.2.** $\begin{cases} x=\cos\left(t^2+k^2\right), \\ y=\left(2t+k\right)^3; \end{cases}$ **9.3.** $\begin{cases} x=e^{2t+k}, \\ y=\arcsin\left(kt^2\right); \end{cases}$

9.4. $\begin{cases} x=\dfrac{t+k}{t}, \\ y=\ln\left(t^2+k^2\right); \end{cases}$ **9.5.** $\begin{cases} x=\dfrac{t^2+k}{t^2}, \\ y=\operatorname{arctg}\left(kt^3\right); \end{cases}$ **9.6.** $\begin{cases} x=\dfrac{\arcsin kt}{t}, \\ y=\ln\left(t-k\right); \end{cases}$

9.7. $\begin{cases} x=t^2\operatorname{arctg}\left(kt\right), \\ y=\ln\left(t+k\right); \end{cases}$ **9.8.** $\begin{cases} x=t^2\sin\left(tk+1\right), \\ y=e^{t^2+k}; \end{cases}$ **9.9.** $\begin{cases} x=t\ln\left(t^2+k\right), \\ y=\operatorname{tg}^2\left(kt\right); \end{cases}$

9.10. $\begin{cases} x=t^3+kt+1, \\ y=\ln\left(kt^2-1\right). \end{cases}$

Задача 10.

Найти производную $\dfrac{\partial u}{\partial \ell}$ от функции $u=u\left(x,y,z\right)$ в точке M по направлению $\vec{\ell}=\overrightarrow{OM}$.

Варианты

10.1. $u=\dfrac{x^2}{z}+\dfrac{y^2}{2k}+\dfrac{z^{2k}}{6-k}, \quad M\left(k,3,1\right)$; **10.2.** $u=\dfrac{z}{6-k}-\dfrac{x^{k+1}}{2k}-\dfrac{y^2}{z}, \quad M\left(2,k,5\right)$;

10.3. $u=x^k yz-\dfrac{x}{y}+\dfrac{y^{6-k}}{x}, \quad M\left(1,2,k\right)$; **10.4.** $u=\dfrac{x^2}{3k}+\dfrac{y^2}{6-k}+\dfrac{z^{k+1}}{y}, \quad M\left(4,k,2\right)$;

10.5. $u=\dfrac{x^2}{2y}-\dfrac{y^2}{k}+\dfrac{z^{k+1}}{6-k}, \quad M\left(3,k,2\right)$; **10.6.** $u=x^{ky}+xz-\dfrac{y^{k+1}}{x}, \quad M\left(1,1,k\right)$;

10.7. $u=\dfrac{x^2}{2k}-\dfrac{y^{2k}}{6-k}-\dfrac{z^2}{x}, \quad M\left(3,1,k\right)$; **10.8.** $u=\sqrt{x^k+y^{6-k}+z^2}, \quad M\left(1,1,6-k\right)$;

10.9. $u=xy^kz^{6-k}-\dfrac{x}{y}, \quad M\left(k,1,1\right)$; **10.10.** $u=\dfrac{x^{k+1}}{6-k}+\dfrac{y^2}{x}-\dfrac{z^2}{2k}, \quad M\left(2,k,2\right)$.