Задачи для подготовки к экзамену и контрольной работе по теме № 2 «Дифференциальные уравнения высших порядков».

2.1. Решить дифференциальное уравнение $xy''' = 2x + 3$

2.2. Решить дифференциальное уравнение $xy'' - y' - x\sin\dfrac{y'}{x} = 0$

2.3. Решить дифференциальное уравнение $x^2y''' = y''^2$

2.4. Решить дифференциальное уравнение $y''' = y''^2$

2.5. Решить дифференциальное уравнение $(2y + y')\,y'' = y'^2$

2.6. Решить дифференциальное уравнение $y^3y'' + 1 = 0$

2.7. Решить дифференциальное уравнение $xy''' + y'' - x - 1 = 0$

2.8. Решить дифференциальное уравнение $\dfrac{y''^2 - y'y'''}{y'^2} = \dfrac{1}{x^2}$

2.9. Решить дифференциальное уравнение $xyy'' + xy'^2 = 2yy'$

2.10. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным начальным условиям $y''' = \dfrac{\ln x}{x^2},\ y(1) = 0,\ y'(1) = 1,\ y''(1) = 2$

2.11. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным начальным условиям $y'' = e^{2y},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1$

2.12. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным начальным условиям $yy'' - y'^2 = y^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0$

Дополнительные задачи для подготовки к экзамену по теме № 2 «Дифференциальные уравнения высших порядков».

2.1*. Решить дифференциальное уравнение $x^2yy'' = (y - xy')^2$

2.2*. Найти интегральную кривую уравнения $yy'y'' = y'^3 + y''^2$, касающуюся в начале координат прямой $x + y = 0$.

2.3*. Найти интегральную кривую уравнения $yy'' + y'^2 - 1 = 0$, проходящую через точку $M_0(0, 1)$, и касающуюся в этой точке прямой $x + y = 1$.

2.4*. Найти общее решение дифференциального уравнения в параметричесой форме $(x + 2y')\,y'' = 1$

2.5*. Найти общее решение дифференциального уравнения в параметричесой форме $y''^2 - 2y'y'' + 3 = 0$

2.6*. Найти общее решение дифференциального уравнения в параметричесой форме $(2 + y')\,e^{y'}y'' = 1$

2.7*. Найти общее решение дифференциального уравнения в параметричесой форме $(3y - 2y')\,y'' - y'^2 = 0$

2.8*. Тело массы m движется прямолинейно под действием постоянной силы F. Найти скорость движения тела и пройденный им путь как функции времени, если в начальный момент они оба равны нулю, а сопротивление среды пропорционально квадрату скорости.

Баранов В.П.

2.9*. Тело массы m поднимается вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Полагая сопротивление воздуха пропорциональным квадрату скорости тела (коэффициент пропорциональности $k > 0$), найти высоту подъема тела и скорость, с которой оно вернется в исходное положение, а также время подъема и спуска тела.

2.10*. Мяч массы 400 г брошен вверх со скоростью 20 м/с. Вычислить время подъема мяча и наибольшую высоту подъема, если сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости мяча (коэффициент проворциональности $k > 0$), причем оно равно $0,0048$ Н при скорости 1 м/с. Принять $g = 10$ м/с^2.

2.11*. Найти закон прямолинейного движения материальной точки m под действием отталкивающей силы, обратно пропорциональной кубу расстояния от точки до неподвижного центра (коэффициент проворциональности $k > 0$). В начальный момент точка находится в покое и отстоит от центра на расстояние x_0.

2.12*. Материальная точка m движется прямолинейно к неподвижному центру, притягивающую ее силой, обратно пропорциональной кубу расстояния от центра (коэффициент проворциональности $k > 0$). Найти закон движения, если оно начинается с состояния покоя, когда точка отстоит от центра на расстояние x_0. Определить время по истечению которого точка достигнет центра.

2.13*. Определить, через сколько времени упадет на Землю тело, притягиваемое Землей по закону Ньютона (с ускорением, обратно пропорциональным квадрату расстояния между ними), если в начальный момент скорость тела равна нулю, а расстояние его от центра Земли равно H. Сопротивлением атмосферы пренебречь. Ускорение свободного падения на поверхности Земли постоянно и равно g.

2.14*. По оси Oy в положительном направлении движется с постоянной скоростью v точка A (цель). На плоскости Oxy движется точка M (преследователь) с постоянной скоростью u ($u > v$) так, что вектор скорости всегда направлен в точку A. Найти траекторию точки M (кривую погони), если в начальный момент времени $t = 0$ точка A находилась в начале координат, а точка M — на оси Ox на расстоянии $a > 0$ от цели.

Баранцев В.П.