Задачи для подготовки к экзамену и контрольной работе по теме № 1 «Дифференциальные уравнения 1-го порядка».

1.1. Решить дифференциальное уравнение $(1+y^2)\,xdx+(1+x^2)\,dy=0$

1.2. Решить задачу Коши $y'\operatorname{tg}x=y;\ \ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

1.3. Показать, что при любом действительном значении параметра C выражение $y=x\,(C-\ln|x|)$ определяет решение дифференциального уравнения $(x-y)dx+xdy=0$

1.4. В заданном семействе выделить уравнение кривой, удовлетворяющей начальному условию $y\,(\ln|x^2-1|+C)=1$, $y(0)=1$

1.5. Решить дифференциальное уравнение $(x-y)\,dx+xdy=0$

1.6. Найти частное решение уравнения $\left(y+\sqrt{x^2+y^2}\right)dx-xdy=0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=0$

1.7. Решить дифференциальное уравнение $(1+x^2)\,y'=2xy+(1+x^2)^2$

1.8. Найти частное решение уравнения $y'+y\operatorname{tg}x=\dfrac{1}{\cos x}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$

1.9. Решить дифференциальное уравнение $dy=(y^2e^x-y)\,dx$

1.10. Найти частное решение уравнения $3dy=-\,(1+3y^3)\,y\sin xdx$, удовлетворяющее начальному условию $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

1.11. Решить дифференциальное уравнение $\left(y+\dfrac{2}{x^2}\right)dx+\left(x-\dfrac{3}{y^2}\right)dy=0$, предварительно убедившись, что оно является уравнением в полных дифференциалах

Дополнительные задачи для подготовки к экзамену по теме № 1 «Дифференциальные уравнения 1-го порядка».

1.1*. Решить дифференциальное уравнение $y'=(4x+y+1)^2$

1.2*. Написать уравнение, которому удовлетворяют все точки экстремума интегральных кривых дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$. Как отличить точки максимума от точек минимума?

1.3*. Написать уравнение, которому удовлетворяют все точки перегиба интегральных кривых дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$ и, в частности, дифференциального уравнения $y'=y+x^3$

1.4*. Составить дифференциальное уравнение гипербол $x^2-y^2=2ax$

1.5*. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых, у которых отрезок любой касательной, заключенной между осями координат, делится точкой касания $M(x,y)$ в отношении $|AM|:|MB|=2:1$, где A - точка пересечения касательной с осью Oy, B - с осью Ox

1.6*. Методом изоклин построить приближенно семейство интегральных кривых уравнения $y'=x+y$

1.7*. Решить дифференциальное уравнение $(2x-y+1)\,dx+(2y-x-1)\,dy=0$

1.8*. Решить дифференциальное уравнение $y'=\dfrac{y}{x+y^3}$

Баранов В.Г.

1.9*. Решить дифференциальное уравнение $y' = \dfrac{2x}{x^2 \cos y + \sin 2y}$

1.10*. Решить дифференциальное уравнение $y = y'^2 + 4y'^3$

1.11*. Решить дифференциальное уравнение $y = 2xy' + \dfrac{1}{y'^2}$

1.12*. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $(1/2, -1)$, если длина отрезка полуоси абсцисс, отсекаемого ее касательной, равна квадрату абсциссы точки касания

1.13*. Найти уравнение кривой, проходящей через начало координат, если для любого отрезка $[a, x]$ площадь криволинейной трапеции, ограниченной соответствующей дугой этой кривой, равна кубу ординаты концевой точки дуги

1.14*. Найти ортогональные траектории семейства кривых $y = ax^2$

1.15*. Скорость охлаждения тела пропорциональна разности температур тела и окружающей его среды (закон Ньютона). Найти зависимость температуры T от времени t, если тело, нагретое до T_0 градусов, внесено в помещение, температура которого постоянна и равна a градусам

1.16*. Скорость распада радия пропорциональна наличному его количеству. В течении года из каждого грамма радия распадается $0,44$ мг. Через сколько лет распадется половина имеющегося радия?

1.17*. Количество света, поглощаемого при прохождении через тонкий слой воды, пропорционально количеству падающего света и толщине слоя. Зная, что при прохождении слоя воды толщиной 2 метра поглощается $1/3$ первоначального светового потока, найти, какая часть его дойдет до глубины 12 метров

Баранов В.П.