В.М. Беседин, О.М. Державин

# Построение структурных моделей и исследование на их основе линейных систем управления

Методические указания
к типовому расчету

# 1. ЗАДАНИЕ НА ТИПОВОЙ РАСЧЕТ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕГО ВЫПОЛНЕНИЮ

Исходные данные и задание на выполнение типового расчета.

Дана математическая модель описания физической системы автоматического регулирования (САР) по ошибке в форме системы линейных дифференциальных и алгебраических уравнений, связывающих входное (управляющее) воздействие $x(t)$, возмущающее воздействие $f(t)$ и выходную (регулируемую) величину $y(t)$. Внешние воздействия $x(t)$ и $f(t)$ отсутствовали при $t < 0$.

Требуется провести следующие исследования:

1. По заданной системе уравнений построить математическую модель описания САР в форме структурной схемы.

2. Преобразовать полученную структурную схему к одноконтурному виду.

3. Определить передаточную функцию (ПФ) и выражения для частотных характеристик разомкнутой системы: амплитудно-фазовой (АФХ), амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ).

4. Построить ожидаемые асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную и логарифмическую фазочастотную характеристики (ас. ЛАЧХ и ЛФЧХ), а также АФХ разомкнутой системы.

5. С помощью одного из стандартных пакета прикладных программ (ППП) построить точные характеристики разомкнутой системы: ЛАЧХ, ЛФЧХ, АФХ. Сравнить их с ожидаемыми характеристиками, полученными в п. 4.

6. По частотным характеристикам разомкнутой системы, полученным в п. 5, определить для замкнутой системы запас по фазе $\gamma$, запас по модулю $\beta$ и предельный коэффициент усиления $K_{пр}$ и дать заключение об устойчивости системы.

7. Определить $K_{пр}$ с помощью одного из алгебраических критериев устойчивости и сравнить его значение с полученным в п. 6.

8. Найти передаточные функции ошибки в замкнутой системе по управляющему воздействию $x(t)$ и возмущению $f(t)$. Определить статическую, кинетическую, динамическую ошибки по управляющему воздействию и статическую ошибку по возмущению. Ошибка САУ $\delta(t) = x(t) - y(t)$. Статические ошибки определяются при единичных ступенчатых воздействиях $x(t) = u(t)$, $f(t)= u(t)$, кинетическая ошибка — при $x(t) = 0{,}5t$, динамическая ошибка по амплитуде — при гармоническом воздействии $x(t) = a \sin \omega_0 t$ при $a = 1$, $\omega_0 = 0{,}1\ \omega_{ср}$, где $\omega_{ср}$ — частота среза.



К оформлению типового расчета предъявляются следующие требования:

1. На титульном листе указываются: институт, кафедра, тема типового расчета, номер варианта, фамилия и инициалы студента и преподавателя, год выполнения.

2. Выполненный типовой расчет оформляется на отдельных листах стандартного формата А4. Слева оставляются поля шириной 2 см.

3. Рисунки выполняются с помощью линеек и лекал и могут располагаться как по тексту, так и в конце расчета. Рисунки должны иметь соответствующую нумерацию с ссылками в тексте.

# 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА (НА ПРИМЕРЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ВАРИАНТА ЗАДАНИЯ)

*Исходные данные*

Задана система уравнений во временной области, описывающих работу системы автоматического управления:

а) $x - y = \delta$;
б) $T_3\, dx_3/dt + x_3 = K_3\, \delta$;
в) $T_1\, dx_1/dt + x_1 = K_1\, x_8$;
г) $T_2\, d^2y/dt^2 + dy/dt = K_2\, x_1$;
д) $x_8 = x_5 + x_6 + f$; (1)
е) $x_5 = K_5\, dx_7/dt$;
ж) $x_6 = K_6\, x_7$;
з) $x_7 = K_7\, x_2$;
и) $x_4 = K_4\, x_1$;
к) $x_2 = x_3 - x_4$.

Параметры системы (1):

$K_1 = 2$; $K_2 = 10$; $K_3 = 7$; $K_4 = 1$; $K_5 = 10$; $K_6 = 0{,}1$; $K_7 = 2$; $T_1 = 10$ с; $T_2 = 5$ с; $T_3 = 1$ с.

*Выполнение типового расчета*

1. Преобразуем левые и правые части уравнений системы (1) по Лапласу с учетом, что все переменные при $t < 0$ равны нулю:

а) $X(p) - Y(p) = \delta(p)$;
б) $T_3\, pX_3(p) + X_3(p) = K_3\, \delta(p)$;
в) $T_1\, pX_1(p) + X_1(p) = K_1\, X_8(p)$;
г) $T_2\, p^2\, Y(p) + pY(p) = K_2\, X_1(p)$;
д) $X_8(p) = X_5(p) + X_6(p) + F(p)$; (2)

е) $X_5(p) = K_5\, pX_7(p)$;
ж) $X_6(p) = K_6\, X_7(p)$;
з) $X_7(p) = K_7\, X_2(p)$;
и) $X_4(p) = K_4\, X_1(p)$;
к) $X_2(p) = X_3(p) - X_4(p)$.

Представим каждое уравнение системы (2) типовыми соотношениями элементов структурной схемы САР:

а) $\delta(p) = X(p) - Y(p)$;

б) $X_3(p) = \dfrac{K_3}{1+pT_3}\,\delta(p) = W_3(p)\,\delta(p)$;

в) $X_1(p) = \dfrac{K_1}{1+pT_1}\,X_8(p) = W_1(p)\,X_8(p)$;

г) $Y(p) = \dfrac{K_2}{p(1+pT_2)}\,X_1(p) = W_2(p)\,X_1(p)$;

д) $X_8(p) = X_5(p) + X_6(p) + F(p)$; (3)

е) $X_5(p) = K_5\, pX_7(p) = W_5(p)\,X_7(p)$;

ж) $X_6(p) = K_6\, X_7(p) = W_6(p)\,X_6(p)$;

з) $X_7(p) = K_7\, X_2(p) = W_7(p)\,X_2(p)$;

и) $X_4(p) = K_4\, X_1(p) = W_4(p)\,X_1(p)$;

к) $X_2(p) = X_3(p) - X_4(p)$.

Отобразим каждое из уравнений системы (3) соответствующим элементом структурной схемы. В результате получим структурную схему системы (1) (рис. 1, *а*).

2. Преобразуем структурную схему (рис. 1, *а*) к одноконтурному виду. Для этого проведем последовательно ряд эквивалентных структурных преобразований, сохраняющих неизменными связь между переменными $x$, $y$, $\delta$, $f$. Представим сумматор уравнения (3, *д*) последовательным соединением двух сумматоров (рис. 1, б); параллельное соединение звеньев с ПФ $W_5(p)$ и $W_6(p)$ представим звеном с эквивалентной ПФ $W_8(p) = W_5(p) + W_6(p)$ (рис. 1, *в*); сумматор с воздействием $f$ перенесем на выход звена с ПФ $W_3(p)$ (рис. 1, *г*, где $W_9(p) = W_7^{-1}(p)\,W_8^{-1}(p)$); звенья с ПФ $W_7(p)$, $W_8(p)$, $W_1(p)$, $W_4(p)$, соединенные в цепь обратной связи, представим одним звеном с эквивалентной ПФ:

$$W_{10}(p) = W_7(p)\,W_8(p)\,W_1(p)\,/\,(1 + W_7(p)\,W_8(p)\,W_1(p)\,W_4(p)).$$

В результате исходная структурная схема (рис. 1, *а*) представлена в одноконтурном виде (рис. 1, *д*).



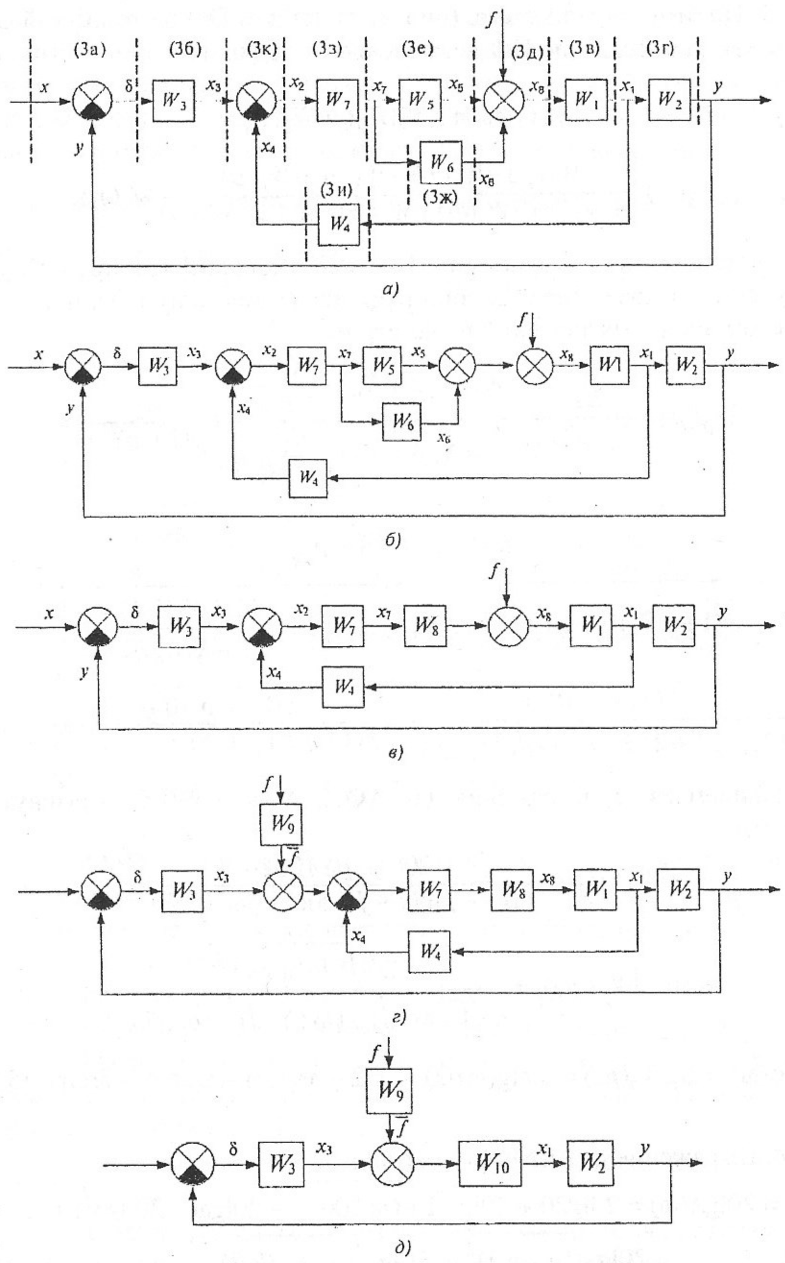


**Рис. 1**

3. По структурной схеме (рис. 1, *д*) найдем ПФ разомкнутой системы как произведение ПФ всех звеньев, входящих в замкнутый контур:

$$W_p(p)=W_3(p)W_{10}(p)W_2(p)=$$

$$=W_3(p)\frac{W_7(p)\cdot[W_5(p)+W_6(p)]\cdot W_1(p)}{1+W_7(p)\cdot[W_5(p)+W_6(p)]\cdot W_1(p)\cdot W_4(p)}W_2(p). \qquad (4)$$

Подставив в (4) выражения ПФ из соотношений (3), преобразуем полученное выражение к дробно-рациональному виду и запишем его с учетом числовых значений параметров:

$$W_p(p)=\frac{K_3}{1+pT_3}\frac{K_7(K_5p+K_6)\dfrac{K_1}{1+pT_1}}{1+K_7(K_5p+K_6)\dfrac{K_1}{1+pT_1}K_4}\frac{K_2}{p(1+pT_2)}=$$

$$=\frac{K_1K_2K_3K_6K_7\left(1+p\dfrac{K_5}{K_6}\right)}{p(1+pT_2)(1+pT_3)(1+K_1K_4K_6K_7)\left(1+p\dfrac{T_1+K_1K_4K_5K_7}{1+K_1K_4K_6K_7}\right)}=$$

$$=\frac{2(1+p\,100)}{178{,}5p^4+19{,}2p^3+41{,}7p^2+p}=\frac{20(1+p\,100)}{p(1+p)(1+p\,5)(1+p\,35{,}7)}. \qquad (5)$$

Найдем из (5) выражения для АФХ, АЧХ и ФЧХ разомкнутой системы:

$$W_p(j\omega)=\frac{20(1+j\omega\,100)}{j\omega(1+j\omega)(1+j\omega\,5)(1+j\omega\,35{,}7)};$$

$$A(\omega)=\left|W_p(jw)\right|=\frac{20\sqrt{1+(\omega\,100)^2}}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{1+(\omega\,5)^2}\sqrt{1+(\omega\,35{,}7)^2}};$$

$\varphi(\omega)=\arg W_p(j\omega)=\mathrm{arctg}(\omega 100)-\pi/2-\mathrm{arctg}\omega-\mathrm{arct}\omega 5-\mathrm{arctg}\omega 35{,}7.$

4. Выражение для ЛАЧХ имеет вид:

$$L(\omega)=20\lg A(\omega)=20\lg 20+20\lg\sqrt{1+(\omega\,100)^2}-20\lg\omega-20\lg\sqrt{1+\omega^2}-$$
$$-20\lg\sqrt{1+(\omega\,5)^2}-20\lg\sqrt{1+(\omega\,35{,}7)^2}. \qquad (6)$$



Построим ас. ЛАЧХ, пользуясь следующим приемом: в зависимости от значения частоты под знаком радикала пренебрегаем меньшим из двух слагаемых. Очевидно, что каждому радикалу соответствуют два диапазона частот со своим значением сопрягающей (граничной) частоты, при которой изменяется соотношение между значениями слагаемых. Для радикала вида $\sqrt{1+(\omega T)^2}$ оно равно $\omega=\dfrac{1}{T}$.

Найдем сопрягающие частоты:

$\omega_1 = 1/100 = 10^{-2}$ с$^{-1}$; $\omega_2 = 1/35{,}7 = 2{,}8\cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$;
$\omega_3 = 1/5 = 20\cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$; $\omega_4 = 1$ с$^{-1}$.

Запишем выражения для ас. ЛАЧХ $\overline{L}$ в различных диапазонах частот.

1) $0 \le \omega \le \omega_1$; $1>(\omega 100)^2$; $1>\omega^2$; $1>(\omega 5)^2$; $1>(\omega 35{,}7)^2$;
$\overline{L}_1 = 20\lg 20 - 20\lg\omega$;

2) $\omega_1 \le \omega \le \omega_2$; $1<(\omega 100)^2$; $1>\omega^2$; $1>(\omega 5)^2$; $1>(\omega 35{,}7)^2$;
$\overline{L}_2 = 20\lg 20 - 20\lg\omega + 20\lg\omega 100 = \overline{L}_1 + 20\lg\omega 100$;

3) $\omega_2 \le \omega \le \omega_3$; $1<(\omega 100)^2$; $1>\omega^2$; $1>(\omega 5)^2$; $1<(\omega 35{,}7)^2$;
$\overline{L}_3 = 20\lg 20 - 20\lg\omega + 20\lg\omega 100 - 20\lg\omega 35{,}7 = \overline{L}_2 - 20\lg\omega 35{,}7$;

4) $\omega_3 \le \omega \le \omega_4$; $1<(\omega 100)^2$; $1>\omega^2$; $1<(\omega 5)^2$; $1<(\omega 35{,}7)^2$;
$\overline{L}_4 = 20\lg 20 - 20\lg\omega - 20\lg\omega 100 - 20\lg\omega 35{,}7 - 20\lg\omega 5 =$
$=\overline{L}_3 - 20\lg\omega 5$;

5) $\omega_4 \le \omega \le \infty$; $1<(\omega 100)^2$; $1<\omega^2$; $1<(\omega 5)^2$; $1<(\omega 35{,}7)^2$;
$\overline{L}_4 = 20\lg 20 - 20\lg\omega + 20\lg\omega 100 - 20\lg\omega 35{,}7 - 20\lg\omega 5 - 20\lg\omega 1 =$
$= \overline{L}_4 - 20\lg\omega 1$.

Ас. ЛАЧХ и ЛФЧХ представлены на рис. 2. На рис. 3 представлен ожидаемый характер изменения АФХ. Из них следует следующее асимптотическое поведение частотных характеристик:

при $\omega \to 0$: $A(\omega) \to \infty$, $\varphi(\omega) \to -\pi/2$;
при $\omega \to \infty$: $A(\omega) \to 0$, $\varphi(\omega) \to -3\pi/2$.

5. При использовании стандартных ППП (например, MATLAB, MATHCAD и др.) для построения частотных характеристик разомкнутой системы необходимо задать ее исходную модель. Она может задаваться в различных формах:

а) в виде передаточной функции $W_p(p)$ согласно соотношению (5);

б) в виде структурной схемы разомкнутой системы, которая представляет собой последовательное соединение звеньев с ПФ $W_3(p)$, $W_{10}(p)$ и $W_2(p)$ (рис. 1, *д*).

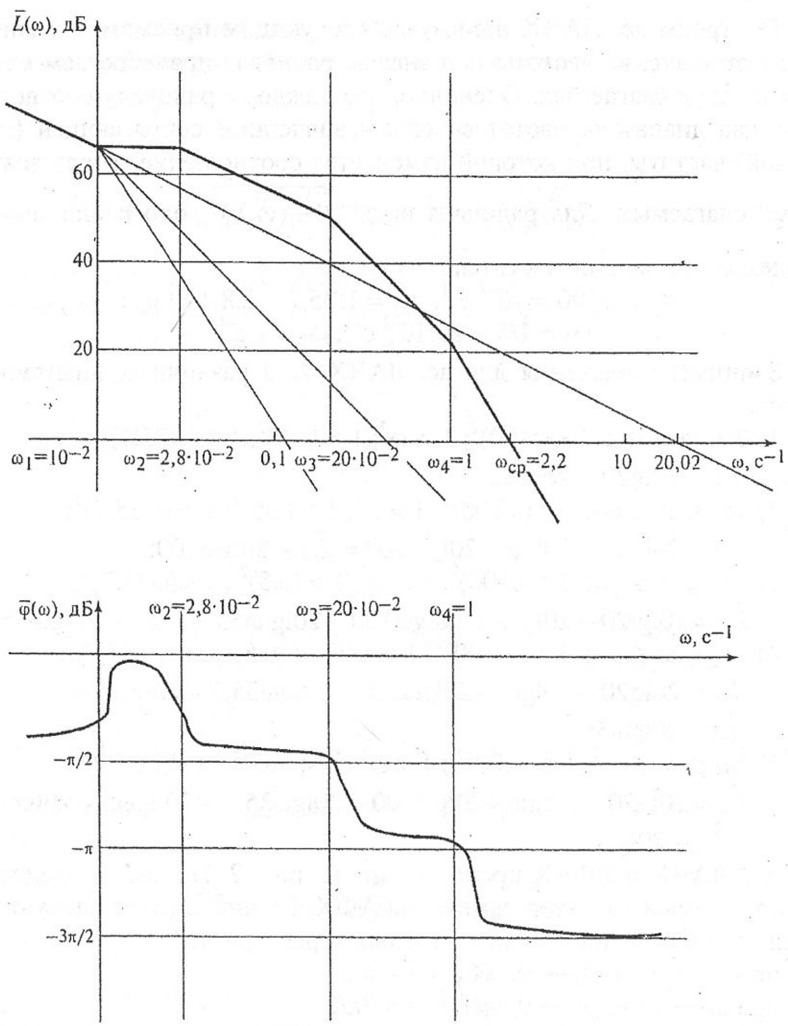


**Рис. 2**



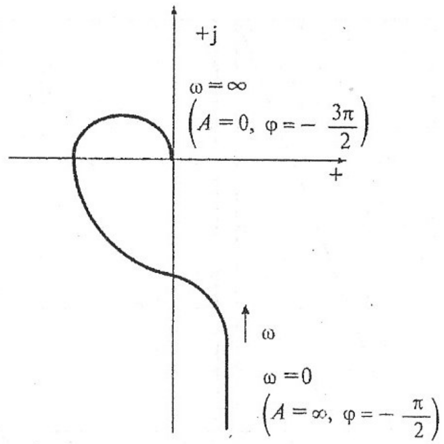


**Рис. 3**

в) в виде системы дифференциальных уравнений (ДУ), представленной в нормальной форме Коши. Для этого в системе (1) надо: опустить уравнение цепи обратной связи (1а); в (1б) положить $\delta = x$; путем преобразований исключить из системы (1) алгебраические уравнения (1ж)—(1к), получив систему относительно переменных $x$, $y$, $x_1$, $x_3$; уравнение 2-го порядка (1г) представить двумя уравнениями 1-го порядка, введя дополнительную переменную.

Возможен другой вариант получения системы в нормальной форме Коши для разомкнутой САР. Для этого по ПФ разомкнутой системы (5) необходимо записать ее ДУ «вход—выход», которое далее представить системой ДУ 1-го порядка, разрешенных относительно производной в левой части уравнений.

Для построения частотных характеристик в настоящем примере воспользуемся ППП MATLAB. Модель разомкнутой системы зададим ее передаточной функцией (5). Полученные ЛАЧХ и ЛФЧХ представлены на рис. 4, а АФХ — на рис. 5.

Для построения ас. ЛАЧХ точную ЛАЧХ аппроксимируем отрезками прямых с наклонами, кратными ± 20 дБ/дек.

6. Определим запас по фазе и запас по модулю исследуемой системы. Запас по фазе $\gamma$ определяется по соотношению $\gamma = 180° + \varphi(\omega_{ср})$, где $\omega_{ср}$ — частота среза, на которой выполняется соотношение $A(\omega_{ср}) = |W_p(j\omega_{ср})| = 1$. Запас по модулю $\beta$ находится по выражению $\beta = 1 / A(\omega_\pi)$, где $\omega_\pi$ отвечает условию $\varphi(\omega_\pi) = \arg W_p(j\omega_\pi) = -\pi$.

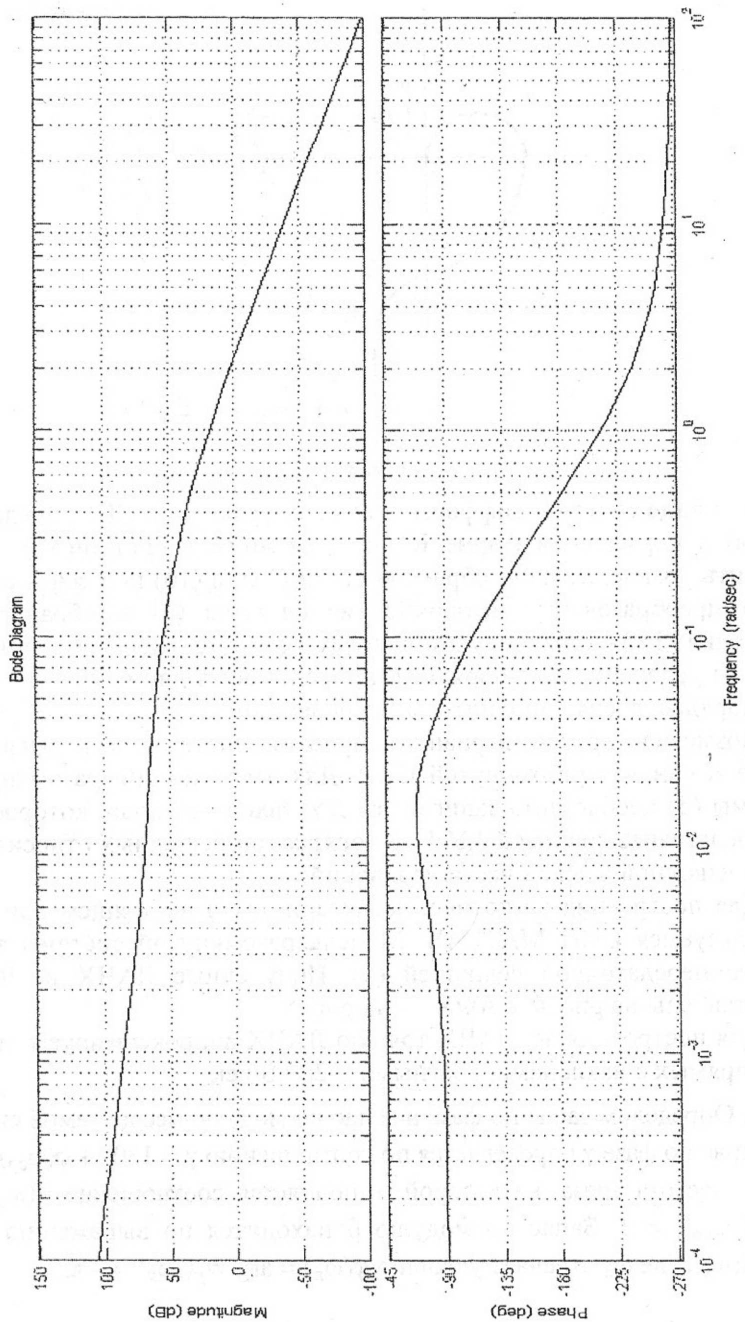


**Рис. 4**



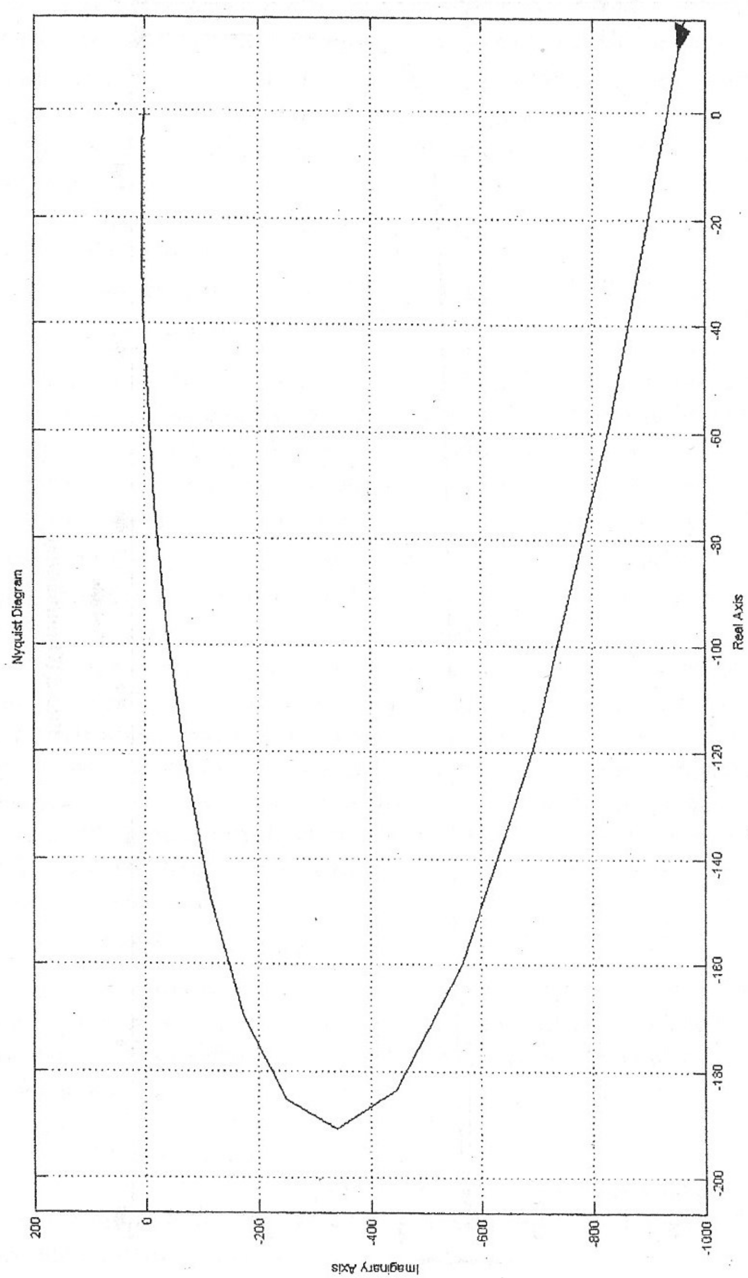


**Рис. 5 (Начало)**

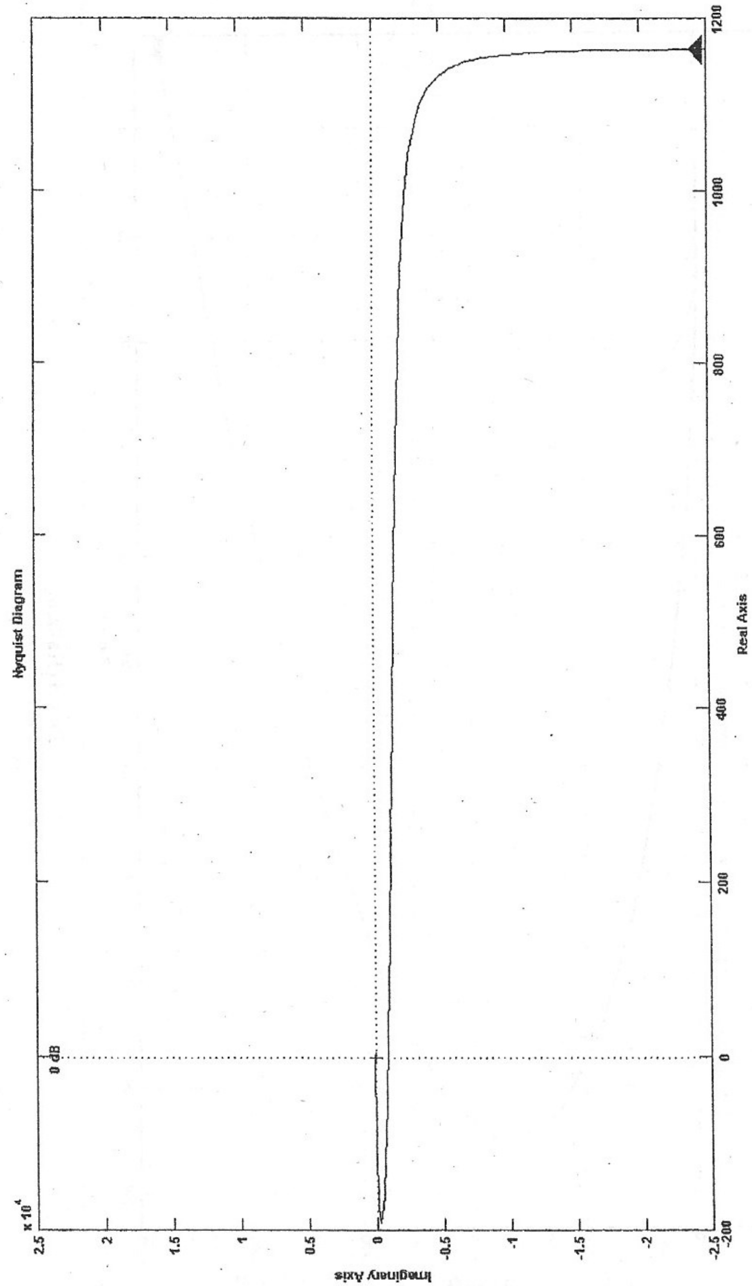


Рис. 5 (Окончание)



Данные показатели могут быть определены по логарифмическим частотным характеристикам. Для нахождения запаса по фазе $\gamma$ по ЛФЧХ находим значение $\varphi(\omega_{ср})$ как значение ЛФЧХ на частоте пересечения ЛАЧХ с осью частот, то есть на частоте $\omega_{ср}$, на которой выполняется соотношение $L(\omega_{ср}) = 20\lg A(\omega_{ср}) = 0$.

Для запаса по модулю в логарифмическом масштабе $\Delta L$ справедливо выражение:

$\Delta L = 20\lg \beta = -20\lg A(\omega_\pi) = -L(\omega_\pi)$, где $\omega_\pi$ — частота пересечения ЛФЧХ с прямой $\varphi = -\pi$.

Из характеристик на рис. 4 получаем: $\omega_{ср} = 2{,}17$ с$^{-1}$; $\omega_\pi = 0{,}47$ с$^{-1}$; $\gamma = -59°$; $\Delta L = 32{,}4$ дБ; $A(\omega_\pi) = 41{,}69$; $\beta = 0{,}024$.

Суждение об устойчивости замкнутой САР может быть сделано по любому из найденных показателей $\gamma < 0$ (САР неустойчива); $\Delta L > 0$ (САР неустойчива); $\beta < 1$ (САР неустойчива).

Предельное значение коэффициента усиления $K_{пр}$ определяется из соотношения $K_{пр}/K = 1 / A(\omega_\pi)$, где $K$ — коэффициент усиления разомкнутой САР. Откуда имеем, что $K_{пр} = K\beta = 20 \cdot 0{,}024 = 0{,}48$ (значение $K$ взято из выражения (5) для $W_p(p)$). Поскольку $K > K_{пр}$ ($20 > 0{,}48$), то замкнутая система неустойчива.

7. Определить $K_{пр}$ с помощью алгебраических критериев устойчивости можно на основе одного из критериев: Гурвица, Рауса, Льенара и Шипара. Воспользуемся критерием Гурвица. Составим характеристическое уравнение замкнутой системы. Ее характеристический полином получается суммированием полиномов числителя и знаменателя ПФ разомкнутой системы (5). При этом выражение для $K = (K_1 K_2 K_3 K_6 K_7)/(1 + K_1 K_4 K_6 K_7)$ записывается в общем виде. В результате имеем

$$178{,}5\, p^4 + 219{,}2\, p^3 + 41{,}7\, p^2 + (1 + 100\, K)\, p + K = 0.$$

Для системы 4-го порядка с характеристическим уравнением вида $d_0 p^4 + d_1 p^3 + d_2 p^2 + d_3 p + d_4 = 0$ необходимым и достаточным условием устойчивости по Гурвицу является выполнение следующих требований:

а) $d_0 > 0$, $d_1 > 0$, $d_2 > 0$, $d_3 > 0$, $d_4 > 0$;

б) $d_3 (d_1 d_2 - d_0\ d_3) - d^2_1 d_4 > 0$.

С учетом, что рассматриваются только положительные значения $K$, требования а) выполняется. Соотношение б) приводит к требованию выполнения неравенства:

$$17{,}9\,K^2 - 8{,}3\,K - 0{,}1 < 0.$$

Найдем корни полинома в левой части неравенства ($K^1{}_1 = 0{,}48$; $K^1{}_2 = -0{,}01$) и преобразуем его к следующему виду:

$$17{,}9\,(K - 0{,}48)(K + 0{,}01) < 0.$$

Данное неравенство выполняется при:

1) $K - 0{,}48 > 0$; $K + 0{,}01 < 0$ и

2) $K - 0{,}48 < 0$; $K + 0{,}01 > 0$.

Условия 1) на допустимые значения $K$ являются несовместными, а условия 2) определяют допустимый диапазон значений $K$: $-0{,}01 < K < 0{,}48$. Откуда $K_{\text{пр}} = 0{,}48$.

Данное значение $K_{\text{пр}}$ совпадает с найденным в п. 5 по частотным характеристикам.

8. Определим ПФ ошибки по управляющему воздействию $x(t)$ – $W_\delta(p)$ и ПФ ошибки по возмущению $W_f(p)$ по структурной схеме рис. 1, *д*.

$$W_\delta(p) = \frac{\delta(p)}{X(p)}\Big|_{f=0} = \frac{1}{1+W_p(p)} = \frac{1}{1+\dfrac{20(1+p\ \ 100)}{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+p}} =$$

$$= \frac{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+p}{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+2001\,p+20};$$

$$W_f(p) = \frac{\delta(p)}{f(p)}\Big|_{X=0} = \frac{\delta(p)}{f(p)}\Big|_{X=0} W_9(p) = W_9(p)\frac{W_{10}(p)W_2(p)(-1)}{1+W_{10}(p)W_2(p)W_3(p)} =$$

$$= \frac{-W_1(p)W_2(p)}{W_7(p)[W_5(p)+W_6(p)]W_1(p)W_4(p)+W_3(p)W_2(p)W_7(p)[W_5(p)+W_6(p)]W_1(p)} =$$

$$= \frac{-20\,p-20}{200\,p^4+242\,p^3+14042{,}4\,p^2+1540{,}4\,p+20}.$$

Статическую ошибку по управляющему воздействию $\Delta_{\text{ст}}$ найдем с использованием теоремы о предельном значении функции:

$$\Delta_{\text{ст}} = \lim_{t\to\infty}\delta(t)\big|_{x(t)=u(t)} = \lim_{p\to0} p\delta(p) = \lim_{p\to0} p\ W_\delta(p)\frac{1}{p} =$$

$$= \lim_{p\to\infty}\frac{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+p}{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+2001\,p+20} = 0.$$



Аналогично найдем статическую ошибку по возмущению:

$$\Delta_f = \lim_{p\to0} p\ W_f(p)\frac{1}{p} =$$

$$= \lim_{p\to0}\frac{-20\,p-20}{200\,p^4+242\,p^3+14042{,}4\,p^2+1540{,}4\,p+28} = -0{,}71.$$

Найдем кинетическую ошибку:

$$\Delta_{\text{кин}} = \lim_{t\to\infty}\delta(t)\big|_{x(t)=0{,}5t} = \lim_{p\to0} pW_\delta(p)\frac{0{,}5}{p^2} =$$

$$= \lim_{p\to0}\frac{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+p}{178{,}5\,p^4+219{,}2\,p^3+41{,}7\,p^2+2001\,p+20}\ \frac{0{,}5}{p} = 0{,}025.$$

Определим динамическую ошибку по амплитуде $\Delta_{\text{дин}}$:

$$\Delta_{\text{дин}} = |W_\delta(j\omega_0)|\,a = \frac{a}{|1+W_p(j\omega_0)|}.$$

При $|W_p(j\omega_0)| >> 1$ найти $\Delta_{\text{дин}}$ можно по соотношению: $\Delta_{\text{дин}} = \dfrac{a}{|A(\omega_0)|}$.

По ЛАЧХ (рис. 4) найдем $L(\omega_0)$, где $\omega_0 = 0{,}1\omega_{\text{ср}} = 0{,}22$ с$^{-1}$: $L(0{,}22) = 20\lg A\,(0{,}22) = 50$дБ. Откуда $A(0{,}22) = 316{,}2$.

Значение $\Delta_{\text{дин}}$ определяем при $a = 1$: $\Delta_{\text{дин}} = \dfrac{1}{316{,}2} = 3\cdot10^{-3}$.

# 3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ НА ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

*Исходные данные и задание на выполнение типового расчета.*

Дана математическая модель описания физической системы автоматического регулирования (САР) по ошибке в форме системы линейных дифференциальных и алгебраических уравнений, связывающих входное (управляющее) воздействие $x(t)$, возмущающее воздействие $f(t)$ и выходную (регулируемую) величину $y(t)$. Внешние воздействия $x(t)$ и $f(t)$ отсутствовали при $t < 0$.

*Требуется* провести следующие исследования:

1. По заданной системе уравнений построить математическую модель описания САР в форме структурной схемы.

2. Преобразовать полученную структурную схему к одноконтурному виду.

3. Определить передаточную функцию (ПФ) и выражения для частотных характеристик разомкнутой системы: амплитудно-фазовой (АФХ), амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ).

4. Построить ожидаемые асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную и логарифмическую фазочастотную характеристики (ас. ЛАЧХ и ЛФЧХ), а также АФХ разомкнутой системы.

5. С помощью одного из стандартных ППП построить точные характеристики разомкнутой системы: ЛАЧХ, ЛФЧХ, АФХ. Сравнить их с ожидаемыми характеристиками, полученными в п. 4.

6. По частотным характеристикам разомкнутой системы, полученным в п. 5, определить для замкнутой системы запас по фазе $\gamma$, запас по модулю $\beta$ и предельный коэффициент усиления $K_{пр}$ и дать заключение об её устойчивости.

7. Определить $K_{пр}$ с помощью одного из алгебраических критериев устойчивости и сравнить его значение с полученным в п. 6.

8. Найти передаточные функции ошибки в замкнутой системе по управляющему воздействию $x(t)$ и возмущению $f(t)$. Определить статическую, кинетическую, динамическую ошибки по управляющему воздействию и статическую ошибку по возмущению. Статические ошибки определяются при единичных ступенчатых воздействиях $x(t) = u(t)$, $f(t) = u(t)$, кинетическая ошибка — при $x(t) = 0{,}5t$ , динамическая ошибка по амплитуде — при гармоническом воздействии $x(t) = a \sin \omega_0 t$ с $a = 1$, $\omega_0 = 0{,}1\,\omega_{ср}$, где $\omega_{ср}$ — частота среза.



**1.**

$$\begin{cases} T_1 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2(x + x_1 - y) \\ x_1 = K_1 x_5 \\ y = K_4 x_4 \\ T_2 \dfrac{d^2 x_4}{dt^2} + \dfrac{dx_4}{dt} = K_3 x_2 \\ x_6 = K_6 x_4 + f \\ x_5 = -x_6 \\ K_1 = 0{,}5 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 100 \quad K_4 = 0{,}02 \quad K_6 = 15 \\ T_1 = 0{,}1\text{ с} \quad T_2 = 2\text{ с} \end{cases}$$

**2.**

$$\begin{cases} T_2 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3(x + x_1 - y) \\ x_1 = K_1 \dfrac{dx_8}{dt} \\ x_2 = x_3 + x_4 + f \\ x_4 = K_4 y \\ x_7 = K_7 x_2 \\ x_8 = -(x_5 + x_6) \\ T_5 \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 x_7 \\ T_6 \dfrac{dx_6}{dt} + x_6 = K_6 x_7 \\ y = K_2 x_8 \\ K_1 = 0{,}1 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 100 \quad K_4 = 4 \\ K_5 = 5 \quad K_6 = 0{,}02 \\ K_7 = 5 \quad T_1 = 0{,}75\text{ с} \quad T_2 = 2\text{ с} \\ T_5 = 10\text{ с} \quad T_6 = 50\text{ с} \end{cases}$$

**3.**

$$\begin{cases} x_6 = x - y \\ x_3 = -x_2 \\ x_2 = K_3(x_5 + x_6 + f) \\ T_2 \dfrac{d^2 x_5}{dt^2} + T_3 \dfrac{dx_5}{dt} = K_5 x_3 \\ T_1 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 x_3 \\ y = K_2 \dfrac{dx_4}{dt} \\ K_2 = 2{,}5 \quad K_3 = 0{,}02 \quad K_4 = 100 \quad K_5 = 7 \\ T_1 = 2\text{ с} \quad T_2 = 5\text{ с} \quad T_3 = 0{,}5\text{ с} \end{cases}$$

**4.**

$$\begin{cases} T_2 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3(x - y + x_2) \\ x_4 = K_4 x_2 \\ x_1 = x_3 + x_4 \\ T_5 \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 x_1 \\ T_6 \dfrac{dx_6}{dt} = K_6 x_1 \\ x_7 = -(x_5 + x_6) + f \\ y = K_1 \dfrac{dx_7}{dt} \\ x_2 = K_2 x_7 \\ K_1 = 100 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 3 \quad K_4 = 0{,}1 \quad K_5 = 5 \\ K_6 = 2 \quad T_1 = 1\text{ с} \quad T_2 = 2\text{ с} \quad T_5 = 10\text{ с} \quad T_6 = 50\text{ с} \end{cases}$$

**5.**

$$\begin{cases} T_1\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=K_2\left(x+x_1-y\right) \\ x_4=K_4\left(x+x_1-y\right) \\ \dfrac{dx_3}{dt}=K_3x_2 \\ x_6=x_3+x_4+f \\ y=K_6x_6 \\ x_7=K_7x_6 \\ T_2\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=K_5\dfrac{dx_2}{dt} \\ x_1=x_5+x_7 \\ K_2=2\ \ K_3=10{,}5\ \ K_4=150\ \ K_5=0{,}01 \\ K_6=7\ \ K_7=0{,}3\ \ T_1=0{,}5\ \text{с}\ \ T_2=2\ \text{с} \end{cases}$$

**6.**

$$\begin{cases} T_1\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=K_2\left(x-y-x_6\right) \\ T_2\dfrac{d^2x_3}{dt^2}+\dfrac{dx_3}{dt}=K_3x_2 \\ x_4=K_4\left(x-y-x_6\right) \\ x_1=x_3+x_4+f \\ x_6=K_6\dfrac{dx_1}{dt} \\ x_7=K_7x_1 \\ T_3\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=K_5\dfrac{dx_2}{dt} \\ y=K_1\left(x_7-x_5\right) \\ K_1=1{,}5\ \ K_2=10\ \ K_3=0{,}05 \\ K_4=120\ \ K_5=15 \\ K_6=0{,}2\ K_7=2\ \ T_1=0{,}1\ \text{с} \\ T_2=2\ \text{с}\ \ T_3=8\,\text{с} \end{cases}$$

**7.**

$$\begin{cases} T_2\dfrac{d^2x_3}{dt^2}+T_1\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=K_3\left(x-y+x_2\right) \\ x_4=K_4x_2 \\ x_1=x_3+x_4+f \\ x_6=K_6x_1 \\ T_3\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=K_5x_7 \\ x_7=x_6-x_5 \\ y=K_1\dfrac{dx_7}{dt} \\ x_2=K_2x_7 \\ K_1=2\ \ K_2=10\ \ K_3=5\ \ K_4=100\ \ K_5=0{,}1 \\ K_6=0{,}02\ \ T_1=1\ \text{с}\ \ T_2=2\ \text{с}\ \ T_3=10\ \text{с} \end{cases}$$

**8.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ x_1=5\delta \\ x_4=0{,}1\dfrac{dx}{dt} \\ 2\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_2 \\ x_5=x_2+f \\ 0{,}3\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=20\left(x_1+x_4\right) \end{cases}$$



**9.**

$$\begin{cases} T_2\dfrac{d^2x_4}{dt^2}+\dfrac{dx_4}{dt}=K_2\left(x+x_1-y\right) \\ x_3=K_3x_4 \\ T_3\dfrac{dy}{dt}+y=K_4\dfrac{dx_3}{dt} \\ x_6=K_6x_3 \\ x_2=-\left(x_3+x_6\right)+f \\ T_1\dfrac{dx_1}{dt}+x_1=K_1x_2 \\ K_1=10{,}5\ \ K_2=0{,}1\ \ K_3=100\ \ K_4=0{,}015 \\ K_6=2\ \ \ T_1=1\ \text{с}\ \ T_2=2\ \text{с}\ \ T_3=10\ \text{с} \end{cases}$$

**10.**

$$\begin{cases} T_1\dfrac{dx}{dt}+x_1=K_1y \\ \delta=x-y \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=K_2\left(x_1-x_4+f\right) \\ \dfrac{dx_3}{dt}+x_3=K_3\dfrac{dx_2}{dt}+x_2 \\ \dfrac{dx_4}{dt}=K_4x_3 \\ T_5\dfrac{dy}{dt}+y=K_5\left(\delta-x_4\right) \\ K_1=0{,}5\ \ K_2=2\ \ K_3=10\ \ K_4=2\ \ K_5=5 \\ T_1=0{,}1\ \text{с}\ \ T_2=2\ \text{с}\ \ T_5=10\ \text{с} \end{cases}$$

**11.**

$$\begin{cases} x_1=K_1y \\ \delta=x-y \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=K_2\left(x_1-x_3\right) \\ \dfrac{dx_3}{dt}=K_3\left(x_1+x_2+f\right) \\ T_4\dfrac{dy}{dt}+y=K_4\left(\delta-x_3\right) \\ K_1=10\ \ \ K_2=2\ \ \ K_3=0{,}5\ \ \ K_4=7 \\ T_2=1\ \text{с}\ \ \ T_4=5\ \text{с} \end{cases}$$

**12.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ x_1=0{,}5\delta \\ x_4=7x \\ 0{,}5\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=100\left(x_1+x_4+f\right) \\ \dfrac{d^3y}{dt^3}+2\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_2 \end{cases}$$

**13.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ x_1=50\delta \\ \dfrac{dx_2}{dt}=0{,}2x_1 \\ 0{,}3\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=10x_2 \\ \dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_3+f \end{cases}$$

**14.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ \dfrac{dx_3}{dt}+x_3=\delta \\ \dfrac{dx_4}{dt}+x_4=10x_3 \\ 0{,}5\dfrac{d^2x_5}{dt^2}+\dfrac{dx_5}{dt}=x_4+f \\ 0{,}5\dfrac{dx_1}{dt}+x_1=20x_5 \\ 0{,}1\dfrac{dy}{dt}+y=5x_1 \end{cases}$$

**15.**

$$\begin{cases} y = x + x_3 + f \\ \delta = x - y \\ T_3 \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 x_2 \\ x_2 = \delta - x_4 \\ T_4 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 y \\ K_3 = 5 \quad K_4 = 25 \quad T_3 = 0{,}5 \text{ с} \quad T_4 = 10 \text{ с} \end{cases}$$

**16.**

$$\begin{cases} x_2 = K_1 x \\ \delta = x - y \\ T_1 \dfrac{dy}{dt} = x_5 \\ x_5 = x_2 + x_3 + f \\ x_3 = \delta - x_4 \\ T_2 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 y \\ K_1 = 2 \quad K_4 = 10 \quad T_1 = 0{,}2 \text{ с} \quad T_2 = 5 \text{ с} \end{cases}$$

**17.**

$$\begin{cases} y = \delta - x_3 \\ \delta = x - y \\ T_3 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3 \left( T_2 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 \right) \\ x_2 = x_4 + y + f \\ T_4 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 y \\ K_3 = 50 \quad K_4 = 2 \\ T_2 = 2 \text{ с} \quad T_3 = 0{,}5 \text{ с} \quad T_4 = 5 \text{ с} \end{cases}$$

**18.**

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 (x - y) \\ x_6 = x_3 + x_4 \\ T_5 \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 \dfrac{dx_6}{dt} \\ x_7 = -(x_5 + x_6) + f \\ x_1 = K_1 x_7 \\ T_2 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 x_7 \\ y = K_6 (x_1 + x_2) \\ x_4 = K_4 x_2 \\ K_1 = 2{,}5 \quad K_2 = 1{,}5 \quad K_3 = 0{,}1 \quad K_4 = 5 \quad K_5 = 10 \\ K_6 = 20 \quad T_2 = 2 \text{ с} \quad T_3 = 5 \text{ с} \quad T_5 = 10 \text{ с} \end{cases}$$

**19.**

$$\begin{cases} T_2 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3 (x + y - x_2) \\ T_4 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 x_2 \\ x_1 = x_3 + x_4 \\ x_5 = K_5 x_1 \\ x_6 = -(x_5 + x_1) + f \\ y = K_1 x_6 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = K_2 x_6 \\ K_1 = 10 \quad K_2 = 100 \quad K_3 = 3 \quad K_4 = 0{,}1 \quad K_5 = 0{,}5 \\ T_1 = 0{,}5 \text{ с} \quad T_2 = 1 \text{ с} \quad T_4 = 10 \text{ с} \end{cases}$$

**20.**

$$\begin{cases} \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 (x - y - x_4) \\ x_4 = K_4 x_3 \\ x_1 = K_1 x_3 \\ x_5 = x_1 + f \\ T_1 \dfrac{d^2 y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} = K_2 (x_5 - y) \\ K_1 = 100 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 0{,}02 \quad K_4 = 0{,}1 \\ T_1 = 10 \text{ с} \end{cases}$$



**21.**

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 (x + y) \\ x_2 = x_3 + x_4 \\ x_5 = K_5 \dfrac{dx_2}{dt} \\ x_6 = K_6 x_2 \\ x_7 = x_5 + x_6 + f \\ x_8 = -x_7 \\ T_1 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 x_8 \\ T_2 \dfrac{dy}{dt} + y = K_2 x_1 \\ x_4 = K_4 x_1 \\ K_1 = 2 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 10 \quad K_4 = 50 \quad K_5 = 0{,}01 \\ K_6 = 0{,}1 \quad T_1 = 10 \text{ с} \quad T_2 = 2 \text{ с} \quad T_3 = 0{,}5 \text{ с} \end{cases}$$

**22.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ y = x_5 + x_6 \\ T_1 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 \delta \\ T_2 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 x_1 \\ T_3 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 x_2 \\ x_4 = K_4 x_1 \\ x_7 = x_3 + x_4 + f \\ x_5 = K_5 \dfrac{dx_7}{dt} \\ x_6 = K_6 x_7 \\ K_1 = 0{,}1 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 100 \quad K_4 = 5 \quad K_5 = 0{,}05 \\ K_6 = 7 \quad T_1 = 2 \text{ с} \quad T_2 = 5 \text{ с} \quad T_3 = 10 \text{ с} \end{cases}$$

**23.**

$$\begin{cases} x_1 = K_1 x \\ T_1 \dfrac{dy}{dt} = x_4 \\ x_4 = x_1 - x_2 \\ \delta = x - y \\ x_2 = \delta + x_3 \\ T_3 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3 y \\ K_1 = 2 \quad K_3 = 4 \quad T_1 = 0{,}01 \text{ с} \quad T_3 = 0{,}5 \text{ с} \end{cases}$$

**24.**

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3 (x + x_1 + y) \\ x_4 = K_4 y \\ x_2 = x_3 + x_4 + f \\ x_6 = K_6 x_2 \\ T_5 \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 \dfrac{dx_6}{dt} \\ x_7 = -(x_5 + x_6) \\ T_2 \dfrac{dy}{dt} + y = K_2 x_7 \\ x_1 = K_1 x_7 \\ K_1 = 1{,}5 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 15 \quad K_4 = 7 \quad K_5 = 75 \\ K_6 = 0{,}01 \quad T_2 = 0{,}7 \text{ с} \quad T_3 = 1{,}8 \text{ с} \quad T_5 = 7 \text{ с} \end{cases}$$

**25.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_1 = 50\delta \\ 0{,}05\dfrac{d^2x_2}{dt^2} + 0{,}6\dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = 100x_1 \\ x_3 = x_2 + f \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} = 0{,}1x_3 \end{cases}$$

**26.**

$$\begin{cases} T_3\dfrac{d^2x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3(x+y) \\ T_2\dfrac{dy}{dt} + y = K_2x_1 \\ T_1\dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1x_8 \\ x_8 = -x_7 \\ x_7 = x_5 + x_6 + f \\ x_5 = K_5\dfrac{dx_2}{dt} \\ x_6 = K_6x_2 \\ x_4 = K_4x_1 \\ x_2 = x_3 + x_4 \\ K_1 = 2\ \ K_2 = 4\ \ K_3 = 0{,}1\ \ K_4 = 15 \\ K_5 = 100\ \ K_6 = 7 \\ T_1 = 0{,}5\text{ c}\ \ T_2 = 2\text{ c}\ \ T_3 = 5\text{ c} \end{cases}$$

**27.**

$$\begin{cases} T_2\dfrac{d^2x_3}{dt^2} + T_1\dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3(x+y-x_2) \\ x_4 = K_4x_2 \\ x_1 = x_3 + x_4 + f \\ x_7 = K_7x_1 \\ T_5\dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5x_7 \\ x_8 = -(x_5 + x_6) \\ x_6 = K_6x_7 \\ y = K_1\dfrac{dx_8}{dt} \\ x_2 = K_2x_8 \\ K_1 = 5\ \ K_2 = 10\ \ K_3 = 2\ \ K_4 = 0{,}1\ \ K_5 = 0{,}05 \\ K_6 = 7\ \ K_7 = 0{,}7\ \ T_1 = 0{,}7\text{ c}\ \ T_2 = 1\text{ c}\ \ T_5 = 5\text{ c} \end{cases}$$

**28.**

$$\begin{cases} x_1 = K_1\delta \\ T_3\dfrac{dy}{dt} + y = K_3(x_2 + x_5 + \delta) \\ x_4 = K_4x \\ x_5 = x_4 + f \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2x_1 \\ \delta = x - y \\ K_1 = 2\ \ K_2 = 5\ \ K_3 = 3\ \ K_4 = 8 \\ T_2 = 0{,}1\text{c}\ \ T_3 = 1\text{c} \end{cases}$$



**29.**

$$\begin{cases} T_3\dfrac{dy}{dt} + y = K_3(x_3 + x_4) \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2x_1 \\ x_3 = x_2 + f \\ x_1 = -K_1\delta \\ x_4 = K_4x \\ \delta = x - y \\ K_1 = 2\ \ K_2 = 4\ \ K_3 = 6\ \ K_4 = 8 \\ T_2 = 0{,}2\text{ c}\ \ T_3 = 0{,}4\text{ c} \end{cases}$$

**30.**

$$\begin{cases} x_1 = \delta - x_2 \\ \delta = x - y \\ x_2 = y + x_3 \\ T_3\dfrac{dx_3}{dt} = K_3x_1 \\ x_4 = x_1 + f \\ T_2\dfrac{dy}{dt} + y = K_2x_1 \\ K_2 = 10\ \ K_3 = 7 \\ T_2 = 10\text{ c}\ \ T_3 = 0{,}5\text{ c} \end{cases}$$

**31.**

$$\begin{cases} x_1 = \delta - x_3 \\ T_1\dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3x_2 \\ x_2 = x_1 + y \\ x_4 = x_2 + f \\ T_2\dfrac{dy}{dt} + y = K_2x_1 \\ \delta = x - y \\ K_2 = 5\ \ K_3 = 15\ \ T_1 = 2\text{ c}\ \ T_2 = 10\text{ c} \end{cases}$$

**32.**

$$\begin{cases} T_1\dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1y \\ x_2 = K_2(x_1 - x_2) \\ \dfrac{dx_3}{dt} = K_3x_2 \\ x_4 = x_3 + f \\ \delta = x - y \\ T_4\dfrac{dy}{dt} + y = K_4(\delta - x_4) \\ K_1 = 10\ \ K_2 = 2\ \ K_3 = 3\ \ K_4 = 4 \\ T_1 = 0{,}1\text{ c}\ \ T_4 = 5\text{ c} \end{cases}$$

**33.**

$$\begin{cases} x_2 = T_1\dfrac{dx}{dt} \\ \delta = x - y \\ x_3 = \delta + x_2 \\ x_4 = x_3 + f \\ T_2\dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} = K_2x_4 \\ K_2 = 100\ \ T_1 = 0{,}1\text{c}\ \ T_2 = 2\text{c} \end{cases}$$

**34.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_1 = 10\delta \\ \dfrac{dx_2}{dt} = 0{,}5x_1 \\ 0{,}1\dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = 6(x_1 + x_2) \\ x_4 = x_3 + f \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} + 2\dfrac{dy}{dt} + y = x_4 \end{cases}$$

**35.**

$$\begin{cases} x_1 = K_1 x \\ \delta = x - y \\ x_2 = x_1 + x_3 + f \\ T_1 \dfrac{dy}{dt} + y = x_2 \\ x_3 = \delta + x_4 \\ T_2 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_2 y \\ K_1 = 10 \quad K_2 = 1 \quad T_1 = 2\ \text{с} \quad T_2 = 10\ \text{с} \end{cases}$$

**36.**

$$\begin{cases} 0{,}5 \dfrac{dy}{dt} + y = \delta - x_3 \\ 2 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = y \\ x_2 = x_1 - 2x_3 \\ \delta = x - y \\ \dfrac{dx_3}{dt} = x_2 + f \end{cases}$$

**37.**

$$\begin{cases} x_7 = x - y - x_6 \\ x_1 = K_1 \dfrac{dx_7}{dt} \\ x_2 = K_2 x_7 \\ x_4 = K_4 x_2 \\ T_2^2 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3 (x_1 + x_2) \\ x_5 = x_3 + x_4 + f \\ T_5 \dfrac{dy}{dt} + y = K_5 x_5 \\ T_6 \dfrac{dx_6}{dt} + x_6 = K_6 x_5 \\ K_1 = 2 \quad K_2 = 3 \quad K_3 = 0{,}5 \quad K_4 = 10 \\ K_5 = 5 \quad K_6 = 15 \\ T_1 = 0{,}7\ \text{с} \quad T_2 = 1\ \text{с} \quad T_5 = 100\ \text{с} \quad T_6 = 50\ \text{с} \end{cases}$$

**38.**

$$\begin{cases} T_1 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 y \\ \delta = x - y \\ T_2 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 (x_1 - x_4) \\ x_3 = K_3 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 \\ \dfrac{dx_4}{dt} = K_4 x_3 \\ x_5 = x_4 + f \\ T_5 \dfrac{dy}{dt} + y = K_5 (\delta - x_5) \\ K_1 = 0{,}5 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 10 \\ K_4 = 2 \quad K_5 = 5 \\ T_1 = 0{,}1\ \text{с} \quad T_2 = 2\ \text{с} \quad T_5 = 10\ \text{с} \end{cases}$$



**39.**

$$\begin{cases} x_7 = x - y - x_6 \\ T_1 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 x_7 \\ T_2 \dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 (x_1 - x_4) + f \\ \dfrac{dx_5}{dt} = K_3 x_2 \\ T_3 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 \dfrac{dx_5}{dt} \\ y = K_5 x_2 \\ x_6 = K_6 \cdot x_5 \\ K_1 = 10 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 7 \\ K_4 = 0{,}1 \quad K_5 = 0{,}05 \\ K_6 = 3 \quad T_1 = 1\ \text{с} \quad T_2 = 5\ \text{с} \quad T_3 = 20\ \text{с} \end{cases}$$

**40.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_1 = K_1 x_7 \\ T_1 \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 x_1 \\ x_2 = K_2 x_4 \\ T_2^2 \dfrac{d^2 x_5}{dt^2} + T_3 \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 x_7 \\ x_6 = K_3 (x_2 + x_5) + f \\ y = K_6 x_6 \\ K_1 = 100 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 10 \\ K_4 = 0{,}01 \quad K_5 = 7 \\ K_6 = 2 \quad T_1 = 10\ \text{с} \quad T_2 = 2\ \text{с} \quad T_3 = 0{,}5\ \text{с} \end{cases}$$

**41.**

$$\begin{cases} T_3 \dfrac{d^2 y}{dt^2} + \dfrac{dy}{dt} = K_3 x_2 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = K_2 (x_1 - x_4) \\ x_4 = K_4 x_2 + f \\ T_1 \dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 \delta \\ \delta = x - y \\ K_1 = 3 \qquad K_2 = 5 \qquad K_3 = 7 \\ K_4 = 9 \quad T_1 = 0{,}5\ \text{с} \quad T_3 = 1\ \text{с} \end{cases}$$

**42.**

$$\begin{cases} x_8 = x - y - x_6 \\ x_1 = K_1 \dfrac{dx_8}{dt} \\ x_2 = K_2 x_8 \\ T_2^2 \dfrac{d^2 x_3}{dt^2} + T_1 \dfrac{dx_3}{dt} + x_3 = K_3 (x_1 + x_2) \\ x_4 = K_4 x_2 \\ x_5 = x_3 + x_4 + f \\ x_7 = K_7 x_5 \\ T_5 \dfrac{dy}{dt} + y = K_5 x_7 \\ x_6 = K_6 x_7 \\ K_1 = 2 \quad K_2 = 5 \quad K_3 = 0{,}2 \\ K_4 = 0{,}01 \quad K_5 = 7 \\ K_6 = 10 \quad T_1 = 0{,}5\ \text{с} \quad T_2 = 2\ \text{с} \quad T_5 = 5\ \text{с} \end{cases}$$

43.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} + y = \delta - x_4 \\ \frac{dx_1}{dt} + x_1 = y \\ x_2 = x_1 - 2x_3 \\ x_4 = x_3 + f \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 \\ \delta = x - y \end{cases}$$

44.

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_1 = K_1(\delta - x_5) \\ T_1 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2(x_1 - x_6) \\ x_4 = K_4(x_1 - x_6) \\ x_3 = K_3 x_2 \\ x_6 = K_6 \frac{dx_7}{dt} \\ x_5 = x_3 + x_4 + f \\ x_7 = K_7 x_5 \\ T_2 \frac{dy}{dt} + y = K_5 \frac{dx_2}{dt} \\ K_1 = 0{,}1 \;\; K_2 = 2 \;\; K_3 = 100 \;\; K_4 = 5 \;\; K_5 = 10 \\ K_6 = 0{,}01 \;\; K_7 = 7 \;\; T_1 = 10\text{ с} \;\; T_2 = 2\text{ с} \end{cases}$$

45.

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ y = K_7(x_5 + x_6) \\ T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 \delta \\ T_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 x_1 \\ T_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + \frac{dx_3}{dt} = K_3 x_2 \\ x_4 = K_4 \cdot x_1 \\ x_7 = x_3 + x_4 \\ x_5 = K_5 \frac{dx_7}{dt} + f \\ x_6 = K_6 \cdot x_7 \\ K_1 = 0{,}2 \;\; K_2 = 0{,}05 \;\; K_3 = 100 \;\; K_4 = 10 \\ K_5 = 2 \;\; K_6 = 5 \;\; K_7 = 7 \;\; T_1 = 0{,}2\text{ с} \\ T_2 = 2\text{ с} \;\; T_3 = 5\text{ с} \end{cases}$$

46.

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ y = x_5 + x_6 \\ T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 \delta \\ T_2 \frac{dx_2}{dt} = K_2 x_1 \\ x_4 = K_4 x_1 + f \\ T_3 \frac{dx_3}{dt} = K_3 x_2 \\ x_7 = x_3 + x_4 \\ x_6 = K_6 \frac{dx_7}{dt} \\ x_5 = K_5 \cdot x_7 \\ K_1 = 10 \;\; K_2 = 2 \;\; K_3 = 5 \;\; K_4 = 0{,}1 \;\; K_5 = 0{,}5 \\ K_6 = 15 \;\; T_1 = 10\text{ с} \;\; T_2 = 5\text{ с} \;\; T_3 = 1\text{ с} \end{cases}$$



47.

$$\begin{cases} T_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2(x + x_1 - y) \\ \frac{dx_4}{dt} = K_3 x_2 \\ T_3 \frac{dy}{dt} + y = K_4 \frac{dx_4}{dt} \\ x_6 = K_6 y \\ x_5 = K_5 x_2 + f \\ x_7 = -(x_5 + x_6) \\ T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 x_7 \\ K_1 = 5 \;\; K_2 = 0{,}5 \;\; K_3 = 0{,}01 \\ K_4 = 200 \;\; K_5 = 1{,}2 \\ K_6 = 2 \;\; T_1 = 10\text{ с} \;\; T_2 = 5\text{ с} \;\; T_3 = 0{,}1\text{ с} \end{cases}$$

48.

$$\begin{cases} x_7 = x - y - x_6 \\ T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1 x_7 \\ T_2 \frac{d^2 x_5}{dt^2} + \frac{dx_5}{dt} = K_2(x_1 - x_4) \\ x_3 = K_3 x_5 + f \\ T_3 \frac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4 \frac{dx_3}{dt} \\ y = K_5 \frac{dx_5}{dt} \\ x_6 = K_6 x_3 \\ K_1 = 2 \;\; K_2 = 10 \;\; K_3 = 100 \\ K_4 = 0{,}02 \;\; K_5 = 7 \\ K_6 = 3 \;\; T_1 = 5\text{ с} \;\; T_2 = 10\text{ с} \;\; T_3 = 100\text{ с} \end{cases}$$

49.

$$\begin{cases} x_7 = x - x_5 - y \\ x_1 = K_1 x_7 \\ T_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 x_7 \\ x_6 = K_6(x_1 + x_2) + f \\ x_4 = K_4 x_2 \\ T_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + \frac{dx_3}{dt} = K_3 x_6 \\ T_5 \frac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5 \frac{dy}{dt} \\ y = x_3 + x_4 \\ K_1 = 5 \;\; K_2 = 0{,}5 \;\; K_3 = 10 \;\; K_4 = 150 \;\; K_5 = 0{,}01 \\ K_6 = 2 \;\; T_2 = 5\text{ с} \;\; T_3 = 0{,}2\text{ с} \;\; T_5 = 20\text{ с} \end{cases}$$

50.

$$\begin{cases} x_7 = x - y - x_6 \\ x_1 = K_1 x_7 \\ T_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2 x_7 \\ x_4 = K_4 x_2 + f \\ T_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + \frac{dx_3}{dt} = K_3(x_1 + x_2) \\ x_6 = K_6 x_5 \\ x_5 = x_3 + x_4 \\ T_5 \frac{dy}{dt} + y = K_5 \frac{dx_5}{dt} \\ K_1 = 1{,}5 \;\; K_2 = 2 \;\; K_3 = 0{,}75 \\ K_4 = 1{,}8 \;\; K_5 = 20 \\ K_6 = 0{,}05 \;\; T_2 = 0{,}2\text{ с} \\ T_3 = 1\text{ с} \;\; T_5 = 5\text{ с} \end{cases}$$

**51.**

$$\begin{cases} T_3\dfrac{d^2x_3}{dt^2}+\dfrac{dx_3}{dt}=K_3\left(x+y+x_2\right) \\ x_4=K_4x_2 \\ x_1=x_3+x_4+f \\ T_5\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=K_5\dfrac{dx_1}{dt} \\ x_6=K_6x_1 \\ x_7=-\left(x_5+x_6\right) \\ y=K_1x_7 \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=K_2x_7 \\ K_1=1{,}2 \quad K_2=2 \quad K_3=5 \quad K_4=7 \quad K_5=15 \\ K_6=0{,}05 \quad T_2=0{,}2\text{ c} \quad T_3=1\text{ c} \quad T_5=5\text{ c} \end{cases}$$

**52.**

$$\begin{cases} x_5=0{,}05(x-y) \\ 0{,}01\dfrac{dy}{dt}+y=5(x_3-x_5) \\ 0{,}05\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=10(x_1+x_2+f) \\ \dfrac{dx_2}{dt}=5x_1 \\ x_1=50x_4 \\ x_4=-y \end{cases}$$

**53.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ x_1=10\delta \\ 0{,}5\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=50x_1 \\ \dfrac{d^3y}{dt^3}+2\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_2-x_5+f \\ x_5=0{,}5\left(x+0{,}1\dfrac{dx}{dt}\right) \end{cases}$$

**54.**

$$\begin{cases} x_5=0{,}05\left(x+\dfrac{dx}{dt}\right) \\ 2\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_3-x_5 \\ 0{,}3\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=20x_1 \\ x_1=5\delta \\ \delta=x-y \\ x_3=x_1+5x_2+f \end{cases}$$

**55.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ x_1=50\delta \\ x_4+\dfrac{dx_4}{dt}=0{,}5x+0{,}25\dfrac{dx}{dt} \\ 0{,}3\dfrac{d^2x_3}{dt^2}+\dfrac{dx_3}{dt}=0{,}1\left(x_2-x_4+f\right) \\ 0{,}05\dfrac{d^2x_2}{dt^2}+0{,}6\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=100x_1 \\ \dfrac{dy}{dt}=x_3 \end{cases}$$

**56.**

$$\begin{cases} 0{,}5\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=0{,}5(x-y) \\ 0{,}1\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=x_3-x_5+f \\ 0{,}05\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=10\left(x_1+x_2\right) \\ \dfrac{dx_2}{dt}=0{,}5x_1 \\ 0{,}5\dfrac{dx_1}{dt}+x_1=50x_4 \\ x_4=-y \end{cases}$$



**57.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ \dfrac{dx_1}{dt}+x_1=10\delta \\ \dfrac{dx_2}{dt}=0{,}5x_1 \\ 0{,}5\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=100\left(x_1+x_2+f\right) \\ 0{,}1\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}+y=x_3 \end{cases}$$

**58.**

$$\begin{cases} x_5=0{,}01\left(x+\dfrac{dx}{dt}\right) \\ \dfrac{d^3y}{dt}+\dfrac{d^2y}{dt}+\dfrac{dy}{dt}=x_2-x_5+f \\ \delta=x-y \\ x_1=0{,}5\delta \\ 0{,}5\dfrac{dx_2}{dt}+x_2=100x_1 \end{cases}$$

**59.**

$$\begin{cases} y=x-x_3+f \\ T_3\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=K_3\left(T_2\dfrac{dx_2}{dt}+x_2\right) \\ x_2=x_4-y+\delta \\ T_4\dfrac{dx_4}{dt}+x_4=K_4y \\ \delta=x-y \\ K_3=4 \quad K_4=7 \\ T_{21}=0{,}1\text{ c} \quad T_3=1\text{ c} \quad T_4=10\text{ c} \end{cases}$$

**60.**

$$\begin{cases} x_1=x-y+x_4 \\ \dfrac{dx_2}{dt}+x_2=T_1\dfrac{dx_1}{dt} \\ x_3=K_1x_1+f \\ T_2\dfrac{d^2x_4}{dt^2}+\dfrac{dx_4}{dt}=K_2y \\ y=x_2+x_3 \\ K_1=20 \quad K_2=5 \quad T_1=2\text{ c} \quad T_2=5\text{ c} \end{cases}$$

**61.**

$$\begin{cases} x_7=x-x_5-x_6 \\ \dfrac{dx_1}{dt}+x_1=K_1x_7 \\ x_2=K_2x_7 \\ T_2^2\dfrac{d^2x_3}{dt^2}+T_1\dfrac{dx_3}{dt}+x_3=K_3(x_1+x_2+f) \\ x_4=K_4x_2 \\ y=x_3+x_4 \\ T_3\dfrac{dx_5}{dt}+x_5=K_5y \\ x_6=K_6y \\ K_1=5 \quad K_2=0{,}3 \quad K_3=10 \quad K_4=0{,}01 \quad K_5=7 \\ K_6=1 \quad T_1=0{,}5\text{ c} \quad T_2=1\text{ c} \quad T_3=10\text{ c} \end{cases}$$

**62.**

$$\begin{cases} \delta=x-y \\ T_1\dfrac{dx_1}{dt}+x_1=K_1\dfrac{dy}{dt} \\ x_2=\delta-x_1 \\ \dfrac{dx_4}{dt}+x_4=K_2x_3 \\ x_3=x_2+x_4+f \\ T_2\dfrac{d^2y}{dt^2}+\dfrac{dy}{dt}=K_2x_3 \\ K_1=10 \quad K_2=5 \\ T_1=5\text{ c} \quad T_2=15\text{ c} \end{cases}$$

**63.**

$$\begin{cases} x_1 = K_1\delta \\ \delta = x - y \\ x_2 = x_1 - x_5 + f \\ \dfrac{d^2x_5}{dt^2} + \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_3x_2 \\ y = x + x_2 \\ K_1 = 5 \quad K_3 = 10 \end{cases}$$

**64.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_1 = K_1x \\ x_3 = \delta + x_1 \\ T_1\dfrac{dx_4}{dt} = x_3 + f \\ T_2^2\dfrac{d^2y}{dt^2} + T_3\dfrac{dy}{dt} + y = K_2x_4 \\ K_1 = 10 \quad K_2 = 20 \\ T_1 = 0{,}1\text{ c} \quad T_2 = 5\text{ c} \quad T_3 = 2\text{ c} \end{cases}$$

**65.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ T_1\dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1y \\ x_2 = K_2(x_1 - x_2) \\ \dfrac{dx_3}{dt} = K_3x_2 \\ \dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = x_3 + x_1 + f \\ T_4\dfrac{dy}{dt} + y = K_4(\delta - x_4) \\ K_1 = 5 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 8 \quad K_4 = 4 \\ T_1 = 0{,}5\text{ c} \quad T_4 = 0{,}1\text{ c} \end{cases}$$

**66.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ x_2 = K_3(x_5 + \delta) \\ x_7 = K_6x_2 \\ T_2\dfrac{d^2x_5}{dt^2} + T_3\dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5x_6 \\ T_1\dfrac{dx_4}{dt} + x_4 = K_4x_6 \\ x_1 = K_1x_6 \\ y = K_2(x_1 + x_4) \\ x_6 = x_7 + f \\ K_1 = 0{,}5 \quad K_2 = 2 \quad K_3 = 150 \quad K_4 = 0{,}01 \quad K_5 = 7 \\ K_6 = 3 \quad T_1 = 0{,}2\text{ c} \quad T_2 = 5\text{ c} \quad T_3 = 2\text{ c} \end{cases}$$



**67.**

$$\begin{cases} \delta = x - y \\ y = x_5 + x_6 \\ T_1\dfrac{dx_1}{dt} + x_1 = K_1\delta \\ T_2\dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2x_1 \\ T_3\dfrac{d^2x_3}{dt^2} + \dfrac{dx_3}{dt} = K_3x_2 \\ x_4 = K_4x_1 \\ x_8 = x_3 + x_4 + f \\ x_7 = K_7x_8 \\ \dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5\dfrac{dx_7}{dt} \\ x_6 = K_6x_7 \\ K_1 = 2 \quad K_2 = 10 \quad K_3 = 5 \\ K_4 = 7 \quad K_5 = 0{,}2 \quad K_6 = 0{,}01 \\ K_7 = 100 \quad T_1 = 5\text{ c} \quad T_2 = 10\text{ c} \\ T_3 = 100\text{ c} \end{cases}$$

**68.**

$$\begin{cases} T_1\dfrac{dx_2}{dt} + x_2 = K_2(x + x_1 - y) \\ x_4 = K_4(x_2 + x_5) \\ \dfrac{dx_3}{dt} = K_3x_2 \\ x_6 = x_3 + x_4 + f \\ y = K_6x_6 \\ x_7 = K_7x_7 \\ T_2\dfrac{dx_5}{dt} + x_5 = K_5\dfrac{dx_2}{dt} \\ x_1 = x_5 + x_7 \\ K_2 = 2 \quad K_3 = 10 \quad K_4 = 100 \quad K_5 = 5 \quad K_6 = 10 \\ K_7 = 4 \quad T_1 = 0{,}5\text{ c} \quad T_2 = 2\text{ c} \end{cases}$$

# ПРИЛОЖЕНИЕ

Определение основных характеристик динамической системы

1. Динамическое звено — математическая модель описания физического динамического объекта. Модель представляет собой четырехполюсник с заданными входной и выходной переменными (величинами) и связывающим их дифференциальным уравнением. Для объектов с постоянными во времени сосредоточенными параметрами модель описывается обыкновенным ДУ с постоянными коэффициентами:

$$a_0\, d^n y/dt^n + a_1 d^{(n-1)} y/dt^{(n-1)} + \ldots + a_n y = b_0\, d^m x/dt^m + b_1 d^{(m-1)} x/dt^{(m-1)} + \ldots + b_m x, \qquad (П1)$$

где $x(t)$, $y(t)$ — соответственно входная и выходная величины, $a_i$ и $b_\nu$ — const

$(i = \overline{0,n}\,;\, \nu = \overline{0,m})$.

Один и тот же физический объект может относиться к различным типам звеньев (то есть описываться различными моделями) в зависимости от того, какие процессы выбраны в качестве входной и выходной величин.

2. Передаточная функция звена $W(p)$ — отношение изображений по Лапласу выходной величины ко входной величине при нулевых предначальных условиях и предначальных значениях:

$$W(p) = \left.\frac{Y(p)}{X(p)}\right|_{\substack{y(-0)=y'(-0)=\ldots=y^{(n-1)}(-0)=0 \\ x(-0)=x'(-0)=\ldots=x^{m}(-0)=0}}.$$

Здесь $Y(p) = L[y(t)]$; $X(p) = L[x(t)]$; $L[.]$ — оператор прямого преобразования Лапласа; $y(-0)$, …, $y^{(n-1)}(-0)$ — предначальные условия; $x(-0)$, …, $x^{(m)}(-0)$ — предначальные значения; запись $t = -0$ означает: $t = 0 - \xi$ ($\xi > 0$; $\xi \to 0$). Существенно обратить внимание на то, что нулевыми предполагаются предначальные условия и значения, а не начальные условия и значения при $t = +0$ (то есть при $t = 0 + \xi$), которые в общем случае не равны нулю. Данные предположения выполняются, если $x(t) \equiv 0$ при $t < 0$, то есть при $t < 0$ отсутствует внешнее воздействие на систему и она находится в состоянии покоя.

Формальное правило нахождения ПФ по ДУ:

а) в ДУ (П1) производится замена производных $y^{(i)}(t)$ на $p^i\, Y(p)$, $x^{(\nu)}$ на $p^\nu\, X(p)$ $(i = \overline{0,n}\,;\, \nu = \overline{0,m})$;



б) из полученного выражения определяется отношение $Y(p)/X(p) = W(p)$.

3. Переходная функция звена $h(t)$ представляет собой реакцию звена (то есть функцию изменения выходной величины во времени) при подаче на его вход единичного ступенчатого воздействия: $h(t) = y(t)\,\big|_{x(t)=u(t)}$, где $u(t) = \begin{cases} 1, & t \ge 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases}$

Нахождение переходной функции по ПФ звена:

$$h(t) = L^{-1}[H(p)] = L^{-1}\left[W(p)\frac{1}{p}\right],$$

где $L^{-1}[.]$ — оператор обратного преобразования Лапласа. Если ПФ $W(p)$ является дробно-рациональной функцией (что имеет место для звеньев, описываемых обыкновенными ДУ), то оригинал изображения легко находится по теореме разложения или путем разложения изображения на простые дроби.

4. Весовая функция (импульсная переходная функция) звена $w(t)$ представляет собой реакцию звена на воздействие вида δ-функции: $w(t) = y(t)\,\big|_{x(t)=\delta(t)}$, где $\delta(t)$ является обобщенной функцией, описание свойств которой в терминах свойств класса обычных функций имеет вид:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0; \\ 0, & t \ne 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\,dt = 1.$$

Нахождение весовой функции по ПФ звена: $w(t) = L^{-1}[W(p)1]$.

5. Комплексный коэффициент усиления (ККУ) звена $W(j\omega)$ — это отношение записанных в комплексной форме вынужденной составляющей реакции звена к гармоническому входному воздействию:

$$W(j\omega) = \left.\frac{\dot{y}_{\text{вын}}(t)}{\dot{x}(t)}\right|_{\dot{x}(t)=Ae^{j\omega t}}.$$

Для устойчивых звеньев данное определение эквивалентно следующему: ККУ звена — это отношение записанных в комплексной форме выходной реакции звена в установившемся режиме к гармоническому входному воздействию:

$$W(j\omega) = \left.\frac{\dot{y}(t)\big|_{t\to\infty}}{\dot{x}(t)}\right|_{\dot{x}(t)=Ae^{j\omega t}}.$$

ККУ находится из выражения ПФ звена путем замены в нем аргумента $p$ на $j\omega$:

$$W(j\omega) = W(p)\big|_{p=j\omega}.$$

ККУ является комплексной функцией вещественного аргумента частоты $\omega$ и может быть представлен в следующем виде:

$$W(j\omega) = \mathrm{mod}\, W(j\omega)\, e^{j\,\arg W(j\omega)} = A(\omega)\, e^{j\,\varphi(\omega)},$$

где $A(\omega) = |W(j\omega)|$ — амплитудно-частотная характеристика, $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ — фазочастотная характеристика.

6. Амплитудно-фазовая характеристика звена (АФХ) является геометрическим местом концов вектора ККУ на комплексной плоскости при изменении частоты $\omega$ от нуля до бесконечности. АФХ представляет собой годограф вектора ККУ, который характеризуется видом кривой на комплексной плоскости и разметкой значений частот в каждой точке кривой.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. **Ким Д.П.** Теория автоматического управления: Т.1. Линейные системы. М.: Физматлит, 2003. 287 с.

2. **Теория** автоматического управления / под ред. А.В. Нетушила. М.: Высшая школа, 1982. 400 с.

3. **Ягодкина Т.В.** Применение Mathcad для решения задач теории автоматического управления: учебное пособие / Т.В. Ягодкина, С.А. Хризолитова, О.А. Бондин. М.: Издательство МЭИ, 2004. 52 с.

4. **Ягодкина Т.В.** Исследование САУ с использованием прикладного пакета MatLab. Лабораторный практикум / Т.В. Ягодкина, С.А. Хризолитова, В.М. Беседин. М.: Издательский дом МЭИ, 2007. 76 с.


## СОДЕРЖАНИЕ