

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение**  
**Высшего Профессионального Образования**  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**  
**МИИТ**

Одобрено кафедрой  
«Физика и химия»

# **ФИЗИКА**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Задания на контрольную работу №1 и №2  
с методическими указаниями  
для студентов 1 курса  
направления: *190901.65 «Системы обеспечения движения поездов»*  
(для всех специализаций)

Москва - 2012

Составители: док. физ.-мат. наук, проф. Прибылов Н.Н.,  
к.ф.-м.н., доцент, Карелин Б.В.,  
к.ф.-м.н., доцент, Прибылова Е.И.

Рецензент: док. физ.-мат. наук, доц. Шулиманова З.Л.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. В процессе изучения физики студент должен выполнить контрольные работы (по две в каждом семестре). Решение задач в контрольных работах является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии на работу помогают доработать и правильно освоить различные разделы курса физики. Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, приведенными в методических указаниях.

2. Выбор задач производится по таблице вариантов, приведенных в каждом разделе: **первые четыре задачи выбираются по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра, а пятую и шестую задачи – с предпоследней цифрой шифра.** Например, при шифре 12–СМ-52319 – первые четыре задачи берут по варианту 9, а пятую и шестую задачи - из варианта 1.

3. Правила оформления контрольных работ и решения задач:

3.1. Условия всех задач студенты переписывают полностью без сокращений.

3.2. Все значения величин, заданных в условии и привлекаемых из справочных таблиц, записывают для наглядности сокращенно (столбиком) в тех же единицах, которые заданы, а затем рядом осуществляют перевод в единицы СИ.

3.3. Все задачи следует решать в СИ.

3.4. В большей части задач необходимо выполнять чертежи или графики с обозначением всех величин. Рисунки надо выполнять аккуратно, используя чертежные инструменты; объяснение решения должно согласоваться с обозначениями на рисунках.

3.5. Необходимо указать физические законы, которые использованы для решения данной задачи.

3.6. С помощью этих законов, учитывая условие задачи, получить необходимые расчетные формулы.

3.7. Вывод формул и решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

3.8. Используемые в формулах буквенные обозначения должны быть согласованы с обозначениями, приведенными в условии задачи и на приведенном рисунке. Дополнительные буквенные обозначения следует сопровождать соответствующими объяснениями.

3.9. Получив расчетную формулу, необходимо проверить ее размерность.

*Пример проверки размерности:*

$$[v] = [GM/R]^{1/2} = \{[M^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}] \cdot [\text{кг}] \cdot [M^{-1}]\}^{1/2} = (M^2/\text{с}^2)^{1/2} = \text{м/с}.$$

3.10. Основные физические законы, которыми следует пользоваться при решении задач (вывод расчетных формул), приведены в каждом из разделов. Там же приведены некоторые формулы, которыми можно пользоваться без вывода.

3.11. После проверки размерности полученных формул проводится численное решение задачи.

3.12. Вычисления следует производить по правилам приближенных вычислений с точностью, соответствующей точности исходных числовых данных условия задачи. Числа следует записывать в нормализованном виде, используя множитель 10, например не 0,000347, а  $3,47 \cdot 10^{-4}$ .

3.13. Каждая последующая задача должна начинаться с новой страницы.

3.14. В конце контрольной работы необходимо указать учебные пособия, учебники, использованные при ее выполнении, и дату сдачи работы.

3.15. Если контрольная работа не допущена к зачету, то все необходимые дополнения и исправления сдают вместе с незачтенной работой. Исправления в тексте незачтенной работы не допускаются.

3.16. Допущенные к зачету контрольные работы с внесенными уточнениями предъявляются преподавателю на зачете. Студент должен быть готов дать во время зачета пояснения по решению всех выполненных задач.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Яворский А.А., Детлаф Б.М. Курс физики. М.; Высшая школа, 2002.
2. Т.И. Трофимова. Курс физики: Учебное пособие. М.: Академия,, 2007.
3. Т.И. Трофимова. Краткий курс физики. М.: Высшая школа, 2001.
4. В.Ф. Дмитриева, В. Ф. Прокофьев. Основы физики. М.: Высшая школа, 2002.
5. Е.В. Корчагин. Физика. Учебное пособие. М. , 2001.
6. Т.И. Трофимова. Сборник задач по курсу физики с решениями М.: Высшая школа. 2003.
7. Т.И. Трофимова. Физика.. 500 основных законов и формул. М., Высшая школа, 2003.
8. В.М. Гладской. Физика. Сборник задач с решениями. М., Дрофа, 2004.
9. С.Е. Мельханов. Общая физика. Конспект лекций, СПб, 2001.
10. В.Н. Недостаев. Курс физики в 2-х томах, М., РГОТУПС, 2005.
11. Дмитриева Е.И., Иевлева Л.Д., Костюченко Л.С. Физика в примерах и задачах: учеб. пособие.- М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2008.- 512 с.: ил. – (Профессиональное образование).
12. Яворский А.А., Детлаф Б.М. Справочник по физике. М., Наука, Физматлит, 2002.
13. Под ред. Х.Штёкера Справочник по физике. Формулы, таблицы, схемы. Москва: Техносфера, 2009.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Таблица вариантов для контрольной работы № 1

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	100	110	120	130	140	150
1	101	111	121	131	141	151
2	102	112	122	132	142	152
3	103	113	123	133	143	153
4	104	114	124	134	144	154
5	105	115	125	135	145	155
6	106	116	126	136	146	156
7	107	117	127	137	147	157
8	108	118	128	138	148	158
9	109	119	129	139	149	159

## 1. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

### 1. Скорость движения материальной точки

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i} \frac{dx}{dt} + \vec{j} \frac{dy}{dt} + \vec{k} \frac{dz}{dt}$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор,  $x, y, z$  – координаты точки,  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы.

Модуль мгновенной скорости

$$v = \frac{dS(t)}{dt}$$

где  $S(t)$  – зависимость пути, пройденного точкой от времени.

### 2. Ускорение движения материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Нормальная и тангенциальная составляющие ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

3.

Путь, пройденный материальной точкой с момента времени  $t_1$  до момента  $t_2$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

### 4. Угловая скорость и угловое ускорение вращательного движения твердого тела

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

### 5. Связь между линейными и угловыми величинами при вращении тела

$$v = \omega R, \quad a_n = \omega^2 R, \quad a_\tau = \varepsilon R$$

6.

Основное уравнение динамики материальной точки и поступательного движения твердого тела

$$m\vec{a} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

где  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$  – равнодействующая всех сил, приложенных к телу,  $\vec{P} = m\vec{v}$  – импульс.

7.

Работа и мощность переменной силы

$$A = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds, \quad N = \frac{dA}{dt} = (\vec{F}, \vec{v})$$

8.

Свя

зь между потенциальной энергией частицы и силой со стороны поля

$$\vec{F} = -\left( \vec{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial U}{\partial z} \right)$$

9.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad M_z = J\varepsilon_z$$

где J – момент инерции тела,  $L = J\omega$  – момент импульса, M – момент внешних сил.

10.

Момент инерции твердого тела

$$J = \int r^2 dm$$

**Момент инерции тел правильной геометрической формы относительно неподвижной оси вращения**

Форма тела	Ось вращения	Момент инерции
1. Однородный шар радиусом R и массой m	Проходит через центр масс	$0.4mR^2$
2. Однородный сплошной цилиндр или диск радиусом R и массой m	Проходит через центр масс перпендикулярно плоскости основания	$0.5mR^2$
3. Тонкий обруч или кольцо радиусом R и массой m	Проходит через центр масс перпендикулярно плоскости обруча	$mR^2$
4. Однородный тонкий стержень длиной L и массой m	Проходит через центр масс перпендикулярно стержню	$mL^2/12$
5. Однородный тонкий стержень длиной L и массой m	Проходит перпендикулярно стержню через его конец	$mL^2/3$

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + ma^2,$$

где  $J$  – момент инерции тела массой  $m$  относительно произвольной оси;

$J_0$ – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно заданной оси;  $a$ – расстояние между осями.

11. Модуль момента силы

$$M = Fl,$$

где  $l = r \sin \alpha$  – кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения.

12. Кинетическая энергия и работа внешних сил при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси

$$T = \frac{J\omega^2}{2}, \quad A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z d\varphi$$

13. Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения

$$W_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2},$$

где  $m$  – масса тела,  $v_c$  – скорость центра масс тела,  $J$ – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс,  $\omega$  - угловая скорость вращения тела.

14.Аналогия между формулами поступательного и вращательного движения.

Поступательное движение

$$v = v_0 + at$$

$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

$$T = \frac{mv^2}{2}$$

$$A = \int_0^s F_s dS$$

Вращательное движение

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$$

$$\vec{L} = J\vec{\omega}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$T = \frac{J\omega^2}{2}$$

$$A = \int_0^\varphi M_z d\varphi$$

15.Условия равновесия тела: векторные суммы всех сил и моментов сил,

действующих на тело равны нулю  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$ .

16.Гидростатическое давление столба жидкости высотой  $h$ :  $P = \rho gh$ ,

где  $\rho$  - плотность жидкости.

17.Уравнение Бернулли для ламинарного течения идеальной жидкости

$$\frac{\rho V^2}{2} + \rho gh + P = const$$

где  $P$  – статическое давление жидкости в заданном сечении трубы,  $V$  – скорость жидкости в этом сечении.

18. Сила сопротивления среды с вязкостью  $\eta$  шару радиуса  $r$  движущемуся со скоростью  $V$

$$F = -6\pi\eta rV$$

19. Релятивистское замедление хода часов:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$t$  – промежуток времени между событиями, отсчитанное покоящимися часами;  $t'$  – промежуток времени между событиями, отсчитанное часами, движущимися вместе с телом со скоростью  $v$ ,  $c$  – скорость света.

20. Релятивистское сокращение длины:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

где  $l_0$  – собственная длина тела в покоящейся системе координат,  $l$  – длина тела, измеренная в направлении движения в системе отсчёта, относительно которой он движется со скоростью  $v$ .

21. Масса релятивистской частицы, имеющей массу покоя  $m_0$ :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

22. Энергия покоя частицы:

$$W_0 = mc^2$$

23. Полная энергия частицы:

$$W = mc^2 = m_0c^2 + W_k$$

24. Кинетическая энергия частицы:

$$W_k = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$



## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Задача 1.** Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось  $x$ ) имеет вид  $x = A + B t + C t^3$ , где  $A = 4$  м,  $B = 2$  м/с,  $C = -0,5$  м/с<sup>2</sup>. Для момента времени  $t_1 = 2$  с определить: 1) координату  $x_1$  точки; 2) мгновенную скорость  $V_1$ ; 3) мгновенное ускорение  $a_1$ .

**Решение.** Найдем координату точки, для которой известно кинематическое уравнение движения, подставив в уравнение движения вместо  $t$  заданное значение  $t_1$ :

$$x_1 = A + B t_1 + C t_1^3; \quad x_1 = 4 \text{ м.}$$

Мгновенную скорость  $V$  в произвольный момент времени  $t$  найдем, продифференцировав координату  $x$  по времени:

$$V = dx/dt = B + 3Ct^2.$$

Тогда в заданный момент времени мгновенная скорость:

$$V_1 = B + 3Ct_1^2; \quad V_1 = -4 \text{ м/с.}$$

Знак минус указывает на то, что в момент времени  $t_1 = 2$  с точка движется в отрицательном направлении координатной оси.

Мгновенное ускорение в произвольный момент времени найдем, взяв вторую производную от координаты по времени:

$$a = d^2x/dt^2 = 6Ct.$$

Мгновенное ускорение в заданный момент времени равно:  $a_1 = 6Ct_1$ ;  $a_1 = -6$  м/с<sup>2</sup>.

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

**Задача 2.** Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой  $\varphi = 10 + 20 t - 2 t^2$  (рис. 1). Найдите по величине и направлению полное ускорение точки, находящейся на расстоянии  $R = 0,1$  м от оси вращения, для момента времени  $t_1 = 4$  с.

**Условие:**

$$\varphi = 10 + 20t - 2t^2;$$

$$R = 0,1 \text{ м;}$$

$$t_1 = 4 \text{ с;}$$

$$a - ? \quad \alpha - ?$$

**Решение.** Точка вращающегося тела описывает окружность. Полное ускорение точки определяется геометрической суммой тангенциального и нормального ускорения:

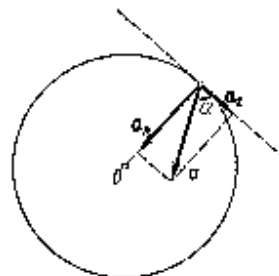


Рис. 1

$$a = (a_t^2 + a_n^2)^{1/2}. \quad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_t = \varepsilon R; \quad (2)$$

$$a_n = \omega^2 R, \quad (3)$$

где  $\omega$  - угловая скорость тела;  $\varepsilon$  - его угловое ускорение;  $R$  - расстояние от оси вращения.

Подставляя выражения  $a_t$  и  $a_n$  в формулу (1) находим:

$$a = R(\varepsilon^2 + \omega^4)^{1/2}. \quad (4)$$

Угловая скорость вращающегося тела равна первой производной от угла поворота по времени

$$\omega = d\varphi/dt = 20 - 4t.$$

В момент времени  $t = 4$  с угловая скорость  $\omega = 4 \text{ с}^{-1}$ .

Угловое ускорение вращающегося тела равно первой производной от угловой скорости по времени:  $\varepsilon = d\omega/dt = -4 \text{ с}^{-2}$ .

Подставляя найденные и заданное значения в формулу (4) получим:  $a = 1,65 \text{ м/с}^2$ .

Направление полного ускорения можно определить, если найти углы, которые векторы ускорения составляют с касательной к траектории или нормалью к ней:

$$\cos \alpha = a_t/a. \quad (5)$$

По формулам (2) и (3) найдем значения  $a_t$  и  $a_n$ :

$$a_t = -0,4 \text{ /с}^2; \quad a_n = 1,6 \text{ /с}^2.$$

Подставив эти значения и значения полного ускорения в формулу (5), получим:

$$\cos \alpha = 0,242; \quad \alpha = 76^\circ.$$

**Задача 3.** На горизонтальной платформе шахтной клетки стоит человек массой  $m = 60$  кг. Определить силу давления человека на платформу: 1) при ее подъеме с ускорением

$a_1 = 3 \text{ м/с}^2$ ; 2) при равномерном подъеме и спуске; 3) при спуске с ускорением  $a_3 = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

**Условие:**

$$m=60 \text{ кг};$$

$$a_1=3 \text{ м/с}^2;$$

$$v_2=\text{const}, a_2=0;$$

$$a_3=9,8 \text{ м/с};$$

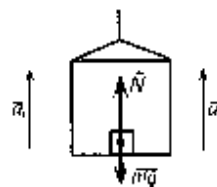


Рис. 2

$$F_1 - ? F_2 - ? F_3 - ?$$

**Решение.** На человека, стоящего на платформе шахтной клетки действуют две силы: сила тяжести  $mg$  и сила реакции опоры  $N$ . Согласно второму закону Ньютона:

$$ma = mg + N \quad (6)$$

Согласно третьему закону Ньютона сила давления человека на платформу равна силе реакции опоры:

$$N = -F \quad N = F \quad (7)$$

1. Согласно рис. 2 запишем уравнение (6) в проекции на ось  $Y$

$$ma_1 = N_1 - mg$$

Учитывая (7) в (8) получим

$$F_1 = N_1 = m(g + a_1), \quad F_1 = 783 \text{ Н.}$$

2. При равномерном движении шахтной клетки  $a_2 = 0$  и, следовательно, сила давления человека на платформу равна силе тяжести:  $F_2 = N_2 = mg$ .

3. При спуске платформы с ускорением, направленным вниз уравнение движения платформы имеет вид  $ma_3 = mg - N_3$ .

Откуда сила давления человека на платформу:  $F_3 = N_3 = m(g - a_3)$ .

Учитывая, что  $a_3 = g$  имеем  $F_3 = 0$ . Следовательно, человек не давит на платформу.

**Задача 4.** Каким был бы период обращения ИСЗ на круговой орбите, если бы он был удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу ( $R = 6400$  км).

**Условие:**  $h = R = 6370$  км;

$T$  - ?

**Решение.** Период обращения ИСЗ по круговой орбите

$$T = 2\pi(R + h)/V = 4\pi R/V.$$

Для определения скорости спутника учтем, что при его движении по круговой орбите на спутник действует только сила притяжения Земли  $F_t$ , сообщающая ему нормальное ускорение:

$$F_t = F_n; \quad GmM/(R+h)^2 = mV^2/(R+h),$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $m$  – масса спутника,  $M$  – масса Земли.

Отсюда скорость спутника равна

$$V = (GM/(R + h))^{1/2} = (GM/2R)^{1/2}.$$

Учитывая, что

$$GmM/R^2 = mg,$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести на поверхности Земли, получаем

$$V = (gR/2)^{1/2}.$$

Подставляя это значение скорости в формулу периода, найдем, что

$$T = 4 (2R/g)^{1/2} = 14360 \text{ с} = 3 \text{ ч } 59 \text{ мин.}$$

**Задача 5.** Стальная проволока сечением  $S = 3 \text{ мм}^2$  под действием растягивающей силы, равной  $F = 4 \cdot 10^4 \text{ Н}$  имеет длину  $L_1 = 2 \text{ м}$ . Определить абсолютное удлинение проволоки при увеличении растягивающей силы на  $F_1 = 10^4 \text{ Н}$ . Модуль Юнга стали  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ .

**Условие:**

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

$$S = 3 \text{ мм}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$L_1 = 2 \text{ м};$$

$$F = 4 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$F_1 = 1,0 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$\Delta L_2 - ?$$

**Решение.** Для того чтобы найти абсолютное удлинение проволоки при увеличенной растягивающей силе, необходимо узнать ее первоначальную длину  $L$ . Из закона Гука

$$F = \varepsilon E = E(L_1 - L)S/L$$

$$\text{находим } L = EL_1S/(F + ES).$$

При увеличении растягивающей силы на величину  $F_1$

$$F + F_1 = E\Delta L_2S/L.$$

$$\text{Откуда } \Delta L_2 = (F + F_1)L/ES.$$

Заменив  $L$  выражением, записанным выше, получаем

$$\Delta L_2 = (F + F_1)L_1/(F + ES).$$

Подставив данные, находим:  $\Delta L_2 = 0,16 \text{ м}$ .

**Задача 6.** Маховик, массу которого  $m = 5 \text{ кг}$  можно считать распределенной по ободу радиуса  $r = 20 \text{ см}$ , свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр с частотой  $n = 720 \text{ мин}^{-1}$ . При торможении маховик останавливается через  $\Delta t = 20 \text{ с}$ . Найти тормозящий момент  $M$  и число оборотов  $N$ , которое сделает маховик до полной остановки.

**Условие:**

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$r = 20 \text{ см} = 0,20 \text{ м}$$

$$n = 720 \text{ мин}^{-1} = 12 \text{ с}^{-1}$$

$$\Delta t = 20 \text{ с}$$

$$M - ? \quad N - ?$$

**Решение.** Если тормозящий момент постоянен, то движение маховика равнозамедленное, и основное уравнение динамики вращательного движения можно записать в виде:

$$J\Delta\omega = M\Delta t, \quad (9)$$

где  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  - изменение угловой скорости за интервал времени  $\Delta t$ ;  $M$  – искомый тормозящий момент.

Число оборотов  $N$  может быть найдено как кинематически, так и по изменению кинетической энергии, равному работе совершаемой тормозящей силой.

Векторному уравнению (9) соответствует скалярное уравнение

$$J\Delta\omega = M\Delta t, \quad (10)$$

где  $\Delta\omega$ ,  $M$  - модули соответствующих векторов.

Из условия задачи следует, что

$$\Delta\omega = |\omega - \omega_0| = \omega_0 = 2\pi n \quad (11)$$

Поскольку масса маховика распределена по ободу, момент инерции

$$J = mr^2 \quad (12)$$

Подставляя выражения (11), (12) в (10) получим

$$mr^2 2\pi n = M\Delta t.$$

Откуда  $M = 2\pi nmr^2/\Delta t = 0,75 \text{ Нм}$ .

Векторы  $M$ ,  $\Delta\omega$  направлены в сторону противоположную вектору  $\omega_0$ .

Угловое перемещение, пройденное маховиком до остановки

$$\varphi = \omega_0\Delta t - \varepsilon\Delta t^2/2. \quad (13)$$

Учитывая, что  $\omega = \omega_0 - \varepsilon\Delta t = 0$  преобразуем выражение (13)

$$\varphi = \omega_0\Delta t/2.$$

Так как  $\varphi = 2\pi N$ ,  $\omega_0 = 2\pi n$ ,

где  $N$  - число оборотов, которое делает маховик до полной остановки, окончательно получим

$$N = nt/2 = 120 \text{ об.}$$

**Задача 7.** На скамье Жуковского сидит человек и держит в вытянутых руках гири массой  $m = 10$  кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения скамьи  $l_1 = 50$  см. Скамья вращается с частотой  $n_1 = 1,0 \text{ с}^{-1}$ . Как изменится частота вращения скамьи и какую работу  $A$  произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до  $l_2 = 20$  см. Суммарный момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения  $J = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Ось вращения проходит через центр масс человека и скамьи.

**Условие:**

$$m = 10 \text{ кг;}$$

$$l_1 = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м;}$$

$$n_1 = 1,0 \text{ с}^{-1};$$

$$l_2 = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м;}$$

$$J = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

$$n_2 - ? \quad A - ?$$

**Решение.** Частота вращения скамьи Жуковского изменится в результате действий, производимых человеком при сближении гирь. В системе тел скамья – человек – гири все силы, кроме сил реакции опоры, являются внутренними и не изменяют момента импульса системы. Однако моменты сил реакции опоры относительно вертикальной оси равны нулю. (Для скамьи Жуковского силы трения в оси можно считать отсутствующими.) Следовательно, момент импульса этой системы остается постоянным:

$$L_1 = L_2; \quad J_1\omega_1 = J_2\omega_2, \quad (14)$$

где  $J_1\omega_1$ ,  $J_2\omega_2$  - моменты импульса системы соответственно до и после сближения гирь.

Перепишем векторное уравнение (14) в скалярном виде:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2. \quad (15)$$

До сближения гирь момент инерции всей системы

$$J_1 = J_0 + 2ml_1^2.$$

После сближения

$$J_2 = J_0 + 2ml_2^2,$$

где  $m$  - масса каждой гири.

Выражая угловую скорость через частоту вращения по формуле  $\omega = 2\pi n$  и подставляя ее в уравнение (15) получаем

$$(J_0 + 2ml_1^2)n_1 = (J_0 + 2ml_2^2)n_2.$$

Откуда

$$n_2 = n_1(J_0 + 2ml_1^2)/(J_0 + 2ml_2^2) = 2,3 \text{ с}^{-1}.$$

Все внешние силы не создают вращающего момента относительно оси и, следовательно, не совершают работы. Поэтому изменение кинетической энергии системы равно работе, совершенной человеком:

$$A = W_2 - W_1 = J_2\omega_2^2/2 - J_1\omega_1^2/2.$$

Учитывая, что  $\omega_2 = J_1\omega_1/J_2$ , получаем работу, совершаемую человеком:

$$A = J_1(J_1 - J_2)\omega_1^2/2J_2 = (J_0 + 2ml_1^2) 2\pi^2 n_1^2(l_1^2 - l_2^2)/(J_0 + 2ml_2^2) = 190 \text{ Дж}.$$

**Задача 8.** Автомобиль массой  $m = 2000$  кг движется вверх по наклонной плоскости с уклоном  $\alpha = 0,1$ , развивая на пути  $S = 100$  м скорость  $v_k = 36$  км/ч. Коэффициент трения  $\mu = 0,05$ . Найти среднюю и максимальную мощность двигателя автомобиля при разгоне.

**Условие:**

$$m = 2000 \text{ кг};$$

$$S = 100 \text{ м};$$

$$a = 0,1 \text{ м/с}^2;$$

$$\mu = 0,05;$$

$$v_0 = 0;$$

$$v_k = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с};$$

$$P_{\text{ср}} - ? \quad P_{\text{max}} - ?$$

**Решение.** Автомобиль движется

равноускоренно, причем начальная скорость равна нулю. Выберем ось  $x$ , расположенную вдоль наклонной плоскости, ось  $y$  – перпендикулярно ей (рис. 3).

На автомобиль действует четыре силы: сила тяжести  $F_T = mg$ , сила реакции опоры  $N$ , сила тяги  $F$  и сила трения  $F_{\text{ТР}}$ . Запишем основной закон динамики:

$$ma = N + mg + F + F_{\text{ТР}}.$$

Это уравнение в проекциях на оси координат

$$\text{на ось } x \quad ma = F - mg \sin\alpha - F_{\text{ТР}},$$

$$\text{на ось } y \quad 0 = N - mg \cos\alpha,$$

$$F_{\text{ТР}} = \mu N.$$

Выразим из этих уравнений силу тяги  $F$

$$F = mg \sin\alpha + \mu mg \cos\alpha + ma.$$

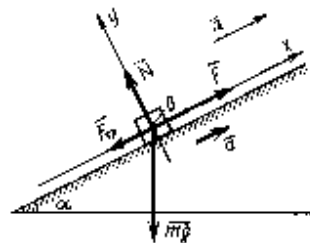


Рис. 3

Ускорение

$$a = (v_k^2 - v_0^2)/(2s) = v_k^2/(2s).$$

Найдем работу двигателя на этом участке:

$$A = Fs \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между  $F$  и  $s$ , равный нулю.

Подставив сюда выражение для  $F$ , получим

$$A = [mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha + mv_k^2/(2s)]s.$$

Средняя мощность равна  $P_{CP} = A/t$ , где  $t = (v_k - v_0)/a = 2s/v_k^2$ , откуда

$$P_{CP} = m[g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha + v_k^2/(2s)] \cdot (v_k/2).$$

Максимальная мощность автомобиля достигается в тот момент, когда скорость максимальна:

$$P_{max} = F \cdot v_k,$$

$$P_{CP} = 27 \cdot 10^4 \text{ Вт}, \quad P_{max} = 47 \cdot 10^4 \text{ Вт}.$$

**Задача 9.** Деревянный стержень массой  $M=6,0$  кг и длиной  $l=2,0$  м может вращаться в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$  (рис. 4). В конец стержня попадает пуля массой  $m = 10$  г, летящая со скоростью  $V_0 = 1,0 \cdot 10^3$  м/с, направленной перпендикулярно стержню и застревает в нем. Определить кинетическую энергию стержня после удара.

**Условие:**

$$M = 6,0 \text{ кг};$$

$$l = 2,0 \text{ м};$$

$$m = 10 \text{ г} = 1,0 \cdot 10^{-2};$$

$$v_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ м/с};$$

$$W_k - ?$$

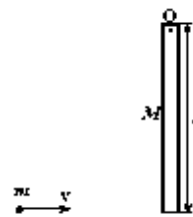


Рис. 4

**Решение.** Физическая система образована из двух тел:

стержня и пули. Пулю можно считать за материальную точку, стержень примем за твердое тело. Пуля до взаимодействия двигалась прямолинейно, а после взаимодействия вместе со стержнем вращается вокруг неподвижной оси. Применим закон сохранения момента импульса относительно этой оси. Условия применимости этого закона – замкнутость системы выполнены.

По закону сохранения момента импульса:

$$L_1 = L_2 \tag{16},$$

где  $L_1 = mv_0 l$  – момент импульса пули относительно оси вращения до удара;

$L_2 = J\omega$  – момент инерции стержня и пули относительно оси вращения;



$$J = J_1 + J_2,$$

где  $J_1 = MI^2/3$  – момент инерции стержня;  $J_2 = ml^2$  – момент инерции пули.

Учитывая вышеизложенное в (16), получим

$$mv_0l = (M/3 + m)l^2\omega$$

Так как  $m \ll M$ , можно приближенно считать, что

$$mV_0l = MI^2\omega/3,$$

откуда  $\omega = 3mv_0/MI$ .

Кинетическая энергия стержня

$$W_k = J\omega^2/2 = 3 m^2V_0^2/2M = 25 \text{ Дж.}$$

**Задача 10.** Определить релятивистский импульс  $p$  и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью  $V=0,9c$  (где  $c$  – скорость света в вакууме).

**Условие:**

$$V = 0,9c;$$

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$p - ? \quad W_k - ?$$

**Решение.** Релятивистский импульс  $p = m_0V / (1 - V^2/c^2)^{1/2} = 5,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

В релятивистской механике кинетическая энергия определяется как разность между полной энергией  $W$  и энергией покоя  $W_0$

$$W_k = W - W_0 = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2$$

Получим

$$W_k = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = 0,66 \text{ МэВ.}$$

$$Q_{23} = i ( p_2 V_2 - p V_2 ) = - 1050 \text{ Дж.}$$

## ЗАДАЧИ

**100.** Камень бросили с крутого берега реки вверх под углом  $30^\circ$  к горизонту со скоростью  $v_0=10$  м/с. С какой скоростью он упал в воду, если время полета  $t=2,5$  с ?

**101.** Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид  $x_1 = A_1 + B_1 t^2 + C_1 t^3$  и  $x_2 = A_2 + B_2 t^2 + C_2 t^3$ , где  $B_1 = 4$  м/с<sup>2</sup>;  $C_1 = -3$  м/с<sup>3</sup>;  $B_2 = -2$  м/с<sup>2</sup>;  $C_2 = 1$  м/с<sup>3</sup>. Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

**102.** Движение материальной точки задано уравнениями:  $x = 8 t^2 + 4$ , (м);  $y = 6 t^2 - 3$ , (м);  $z = 0$ . Определить модули скорости и ускорение точки в момент времени  $t = 10$  с. Изобразите на рисунке их направления.

**103.** Точка движется по прямой согласно уравнению

$$x = At + Bt^3,$$

где  $A=6$  м/с,  $B=0,125$  м/с<sup>3</sup>. Определить среднюю скорость точки в интервале времени от  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 6$  с.

**104.** Мяч брошен со скоростью  $V_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту. Определите радиус кривизны  $R$  траектории мяча в верхней точке траектории и в момент его падения на землю.

**105.** Найти, во сколько раз нормальное ускорение точки, лежащей на ободу вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения для того момента, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол  $30^\circ$  с вектором ее линейной скорости.

**106.** Ротор электродвигателя, имеющий частоту вращения  $n = 955$  об/мин, после выключения остановился через  $t = 10$  с. Считая вращение равнозамедленным, определить угловое ускорение ротора после выключения электродвигателя. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

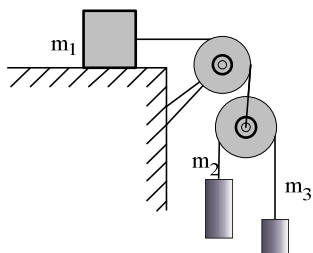
**107.** Вентилятор вращается с частотой  $\nu=600$  об./мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки  $N = 125$  оборотов. Какое время  $t$  прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

**108.** Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением  $\varepsilon = Bt^3$ , где  $B = 0,02$  рад/с<sup>3</sup>. Через сколько времени после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол  $60^\circ$  с ее вектором скорости?

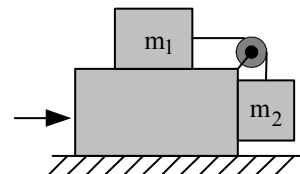
**109.** Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону  $\varphi = At - Bt^3$ , где  $A = 6,0$  рад/с,  $B = 2,0$  рад/с<sup>3</sup>. Найти средние значения угловой скорости и углового ускорения за промежуток времени от начала движения до остановки. Определить угловое ускорение в момент остановки тела.

**110.** Катер массой  $m = 2$  т с двигателем мощностью  $N = 80$  кВт развивает максимальную скорость  $v = 24$  м/с. Определить время, в течение которого катер после выключения двигателя потеряет половину своей скорости. Принять, что сила сопротивления движению катера изменяется пропорционально квадрату скорости.

**111.** В системе, показанной на рисунке массы тел равны  $m_1=1,5$  кг,  $m_2=2,5$  кг,  $m_3=1,5$  кг, трения нет, массы блоков пренебрежимо малы. Найти ускорение тела  $m_1$ .



112. С каким минимальным ускорением следует перемещать в горизонтальном направлении брусок, чтобы тела 1 и 2 не двигались относительно него? Массы тел  $m_1=2$  кг и  $m_2=1$  кг, коэффициент трения между бруском и обоими телами  $k=0,05$ . Массой блока пренебречь.



113. Если к телу приложить силу  $F = 120$  Н под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту, то тело будет двигаться равномерно. С каким ускорением  $a$  будет двигаться тело, если ту же силу приложить под углом  $\beta=30^\circ$  к горизонту? Масса тела  $m = 25$  кг.

114. На концах нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены два тела массой  $m = 240$  г каждое. С какой массой  $m_d$  надо положить добавочный груз на одно из тел, чтобы каждое из них прошло за  $t = 4$  с путь  $S = 160$  см?

115. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $m_1=10$  г со скоростью  $v_1=300$  м/с. Затвор пистолета массой  $m_2=200$  г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой  $k=25$  кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? (Считать, что пистолет жестко закреплен.)

116. На покоящийся шар налетает со скоростью  $v=4$  м/с другой шар одинаковой с ним массы. В результате столкновения шар изменил направление движения на угол  $30^\circ$ . Определить скорости шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим.

117. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью  $V = 100$  м/с, разрывается на две равные части на высоте  $H = 40$  м. Одна часть падает через  $t = 1$  с на землю под местом взрыва. Определить величину  $V_2$  и направление скорости второй части сразу после взрыва.

118. Конькобежец массой  $M = 60$  кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении мяч массой  $m = 1$  кг со скоростью  $V = 10$  м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед  $\mu=0,01$ ?

119. Какова средняя сила давления  $\langle F \rangle$  на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули  $m = 10$  г, а скорость пули при вылете из канала ствола  $V = 300$  м/с. Автомат делает  $N = 300$  выстрелов в минуту.

120. Тело массой 990 г лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля массой 10 г и застревает в нем. Скорость пули 700 м/с и направлена горизонтально. Какой путь пройдет тело до остановки? Коэффициент трения между телом и поверхностью 0.05.

121. Определить мощность двигателя автомобиля-самосвала массой  $m = 40$  т при его движении со скоростью  $v = 27$  км/ч, если коэффициент сопротивления движению равен  $\mu = 0,1$ .

122. Из колодца глубиной  $h = 5$  м равномерно поднимают ведро с водой массой  $m_1 = 10$  кг на веревке, каждый метр которой имеет массу  $m_2 = 0,20$  кг. Какая работа  $A$  совершается при этом?

123. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара 0,2 кг, масса второго – 0,1 кг. Первый шар отклоняют

так, что его центр тяжести поднимается на высоту 4,5 см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: а) удар упругий, б) удар неупругий?

**124.** Тело массой  $m = 1,0$  кг падает с высоты  $h=20$  м. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти среднюю по времени мощность, развиваемую силой тяжести на пути  $h$ , и мгновенную мощность на высоте 10м.

**125.** Сваю массой  $m_1 = 100$  кг забивают в грунт копром, масса которого  $m_2 = 400$  кг. Копер свободно падает с высоты  $H = 5$  м и при каждом ударе свая опускается на глубину  $h = 5$  см. Определить среднюю силу  $F$  сопротивления грунта.

**126.** Подъемный кран поднял груз массой  $4,5 \cdot 10^3$  кг на высоту 8 м. Мощность двигателя при кране 8,832 кВт. Сколько времени затрачено на подъем груза?

**127.** На гладкой горизонтальной поверхности лежат два тела, между которыми находится сжатая пружина, массой которой можно пренебречь. Пружине дали возможность распрямиться, вследствие чего тела приобрели некоторые скорости  $v_1$  и  $v_2$ . Вычислите их, если массы тел  $m_1 = 1$  кг,  $m_2 = 3$  кг, а энергия сжатой пружины  $W = 3$  Дж.

**128.** Вагон массы 50 т движется со скоростью 12 км/ч и встречает стоящую на пути платформу массы 30 т. Найти скорость совместного движения вагона и платформы непосредственно после того, как сработала автосцепка. Вычислить расстояние, пройденное вагоном и платформой после сцепления, если сила сопротивления составляет 5% от веса.

**129.** Из пушки массой  $M = 2540$  кг, находящейся у подножья наклонной плоскости, вылетает в горизонтальном направлении снаряд массы  $m = 12$  кг. с начальной скоростью  $V_0 = 800$  м/с. На какую высоту поднимется пушка по наклонной плоскости в результате отдачи, если угол наклона плоскости равен  $\alpha = 5^\circ$ , а коэффициент трения пушки о плоскость равен  $k = 0,12$ ?

**130.** Мощность излучения Солнца равна  $P = 3,75 \cdot 10^{26}$  Вт. На сколько уменьшается масса Солнца за один год?

**131.** Во сколько раз уменьшится плотность тела при его движении со скоростью 0,8 с?

**132.** С какой скоростью  $v$  должен двигаться в ускорителе протон, чтобы увеличение его массы не превышало  $k = 5\%$ ?

**133.** Каков возраст космонавта по часам Земли, если он в 30-летнем возрасте улетел на расстояние до 20 св. лет. Считать его возраст по часам космонавта 35 лет.

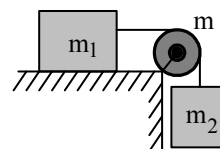
**134.** Релятивистская масса движущегося тела в 100 раз больше его массы покоя. Найдите скорость движения.

**135.** Вычислить момент инерции однородного сплошного конуса относительно его оси симметрии, если масса конуса  $m = 0,5$  кг, а радиус его основания  $R = 5$  см.

**136.** Маховик, представляющий собой диск массой  $m = 10$  кг и радиусом  $r = 10$  см, свободно вращается вокруг оси, которая проходит через его центр, с частотой  $\nu = 6$  с<sup>-1</sup>. При торможении маховик останавливается через  $t = 5$  с. Определить тормозящий момент  $M$ .

**137.** В системе известны массы тел  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 1,5$  кг, коэффициент трения  $k = 0,2$  между телом  $m_1$  и горизонтальной плоскостью, а также масса блока  $m = 0,5$  кг, который можно считать однородным диском.

Найти ускорение тела  $m_2$  и работу силы трения, действующей на тело  $m_1$ , за первые 5 секунд после начала движения.



**138.** Маховик. момент инерции которого  $J = 63,6$  кг.м<sup>2</sup>, вращается с угловой скоростью  $\omega = 31,4$  рад/с. Найти момент сил торможения  $M$  под действием которого маховик останавливается через время  $t = 20$  с. Маховик считать однородным диском.

**139.** На барабан радиусом  $R = 20$  см, момент инерции которого  $J = 0.1$  кг·м<sup>2</sup> намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 0,5$  кг. До начала вращения барабана груз находился на высоте  $h = 1$  м от пола. Через какое время груз опустится на пол. Трением пренебречь.

**140.** Два сплошных диска одинакового размера, изготовленные из алюминия и меди, вращаются независимо друг от друга вокруг общей неподвижной оси, проходящей через их центры, с угловыми скоростями  $\omega_1 = 5,0$  рад/с и  $\omega_2 = 10$  рад/с. С какой угловой скоростью  $\omega$  вращались бы оба диска, если бы их жестко соединили. Плотность алюминия  $\rho_1 = 2,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, плотность меди  $\rho_2 = 8,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**141.** Человек массой  $m_1 = 60$  кг находится на неподвижной платформе массой  $m_2 = 100$  кг. С какой угловой скоростью  $\omega$  будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом  $R_1 = 5$  м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы  $v = 3,6$  км/ч. Радиус платформы  $R_2 = 10$  м. Считать платформу однородным диском, а человека точечной массой.

**142.** Горизонтальная платформа массой  $m = 80$  кг и радиусом  $R = 1$  м вращается с угловой частотой  $V_1 = 20$  об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой  $V_2$  будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $J_1 = 2,94$  до  $J_2 = 0,98$  кгм<sup>2</sup>? Считать платформу однородным диском.

**143.** Платформа в виде диска радиусом  $R = 1$  м вращается по инерции с частотой  $V_1 = 6$  мин<sup>-1</sup>. На краю платформы стоит человек, масса которого равна  $m = 80$  кг. С какой частотой  $V_2$  будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр. Момент инерции платформы равен  $J = 120$  кг·м<sup>3</sup>. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки

**144.** Человек стоит на скамье Жуковского и держит стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня, скамья неподвижна, колесо вращается с частотой  $V_1 = 10$  с<sup>-1</sup>. Радиус колеса равен  $R = 20$  см, его масса  $m = 3$  кг. Определить частоту вращения  $V_2$  скамьи, если человек повернет стержень на угол  $\phi = 180^\circ$ ? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $J = 6$  кгм<sup>2</sup>. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

**145.** Обруч катится по горизонтальной дороге со скоростью  $v = 18$  км/ч. На какое расстояние  $L$  он может подняться по наклонной плоскости за счет кинетической энергии, если уклон (отношение высоты наклонной плоскости к длине  $h/L$ ) равен  $\alpha = 0,10$ .

**146.** Маховик в виде диска начинает вращаться с угловым ускорением  $\varepsilon = 0,5$  рад/с<sup>2</sup> и через  $t_1 = 20$  с его кинетическая энергия становится равной  $W = 500$  Дж. Какой момент импульса  $L$  приобретет он через  $t_2 = 15$  мин после начала движения?

**147.** Какой путь  $S$  пройдет катящийся без скольжения диск, поднимаясь вверх по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ , если ему сообщена начальная скорость  $v_0 = 7,0$  м/с, параллельная наклонной плоскости?

**148.** Какую мощность  $N$  должен развить мотор, приводящий в движение стабилизирующий гироскоп, который имеет форму диска радиусом  $R = 1,0$  м и массой

$m = 1000$  кг, если в течении  $t = 1$  мин угловая скорость достигла значения  $\omega = 31,4$  рад/с. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

**149.** На стержень диаметром  $d = 5$  мм наглухо и соосно насажен сплошной диск диаметром  $D = 5$  см и массой  $m = 0,4$  кг. К стержню прикреплены нити, при помощи которых диск подвешивается к штативу. Найти ускорение, с которым опускается диск. Массой стержня пренебречь.

**150.** В дне цилиндрического сосуда имеется круглое отверстие диаметром  $d = 1$  см. Диаметр сосуда  $D = 0,5$  м. Найдите зависимость скорости  $v$  понижения уровня воды в сосуде от высоты  $h$ . Определите численное значение этой скорости для высоты  $h = 0,2$  м.

**151.** Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в 4 раза больше плотности материала шарика. Во сколько раз сила трения, действующая на всплывающий шарик, больше силы тяжести шарика?

**152.** Стальной шарик диаметром  $d = 1$  мм падает с постоянной скоростью  $v = 0,185$  см/с в большом сосуде, наполненном маслом. Определите коэффициент динамической вязкости масла. Плотность стали равна  $\rho_c = 8600$  кг/м<sup>3</sup>, касторового масла -  $\rho_k = 900$  кг/м<sup>3</sup>.

**153.** В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью  $U_1 = 2$  м/с. Определить скорость  $U_2$  в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях ее равна  $\Delta P = 6,65$  кПа. Плотность нефти  $\rho_k = 800$  кг/м<sup>3</sup>.

**154.** Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр  $d_1 = 20$  см. В нем движется со скоростью  $v_1 = 1$  м/с поршень, выталкивая воду через отверстие диаметром  $d_2 = 2$  см. С какой скоростью  $v_2$  будет вытекать вода из отверстия?. Каково будет избыточное давление воды  $P$  в цилиндре?

**155.** Стальной канат, могущий выдержать вес неподвижной кабины лифта, имеет диаметр  $d = 12$  мм. Какой диаметр должен иметь канат, если кабина лифта может иметь ускорение до  $9g$ . Предел прочности стали  $\sigma_n = 500$  МПа.

**156.** Между двумя прочными упорами натянута стальная проволока диаметром 1 мм и длиной 2 м. На сколько сместится середина проволоки, если к ней подвесить груз массой 0,5 кг? Модуль Юнга для стали  $E = 200$  ГПа.

**157.** Какой диаметр  $d$  должен иметь стальной трос подъемного крана, если максимальная масса поднимаемого груза  $m = 10$  т? Предел прочности стали  $\sigma_n = 500$  МПа, запас прочности должен быть равен  $k = 6$ .

**158.** Верхний конец стержня закреплен, а к нижнему подвешен груз массой  $m = 2$  кг. Длина стержня  $L = 5$  м, сечение  $S = 4$  см<sup>2</sup>. Определить напряжение материала стержня, его абсолютное  $\Delta L$  и относительное  $\epsilon$  удлинение, если модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па.

**159.** При океанологических исследованиях для взятия пробы грунта со дна океана на стальном тросе опускают особый прибор. Какова предельная глубина  $h$  погружения? Массой прибора пренебречь. Предел прочности стали  $\sigma_n = 500$  МПа, плотность морской воды  $\rho_v = 1030$  кг/м<sup>3</sup>, плотность стали  $\rho_c = 7800$  кг/м<sup>3</sup>.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Закон сохранения электрических зарядов

В замкнутой системе:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \text{const.}$$

2. Дискретность электрических зарядов:

$$Q = ne,$$

где  $n = 1, 2, \dots$ ;  $e = \pm 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – элементарный электрический заряд

3. Закон Кулона

в векторной форме:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r},$$

в скалярной форме:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

где  $F_{12}$  - сила взаимодействия двух точечных (сферических) зарядов в вакууме;  $r$  - расстояние между зарядами или центрами сфер;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м - электрическая постоянная.

4. Линейная плотность зарядов:

$$\tau = \frac{dQ}{dl} \quad [\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$$

5. Поверхностная плотность зарядов:

$$\sigma = \frac{dQ}{ds} \quad [\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

6. Объемная плотность зарядов:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$$

7. Напряженность электростатического поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}, \quad [E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}},$$

где  $\vec{F}$  - сила, действующая на точечный положительный заряд  $Q_0$ , помещенный в данную точку поля.

8. Потенциал электростатического поля:

$$\varphi = \frac{W_n}{Q_0}; \varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}, \quad [\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В},$$

где  $W_{\text{п}}$  - потенциальная энергия заряда  $Q_0$ ;  $A_{\infty}$  - работа перемещения заряда из данной точки поля за его пределы.

9. Принцип суперпозиции:

Напряженность и потенциал результирующего поля, создаваемого системой точечных зарядов, равны соответственно:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где  $E_i$  и  $\varphi_i$  - напряженность и потенциал, создаваемый в данной точке поля зарядом  $Q_i$ .

10. Разность потенциалов между двумя точками электростатического поля:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0},$$

где  $A_{12}$  - работа поля по перемещению заряда между точками 1 и 2.

11. Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля:

$$\vec{E} = -\text{grad} \varphi,$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 E dl \cos \alpha = \int_1^2 E_1 dl,$$

$$\int_1^2 \vec{E} d\vec{l} =$$

где  $\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$  - линейный интеграл напряженности электростатического поля.

12. Связь между напряженностью и потенциалом однородного поля:

$$E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d}; \quad \Delta \varphi = Ed.$$

13. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = \oint E dl \cos \alpha = \oint E_1 dl = 0,$$

где  $E_1$  - проекция вектора  $E$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ .

Интегрирование производится по любому замкнутому контуру.

14. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2),$$

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = Q_0 \int_1^2 E_1 dl.$$

15. Работа по перемещению точечного заряда  $Q$  в поле точечного заряда  $Q_0$ :

$$A_{12} = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}.$$

16. Работа по перемещению заряда в однородном электростатическом поле:

$$A_{12} = QE l \cos \alpha.$$

17. Поток вектора напряженности электростатического поля через элементарную площадку:



$$dN = \vec{E}d\vec{S},$$

$$dN = EdS \cos \alpha = E_n dS,$$

где  $d\vec{S} = \vec{n}dS$  - вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление совпадает с нормалью  $\vec{n}$  к площадке;  $E_n = E \cos \alpha$  - составляющая вектора  $\vec{E}$  по направлению нормали к площади

18. Поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную поверхность:

$$N_E = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S EdS \cos \alpha = \int_S E_n dS.$$

19. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

$$N_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i / \varepsilon_0,$$

в случае непрерывного распределения зарядов

$$N_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV,$$

где  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная,  $Q_i$  - алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности;  $n$ -число зарядов;  $\rho$  - объемная плотность зарядов.

20. Применение теоремы Гаусса к расчету электрических полей.

Система зарядов	Напряженность поля	Потенциал
Точечный заряд $Q$	$E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ $\varphi_\infty = 0$
Равномерно заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью зарядов $\sigma$	$E = \sigma/2\varepsilon_0$	$r > 0: \varphi = \begin{cases} \varphi_0 - Er \\ \varphi_0 + Er \end{cases}$
Две равномерно разноименно заряженные бесконечные плоскости, расположенные на расстоянии $d$	$r \leq 0, r \geq d: E = 0$ $0 < r < d: E = \sigma/\varepsilon_0$	$r \leq 0: \varphi = \begin{cases} \varphi_0 \\ \varphi_0 - Er \\ \varphi_0 - Ed \end{cases}$
Равномерно заряженная сфера радиусом $R$	$0 < r < R: E = 0$ $r = R: E = Q/4\pi\varepsilon_0 R^2$ $r > R: E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$0 < r \leq R: \varphi = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 R}$ $r > R: \varphi = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 r}$
Равномерно объемно заряженный шар, радиусом $R$	$0 < r < R: E = Qr/4\pi\varepsilon_0 R^3$ $r = R: E = Q/4\pi\varepsilon_0 R^2$ $r > R: E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$0 < r < R: \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{Q(R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$ $r = R: \varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 R$ $r > R: \varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 r$

<p>Равномерно заряженный бесконечный цилиндр радиуса R (нить) с линейной плотностью заряда <math>\tau</math></p>	<p><math>r &lt; R:</math>    <math>E = 0</math> <math>r = R:</math>    <math>E = \tau/2\pi\epsilon_0 R;</math> <math>r &gt; R:</math>    <math>E = \tau/2\pi\epsilon_0 r</math></p>	<p><math>r &lt; R:</math>    <math>\varphi = \frac{\tau}{2\epsilon_0 \cdot \pi}</math> <math>r &gt; R:</math>    <math>\varphi = \frac{\tau \ln(r/R)}{2\pi\epsilon_0}</math></p>
--	---	--

21. Электроемкость уединенного проводника:

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \quad [C] = \frac{Kл}{В} = \Phi,$$

где Q – заряд, сообщенный проводнику,  $\varphi$  – потенциал проводника.

Электроемкость проводника, помещенного в диэлектрик:

$$C = \epsilon C_0.$$

22. Электроемкость шарового проводника:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R,$$

где R – радиус шара;  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

23. Электроемкость конденсатора:

$$C = \frac{Q}{\Delta\varphi},$$

где Q – заряд, сообщенный одной из обкладок;  $\Delta\varphi$  – разность потенциалов между обкладками.

24. Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь каждой пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

25. Емкость системы конденсаторов:

последовательное соединение:

$$1/C = \sum_{i=1}^n 1/C_i;$$

параллельное соединение:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

где  $C_i$  – емкость i-го конденсатора, n – число конденсаторов в батарее.

26. Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W_n = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i \varphi_i}{2},$$

где  $\varphi_i$  – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i-го в той точке, где находится заряд  $Q_i$ .

27. Энергия уединенного заряженного проводника:

$$W_n = \frac{C^2}{2\varphi} = \frac{Q\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где Q – заряд; C – электроемкость,  $\varphi$  – потенциал проводника

28. Энергия заряженного конденсатора:

$$W_n = \frac{C^2}{2\Delta\varphi} = \frac{Q\Delta\varphi}{2} = \frac{Q^2}{2C},$$

где  $\Delta\varphi$  - разность потенциалов между обкладками.

29. Энергия электростатического поля плоского конденсатора (однородное поле):

$$W_n = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V,$$

где  $S$  - площадь одной из пластин;  $V = Sd$  - объем конденсатора

30. Объемная плотность энергии:

$$w = \frac{W_n}{V} = \varepsilon \varepsilon_0 E^2 / 2; \quad [w] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

## II. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

1. Сила и плотность электрического тока:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad j = \frac{dl}{dS}, \quad [I] = \frac{Кл}{с} = А, \quad [j] = \frac{А}{м^2},$$

где  $dQ$  – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $dt$ .

2. Сопротивление  $R$  и проводимость  $G$  проводника:

$$G = \frac{1}{R}, \quad R = \rho \frac{\ell}{S}, \quad G = \gamma \frac{S}{\ell},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление;  $\ell$  – длина проводника;  $\gamma$  – удельная проводимость;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

3. Сопротивление системы проводников:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

а) - при последовательном соединении,

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

б) - при параллельном соединении,

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -того проводника.

4. Законы Ома:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$$

а) - для участка цепи, не содержащего ЭДС,

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи;

$R$  – сопротивление участка;

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm E}{R}$$

б) - для участка цепи, содержащего ЭДС,

где  $E$  – ЭДС источника тока,  $R$  – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

$$I = \frac{E}{R + R_i}$$

в) - для замкнутой (полной) цепи,

где  $R$  – внешнее сопротивление цепи,  $R_i$  – внутреннее сопротивление цепи.

5. Плотность тока в металле:

$$j = env_{cp},$$

где  $v_{cp}$  – средняя скорость направленного движения носителей;

$n$  – их концентрация (число носителей в единице объема).  $[n] = \frac{1}{м^3}$

6. Закон Джоуля-Ленца (количество тепла  $Q$ , выделившегося на сопротивлении  $R$  за время  $dt$  при прохождении через него электрического тока):

$$dQ = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt = UI dt$$

7. Полная мощность, развиваемая источником:

$$P = I E.$$

8. Полезная мощность  $P_R$ , выделяемая на внешнем сопротивлении  $R$ :

$$P_R = I U = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

9. КПД источника тока:

$$\eta = \frac{P_R}{P}$$

### III. МАГНЕТИЗМ

1. Связь магнитной индукции  $\vec{B}$  с напряженностью  $\vec{H}$  магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad [B] = \frac{H}{A \cdot m} = Tл, \quad [H] = \frac{A}{m},$$

где  $\mu$  - магнитная проницаемость изотропной среды;  $\mu_0$  - магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ ). В вакууме  $\mu = 1$  и тогда магнитная индукция в вакууме:

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}$$

2. Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \right], \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0 I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl,$$

где  $d\vec{B}$  - магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника длиной  $dl$  с током  $I$ ;  $\vec{r}$  - радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой магнитная индукция вычисляется;  $\alpha$  - угол между радиусом – вектором и направлением тока в элементе проводника.

3. Магнитная индукция в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где  $R$  - радиус кругового витка.

4. Магнитная индукция на оси кругового тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где  $h$  - расстояние от центра витка до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

5. Магнитная индукция поля прямого тока:

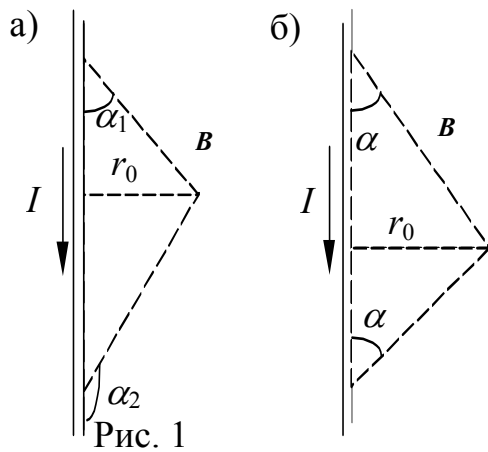
$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где  $r_0$  - расстояние от оси проводника до точки, в которой вычисляется магнитная индукция.

6. Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис. 1, а):

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Обозначения поясняются рисунком. Направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  обозначено точкой – это значит, что  $\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.



При симметричном расположении провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (рис.1,б)  $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1 = \cos \alpha$ , тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos \alpha$$

7. Магнитная индукция поля соленоида:

$$B = \mu\mu_0 n I$$

где  $n$  – число витков соленоида, приходящееся на единицу длины.

8. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (закон Ампера):

$$\vec{F} = I[\vec{l}\vec{B}], \text{ или } F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

где  $l$  - длина проводника;  $\alpha$  - угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ . Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника. Если поле неоднородно и проводник не является прямым, то закон Ампера можно применять к каждому элементу проводника в отдельности:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}].$$

9. Сила взаимодействия параллельных проводников с током:

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l,$$

где  $d$  - расстояние между проводами.

10. Магнитный момент, создаваемый током:

$$\vec{P}_m = I \cdot \vec{S},$$

где  $I$  - сила тока, протекающего по контуру,  $S$  - площадь контура, вектор  $\vec{S}$  численно равен площади  $S$  контура и совпадает по направлению с вектором нормали к плоскости контура.

11. Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \vec{B}], \text{ или } M = P \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$ .

12. Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле:

$$\Pi = -\vec{P}_m \vec{B}, \text{ или } \Pi = -P_m B \cos \alpha.$$

За нулевое значение потенциальной энергии контура с током в магнитном поле принято расположение контура, при котором вектор  $\vec{P}_m$  перпендикулярен вектору  $\vec{B}$ .

13. Отношение магнитного момента  $P_m$  к механическому  $L$  (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$$\frac{P_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m},$$

где  $Q$  - заряд частицы,  $m$  - масса частицы.

14. Сила Лоренца (если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях), то под силой Лоренца понимают выражение

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q[\vec{V} \cdot \vec{B}],$$

при отсутствии электрического поля:

$$F = Q[\vec{V} \cdot \vec{B}] \text{ или } F = Q \cdot V \cdot B \cdot \sin \alpha,$$

где  $\vec{V}$  - скорость заряженной частицы,  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{V}$  и  $\vec{B}$ .

15. Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \text{ или } \Phi = B_n \cdot S,$$

где  $S$  - площадь контура;  $\alpha$  - угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_s B_n dS, \quad [\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб},$$

интегрирование ведется по всей поверхности.

16. Потокосцепление (полный поток):

$$\Psi = N\Phi.$$

Эта формула справедлива для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу  $N$  витков.

17. Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле:

$$A = I\Delta\Phi.$$

18. Э.Д.С. индукции (закон Фарадея-Максвелла):

$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

19. Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью  $\vec{V}$  в магнитном поле:

$$U = B \cdot l \cdot V \cdot \sin \alpha,$$

где  $l$  - длина проводника;  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{V}$  и  $\vec{B}$ .

20. Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{r}, \text{ или } Q = \frac{N\Delta\Phi}{r} = \frac{\Delta\Psi}{r},$$

где  $r$  - сопротивление контура.

21. Индуктивность контура:

$$L = \frac{\Psi}{I}, \quad [L] = \frac{B \cdot c}{A} = \text{Гн}.$$

22. Э.Д.С. самоиндукции:



$$E_s = -L \frac{dI}{dt}$$

23. Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

где  $n$  - число витков, приходящееся на единицу длины соленоида;  $V$  - объём соленоида.

24. Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$ :

а) при замыкании цепи:

$$I = \frac{E}{r} \left( 1 - e^{-\frac{r}{L}t} \right)$$

где  $E$  - Э.Д.С. источника тока;  $t$  - время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи:

$$I = I_0 e^{-\frac{r}{L}t}$$

где  $I_0$  - значение силы тока цепи при  $t = 0$ ;  $t$  - время, прошедшее с момента размыкания цепи.

25. Энергия магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

26. Объёмная плотность энергии магнитного поля (энергия, заключенная в единице объёма):

$$\omega = \frac{1}{2} BH, \text{ или } \omega = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0}; \text{ или } \omega = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2; [\omega] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$$

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАЧ

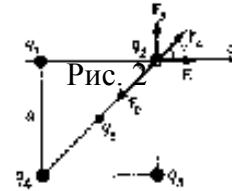
**Задача 1.** В вершинах квадрата находятся одинаковые по величине одноименные заряды (рис. 2). Определить величину заряда  $q_0$ , который надо поместить в центр квадрата, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Будет ли это равновесие устойчивым?

**Условие:**

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q;$$

$$q_0 = ?$$

**Решение.** Рассмотрим силы, действующие на любой из зарядов в вершинах, например на заряд  $q_2$  (рис. 2). Со стороны зарядов  $q_1, q_3, q_4$  на него действуют силы  $F_1, F_3, F_4$



соответственно, причем  $F_1 = F_3 = k \frac{q^2}{a^2}$ , где  $a$  – сторона квадрата,  $F_2 = k \frac{q^2}{(\sqrt{2}a)^2} = k \frac{q^2}{2a^2}$ .

$$F_0 = k \frac{qq_0}{(\sqrt{2}a/2)^2} = k \frac{2qq_0}{a^2}$$

Сила, действующая на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_0$  равна  
Условие равновесия заряда имеет вид:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0,$$

В проекции на ось  $x$  это уравнение запишется

$$F_1 + F_4 \cos \alpha - F_0 \cos \alpha = 0,$$

$$\text{или } \frac{kq^2}{a^2} + \frac{\sqrt{2}kq^2}{4a^2} - \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2} = 0$$

Откуда:

$$q_0 = q \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) / \sqrt{2} = 0,95 q.$$

Следует иметь ввиду, что согласно теореме Ирншоу, система неподвижных точечных зарядов, находящихся на конечном расстоянии друг от друга, не может находиться в состоянии устойчивого равновесия лишь под действием кулоновских сил.

**Задача 2.** Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно пластинам со скоростью  $v_0 = 1,0 \cdot 10^6$  м/с. Длина конденсатора  $L = 1,0$  см, напряженность электрического поля в нем  $E = 5,0 \cdot 10^3$  В/м. Найти скорость  $v$  электрона при вылете из конденсатора, его смещение  $y$ , отклонение от первоначального направления.

**Условие:**

$$v_0 = 1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$L = 1,0 \text{ см} = 0,01 \text{ м};$$

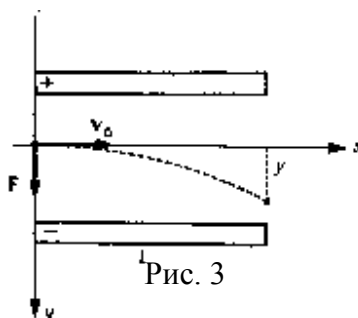
$$E = 5,0 \cdot 10^3 \text{ В/м};$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$$v - ? \quad y - ?$$

**Решение.** Сила тяжести,



действующая на электрон, равна  $F_T = mg = 9,1 \cdot 10^{-30}$  Н.

Кулоновская сила равна  $F = eE = 8 \cdot 10^{-16}$  Н, т. е. кулоновская сила много больше, чем сила тяжести. Поэтому можно считать, что движение электрона происходит только под действием кулоновской силы.

Запишем для электрона второй закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}, \text{ где } \vec{F} = e\vec{E}.$$

Направление осей координат показано на рис. 3. Движение электрона вдоль оси  $x$  – равномерное со скоростью  $v_0$ , так как проекция силы  $F$  на ось  $x$  равна нулю, следовательно, время, в течении которого электрон пролетает между пластинами конденсатора  $t = L/v_0$ .

Движение электрона вдоль оси  $y$  – равноускоренное под действием силы  $F$ , направленной вдоль этой оси. Ускорение  $a_y = a = eE/m$ . Начальная скорость и смещение электрона вдоль оси  $y$  равны:

$$v_y = 0; \quad y = \frac{at^2}{2} = \frac{eEL^2}{2mv_0^2}$$

$$\text{Размерность: } [y] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} / \text{м} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \text{м}$$

$$\text{Вычисления: } y = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{12}} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

Скорость электрона в момент вылета  $v$ , направленная по касательной к траектории

его движения равна  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ , где  $v_x = v_0$ ,

$$v_y = at = \frac{e \cdot E \cdot t}{m} = \frac{e \cdot E \cdot L}{mv_0}$$

Окончательно:

$$v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eEL}{mv_0}\right)^2}$$

$$\text{Размерность: } [v] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В} / \text{м} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{Вычисления: } v = \sqrt{10^{12} + \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 8,7 \cdot 10^6 \text{ м/с}$$

**Задача 3. Определить ускоряющую разность потенциалов  $\Delta\phi$ , которую должен пройти в электрическом поле электрон, чтобы его скорость возросла от  $v_1 = 1,0$  Мм/с до  $v_2 = 5,0$  Мм/с.**

**Условие:**

$$v_1 = 1,0 \text{ Мм/с} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 5,0 \text{ Мм/с} = 5,0 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл};$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг};$$

$\Delta\phi$  - ?

**Решение.** Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2

$$A = e \Delta\varphi. \quad (1)$$

С другой стороны, она равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = W_2 - W_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (2)$$

Приравняв выражения (1) и (2), найдем ускоряющую разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2e}$$

Размерность:  $[\Delta\varphi] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}} = \text{В}$

Вычисления:  $\Delta\varphi = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (25 \cdot 10^{12} - 10^{12})}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 68,3 \text{ В}$

**Задача 4.** К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов  $\Delta\varphi_1 = 1,5 \text{ кВ}$ . Площадь пластин  $S = 150 \text{ см}^2$  и расстояние между ними  $d = 5,0 \text{ мм}$ . После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли стекло ( $\varepsilon = 7$ ). Определить: 1) разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика; 2) емкость конденсатора  $C_1$  и  $C_2$  до и после внесения диэлектрика; 3) поверхностную плотность заряда  $\sigma$  на пластинах до и после внесения диэлектрика.

**Условие:**

$$\Delta\varphi_1 = 1,5 \text{ кВ} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ В};$$

$$S = 150 \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2;$$

$$d = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\varepsilon_1 = 1, \varepsilon_2 = 7;$$

$$\Delta\varphi_2 - ? \quad C_1 - ? \quad C_2 - ?$$

$$\sigma_1 - ?, \sigma_2 - ?$$

**Решение.** Так как  $E_1 = \Delta\varphi_1/d = \frac{\sigma}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}$  до внесения диэлектрика и  $E_2 = \Delta\varphi_2/d = \frac{\sigma}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}$  после внесения диэлектрика, то

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

и

$$\Delta\varphi_2 = \varepsilon_1 \Delta\varphi_1 / \varepsilon_2.$$

Емкость конденсатора до и после внесения диэлектрика

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d}.$$

Заряд пластин после отключения от источника напряжения не меняется, т. е.  $Q = \text{const}$ . Поэтому поверхностная плотность заряда на пластинах до и после внесения диэлектрика

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q}{S} = \frac{C_1 \Delta\varphi_1}{S} = \frac{C_2 \Delta\varphi_2}{S}.$$

Вычисления:  $\Delta\varphi_2 = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{7} = 214 \text{ В}$   $C_1 = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 26,5 \text{ нФ}$  ;

$C_2 = \frac{7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-3}} = 186 \text{ нФ}$

**Задача 5.** Найти сопротивление  $R$  железного стержня диаметром  $d = 1$  см, если масса стержня  $m = 1$  кг.

**Условие:**

$d = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м};$

$m = 1 \text{ кг};$

$\rho = 0,087 \text{ мкОм} \cdot \text{м} = 8,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м};$

$\rho_{\text{ж}} = 7,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$

$R$  - ?

**Решение:**

Сопротивление стержня определяется по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление железа,  $l$ ,  $S$  - длина стержня и площадь поперечного сечения.

Масса проволоки

$$m = \rho_{\text{ж}} V = \rho_{\text{ж}} S l,$$

где  $V$  - объем стержня,  $\rho_{\text{ж}}$  - плотность стали.

Откуда длина стержня равна:

$$l = \frac{m}{S \rho_{\text{ж}}} = \frac{4m}{\pi d^2 \rho_{\text{ж}}},$$

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

поскольку площадь поперечного сечения стержня

Окончательно, сопротивление стержня равно:

$$R = \rho \frac{16m}{\pi^2 d^4 \rho_{\text{ж}}}.$$

$$[R] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{кг}}{\text{м}^4 \text{ кг} / \text{м}^3} = \text{Ом}$$

Размерность:

$$R = \frac{16 \cdot 8,7 \cdot 10^{-8}}{\pi^2 \cdot 10^{-8} \cdot 7,7 \cdot 10^3} = 1,8 \text{ мОм}$$

Вычисления:

**Задача 6.** Ток  $I = 20$  А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением  $S = 1$  мм<sup>2</sup>, создает в центре кольца напряженность  $H = 178$  А/м. Какая разность потенциалов  $U$  приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

**Условие:**

$I = 20 \text{ А};$

$S = 1 \text{ мм}^2 = 10^{-6} \text{ м}^2;$

$H = 178 \text{ A/m};$

$\rho = 0.017 \text{ мкОм}\cdot\text{м} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м};$

$U = ?$

**Решение:**

Напряженность в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2r}, \quad (1)$$

Откуда радиус витка равен  $r = \frac{I}{2H}$ . (2)

К концам проволоки приложено напряжение  $U = IR$ , (3)

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r}{S}$$

где сопротивление проволоки равно

Подставив полученные значения  $R$  в (3), получим:

$$U = \frac{\pi \rho I^2}{HS} = 0,12 \text{ В}$$

Размерность:  $[U] = \frac{\text{Ом}\cdot\text{м}\cdot\text{А}^2}{\text{А}/\text{м}\cdot\text{м}^2} = \text{Ом}\cdot\text{А} = \text{В}$

Вычисления:  $U = \frac{\pi \cdot 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 400}{178 \cdot 10^{-6}} = 0,12 \text{ В}$

**Задача 7. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью  $v = 10^6 \text{ м/с}$ . Индукция магнитного поля  $B = 0,3 \text{ Тл}$ . Радиус окружности  $R = 4 \text{ см}$ . Найти заряд  $q$  частицы, если известно, что ее энергия  $W = 12 \text{ кэВ}$ .**

**Условие:**

$v = 10^6 \text{ м/с};$

$B = 0,3 \text{ Тл};$

$R = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м};$

$W = 12 \text{ кэВ} = 1,92 \cdot 10^{-14} \text{ Дж};$

$q = ?$

**Решение:**

В магнитном поле на частицу действует сила Лоренца:  $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ .

Поскольку частица движется по окружности,  $F = qvB$ .

Сила Лоренца сообщает частице ускорение  $a_n = \frac{v^2}{R}$ .

Следовательно:  $qvB = \frac{mv^2}{R}$ . (1)

Энергия частицы:  $W = \frac{mv^2}{2}$ , отсюда  $mv^2 = 2W$ . (2)

Подставляя (2) в (1), получим:

$$q \nu B = \frac{2W}{R}$$

Из этого уравнения найдем заряд частицы:

$$q = \frac{2W}{\nu BR} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Размерность:  $[q] = \frac{\text{Дж}}{\text{м/с} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{Тл} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{Н/А} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2} = \text{А} \cdot \text{с} = \text{Кл}$

Вычисления:  $q = \frac{2 \cdot 1,92 \cdot 10^{-14}}{10^6 \cdot 0,3 \cdot 0,04} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$

**Задача 8.** В однородном магнитном поле индукция которого  $B = 0,8 \text{ Тл}$ , равномерно вращается рамка с угловой скоростью  $\omega = 15 \text{ рад/с}$ . Площадь рамки  $S = 150 \text{ см}^2$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с направлением магнитного поля. Найти максимальное значение ЭДС индукции  $E_0$  во вращающейся рамке.

**Условие:**

$$B = 0,8 \text{ Тл};$$

$$\omega = 15 \text{ рад/с};$$

$$S = 150 \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2;$$

$$\alpha = 30^\circ;$$

$$E_0 = ?$$

**Решение:**

Мгновенное значение ЭДС индукции определяется законом Фарадея

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

При вращении рамки магнитный поток через рамку изменяется по закону:

$$\Phi = BS \sin \alpha \cos \omega t \quad (2)$$

Подставив (2) в (1) и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции

$$E = BS\omega \sin \alpha \sin \omega t$$

Максимального значения ЭДС достигнет при  $\sin \omega t = 1$ . Отсюда

$$E_0 = BS\omega \sin \alpha$$

Вычисления:  $E_0 = 0,8 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 0,5 = 0,09 \text{ В}$

**Задача 9.** Соленоид с сердечником из магнитного материала содержит  $N=1200$  витков провода, прилегающих друг к другу. При силе тока  $I=4 \text{ А}$  магнитный поток  $\Phi = 6 \text{ мкВб}$ . Определить индуктивность  $L$  соленоида и энергию  $W$  магнитного поля соленоида.

**Условие:**

$$N = 1200;$$

$$I = 4 \text{ А};$$

$$\Phi = 6 \text{ мкВб} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Вб};$$

$$L - ? \quad W - ?$$

**Решение:** Индуктивность  $L$  связана с потокосцеплением  $\Psi$  и силой тока  $I$  соотношением:

$$\Psi = L \cdot I. \quad (1)$$

Потокосцепление в свою очередь может быть выражено через поток и число витков  $N$  (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу):

$$\Psi = N \cdot \Phi. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) находим интересующую нас индуктивность соленоида:

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I}. \quad (3)$$

Энергия  $W$  магнитного поля соленоида с индуктивностью  $L$  при силе тока  $I$ , протекающего по его обмотке, может быть вычислена по формуле:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2.$$

Подставив в эту формулу полученное ранее выражение индуктивности (3), получим:

$$W = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \Phi \cdot I;$$

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1,8 \text{ мГн}$$

Вычисления:

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 14,4 \text{ мДж}$$



## Таблица вариантов для контрольной работы №2

№№ 200 – 219 – электростатика

№№ 220 – 239 – постоянный ток

№№ 240 – 259 – магнетизм

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
<b>0</b>	200	210	220	230	240	250
<b>1</b>	201	211	221	231	241	251
<b>2</b>	202	212	222	232	242	252
<b>3</b>	203	213	223	233	243	253
<b>4</b>	204	214	224	234	244	254
<b>5</b>	205	215	225	235	245	255
<b>6</b>	206	216	226	236	246	256
<b>7</b>	207	217	227	237	247	257
<b>8</b>	208	218	228	238	248	258
<b>9</b>	20 9	21 9	22 9	23 9	24 9	25 9

## ЗАДАЧИ

**200.** Имеются лежащие на одной прямой тонкий стержень длиной 1 м и отстоящий от него на 0,5 м маленький шарик. Стержень и шарик обладают зарядами по  $10^{-6}$  Кл каждый. Определить силу их электростатического взаимодействия.

**201.** Если в центр квадрата, в вершинах которого находятся заряды по +2 нКл, поместить отрицательный заряд, то результирующая сила, действующая на каждый заряд, будет равна нулю. Вычислить величину отрицательного заряда.

**202.** Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0,1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0,06 м от одного и 0,08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал поля в этой точке и величины зарядов.

**203.** На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром  $d=20$  см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью  $\sigma=4$  мкКл/м<sup>2</sup>. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на расстоянии 15 см.

**204.** В поле бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м<sup>2</sup> перемещается заряд из точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от плоскости, в точку на расстоянии 0,5 м от нее. Определить заряд, если при этом совершается работа 1 мДж.

**205.** Найти объемную плотность энергии электрического поля, создаваемого заряженной металлической сферой радиусом 5 см на расстоянии 5 см от ее поверхности, если поверхностная плотность заряда на ней 2 мкКл/м<sup>2</sup>.

**206.** Заряд 1 нКл находится на расстоянии 0,2 м от бесконечно длинной равномерно заряженной нити. Под действием поля нити заряд перемещается на 0,1 м. Определить линейную плотность заряда нити, если работа сил поля равна 0,1 мкДж.

**207.** Конденсатор емкостью 3 мкФ зарядили до разности потенциалов 300 В, а конденсатор емкостью 2 мкФ - до 200 В. После зарядки конденсаторы соединили параллельно. Найти разность потенциалов на обкладках конденсаторов после их соединения.

**208.** К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов  $U = 500$  В. Площадь пластин  $S = 200$  см<sup>2</sup>, расстояние между ними  $d_1 = 1,5$  мм. Пластины раздвинули до расстояния  $d_2 = 1,5$  см. Найти энергию  $W_1$  и  $W_2$  конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: 1) отключался; 2) не отключался.

**209.** Протон пролетает в плоском конденсаторе, длина пластин которого  $\ell = 10$  см, а напряженность электрического поля внутри –  $E = 40$  кВ/м. Какова первоначальная энергия протона, если он влетает в конденсатор параллельно пластинам, а вылетает под углом  $\alpha = 15^\circ$  к ним?

**210.** Узкий пучок электронов, обладающий энергией 1600 эВ, проходит в вакууме посередине между пластинами плоского конденсатора. Какое минимальное напряжение необходимо подвести к пластинам, чтобы электроны не вышли за пределы пластин? Длина пластин  $\ell = 2$  см, а расстояние между ними  $d = 1$  см.

**211.** Определить плотность электрического тока в железном проводнике, если тепловая энергия, выделяемая в единице объема за секунду, равна  $9,8 \cdot 10^4$  Дж/(м<sup>3</sup> · с).

**212.** Определить напряженность электрического поля в медном проводнике объемом  $V = 10$  см<sup>3</sup>, если при прохождении по нему постоянного тока в течение  $t = 4$  мин выделилось  $Q = 2$  Дж теплоты. Удельное сопротивление меди равно  $\rho = 0,017$  мкОм.

**213.** Сколько витков нихромовой проволоки надо намотать на фарфоровый цилиндр диаметром  $D = 1,5$  см, чтобы получить кипятильник, в котором в течение  $\tau = 10$  мин. закипит  $m = 120$  г воды если ее начальная температура  $t = 10^{\circ}\text{C}$ ? КПД принять равным  $\eta = 60\%$ . Диаметр проволоки  $d = 0,2$  мм; напряжение  $U = 100$  В. ? Удельное сопротивление нихрома  $\rho = 100$  мкОм·м.

**214.** Участок электрической цепи составлен из трех кусков провода одинаковой длины, изготовленных из одного и того же материала, соединенных последовательно. Сечения кусков провода равны  $S_1 = 1\text{мм}^2$ ,  $S_2 = 2\text{мм}^2$  и  $S_3 = 3\text{мм}^2$ . Разность потенциалов на концах участка  $U = 12$ В. Найти разность потенциалов на каждом куске провода.

**215.** Нихромовую проволоку длиной 20м включили последовательно с лампой мощностью 40Вт, для того, чтобы лампа, рассчитанная на напряжение 120В, давала нормальный накал при напряжении в сети 220В. Найти диаметр этой проволоки.

**216.** Имеется 120 - вольтовая лампочка мощностью 40Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220В? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 3мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

**217.** Миллиамперметр со шкалой от 0 до 15мА имеет сопротивление, равное 5 Ом. Как должен быть включен прибор в комбинации с сопротивлением (и каким) для измерения: 1) силы тока от 0 до 0,15А; 2) разности потенциалов от 0 до 150В?

**218.** Катушка и амперметр, соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением  $r = 4$ кОм. Амперметр показывает силу тока  $I = 0,3$ А, вольтметр - напряжение  $U = 120$ В. Определить сопротивление  $R$  катушки. Определить относительную погрешность  $\gamma$ , которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущего через вольтметр.

**219.** Найти внутреннее сопротивление и ЭДС источника  $E$ , если при силе тока  $I_1 = 30$  А мощность во внешней цепи  $P_1 = 180$  Вт, а при силе тока  $I_2 = 10$  А эта мощность равна  $P_2 = 200$  Вт.

**220.** Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление  $R_1 = 2$  Ом, а затем на внешнее сопротивление  $R_2 = 0,5$  Ом. Найти э.д.с. элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев, мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна 2,54 Вт.

**221.** Найти внутреннее сопротивление аккумулятора  $r$ , если при увеличении внешнего сопротивления с  $R_1 = 3$  Ом до  $R_2 = 10,5$  Ом КПД схемы увеличился вдвое.

**222.** Источник тока, имеющий ЭДС 15В и внутреннее сопротивление 0,4 Ом, питает токком 10 ламп сопротивлением по 240 Ом и 5 ламп сопротивлением 145 Ом каждая. Лампы соединены параллельно, сопротивление подводящих проводов 2,5 Ом. Найти напряжение, под которым работают лампы.

**223.** Электродпечь должна давать количество тепла  $Q = 100,6$  кДж за время  $t = 10$  мин. Какова должна быть длина нихромовой проволоки сечением  $S = 5 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>, если печь предназначена для электросети с напряжением  $U = 36$  В ? Удельное сопротивление нихрома  $\rho = 100$  мкОм·м.

**224.** Электрический чайник с 600см<sup>3</sup> воды при 9°C, сопротивление обмотки которого равно 16Ом, забыли выключить. Через сколько времени после включения вся вода в чайнике выкипит? Напряжение в сети 120В, К.П.Д. чайника 60%.

**225.** Какую мощность  $P$  потребляет нагреватель электрического чайника, если объем воды  $V = 1$  л закипает через время  $t = 5$  мин. Каково сопротивление нагревателя  $R$ , если

напряжение в сети  $U = 120$  ? Начальная температура воды  $t_0 = 13,5^{\circ}\text{C}$ . Теплоемкость воды  $c = 4,19\text{кДж/кг}\cdot\text{К}$ . плотность воды  $\rho = 10^3\text{ кг/м}^3$

**226.** От батареи, ЭДС которой  $E = 600\text{В}$ , требуется передать энергию на расстояние  $L = 1\text{км}$ . Потребляемая мощность  $P = 5\text{кВт}$ . Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводящих проводов  $d = 0,5\text{см}$ .

**227.** От источника с напряжением  $U = 800\text{В}$  необходимо передать потребителю мощность  $P = 10\text{кВт}$  на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10 % от передаваемой мощности?

**228.** Напряжение на шинах электростанции равно  $10\text{кВ}$ . Расстояние до потребителя  $500\text{км}$  (линия двухпроводная). Станция должна передать потребителю мощность  $100\text{кВт}$ . Потери напряжения на проводах не должны превышать 4%. Вычислить вес медных проводов на участке электростанция - потребитель.

**229.** Трамвайный вагон потребляет ток  $100\text{А}$  при напряжении  $600\text{В}$  и развивает силу тяги  $3000\text{Н}$ . Определить скорость движения трамвая на горизонтальном участке пути, если КПД электродвигателя трамвая 80 %.

**230.** Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону  $I = I_0\sin\omega t$ . Найти заряд  $Q$ , проходящий через поперечное сечение проводника за время  $t$ , равное половине периода  $T$ , если начальная сила тока  $I_0 = 10\text{А}$ , циклическая частота  $\omega = 50\pi\text{ с}^{-1}$ .

**231.** Сила тока в проводнике сопротивлением  $R = 12\text{ Ом}$  равномерно убывает от  $I_1 = 5\text{А}$  до  $I_2 = 0$  в течение  $t = 10\text{с}$ . Определить теплоту  $Q$ , выделившуюся в этом проводнике за указанный промежуток времени.

**232.** За время  $t = 8\text{с}$  при равномерно возрастающей силе тока в проводнике сопротивлением  $R = 8\text{ Ом}$  выделилось количество теплоты  $Q = 500\text{Дж}$ . Определить заряд  $q$ , прошедший в проводнике, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

**233.** Сила тока в проводнике сопротивлением  $R = 10\text{ Ом}$  за время  $t = 50\text{с}$  равномерно нарастает от  $I_1 = 5\text{А}$  до  $I_2 = 10\text{А}$ . Определить количество теплоты  $Q$ , выделившееся за это время в проводнике.

**234.** Напряжение на резисторе с сопротивлением  $R = 100\text{ Ом}$  меняется во времени по закону  $U = k\sqrt{t}$ , где  $k = 2$ , если время измеряется в секундах, напряжение - в вольтах. Найти количество теплоты, выделяющееся на резисторе за первые  $100\text{с}$ .

**235.** Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол  $\varphi = 30^{\circ}$  с плоскостью магнитного меридиана. Радиус витка  $R = 20\text{см}$ . Определить угол  $\alpha$ , на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой  $I = 25\text{А}$ . Горизонтальную составляющую индукцию магнитного поля Земли принять равной  $B = 20 \cdot 10^{-3}\text{Тл}$ .

**236.** Два кольца с токами  $I_1 = 5\text{А}$ ,  $I_2 = 10\text{А}$  расположены так, что имеют общий центр, а плоскости их составляют угол  $45^{\circ}$ . Найти индукцию магнитного поля в общем центре колец, если радиусы колец  $R_1 = 12\text{см}$ ,  $R_2 = 16\text{см}$ .

**237.** По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами  $a = 8\text{ см}$  и  $b = 12\text{ см}$  течёт ток силой  $I = 50\text{ А}$ . Определить напряжённость  $H$  и индукцию магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

**238.** Перпендикулярно плоскости кольцевого тока  $10\text{ А}$  радиусом  $20\text{ см}$  проходит изолированный провод так, что он касается кольца. Ток в проводе равен  $10\text{ А}$ . Найти суммарную напряжённость магнитного поля в центре кольца.

**239.** По трём длинным параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии  $d = 10\text{ см}$  друг от друга, текут токи одинаковой силы  $I = 100\text{ А}$ . В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу  $F$ , действующую на единицу длины каждого провода.

**240.** Напряжённость магнитного поля составляет  $50\text{ А/м}$ . В этом поле находится плоская рамка площадью  $10\text{ см}^2$ , которая может свободно вращаться. Плоскость рамки вначале совпадала с направлением поля. Затем по рамке кратковременно пустили ток  $1\text{ А}$  и рамка получила угловое ускорение  $100\text{ с}^{-2}$ . Считая вращающий момент постоянным, найти момент инерции рамки ( $\mu=1$ ).

**241.** Плоская круглая рамка состоит из  $20$  витков, радиусом  $2\text{ см}$ . По ней протекает ток в  $1\text{ А}$ . Нормаль к рамке составляет угол  $90^\circ$  с направлением магнитного поля напряжённостью  $30\text{ А/м}$ . Как и на сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, если из витков рамки сделать один круглый виток? Остальные данные считать прежними.

**242.** Плоский контур с током  $I = 5\text{ А}$  свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,4\text{ Тл}$ . Площадь контура  $S = 200\text{ см}^2$ . Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол  $\alpha = 40^\circ$ . Определить совершённую при этом работу.

**243.** Напряжённость  $\vec{H}$  магнитного поля в центре кругового витка равна  $500\text{ А/м}$ . Магнитный момент витка  $P_m = 6\text{ Ам}^2$ . Вычислить силу тока  $I$  в витке и радиус  $R$  витка.

**244.** Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией  $B=0,01\text{ Тл}$ . Определить момент импульса, которым обладала частица в магнитном поле, если радиус траектории частицы равен  $R = 0,5\text{ мм}$ .

**245.** Электрон движется в магнитном поле с индукцией  $B = 4 \cdot 10^{-3}\text{ Тл}$  по окружности радиусом  $R = 0,8\text{ см}$ . Какова кинетическая энергия электрона?

**246.** Протон и  $\alpha$  – частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное поле. Во сколько раз радиус  $R$  кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории  $\alpha$  – частицы?

**247.** Протон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2\text{ Тл}$ . Определить силу эквивалентного кругового тока, создаваемого движением протона.

**248.** Плоский конденсатор, между пластинами которого создано электрическое поле напряжённостью  $E = 100\text{ В/м}$ , помещен в магнитное поле так, что силовые линии полей взаимно перпендикулярны. Какова должна быть индукция  $B$  магнитного поля, чтобы электрон с начальной энергией  $T = 4\text{ кэВ}$ , влетевший в пространство между пластинами конденсатора перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, не изменил направления скорости?

**249.** Квадратный контур со стороной  $a = 10\text{ см}$ , в котором течёт ток силой  $I = 6\text{ А}$ , находится в магнитном поле с индукцией  $B = 0,8\text{ Тл}$  под углом  $\alpha = 50^\circ$  к линиям индукции. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму с квадрата на окружность?

**250.** В однородном магнитном поле напряжённостью  $1000\text{ А/м}$  перемещается перпендикулярно полю провод длиной  $40\text{ см}$  сопротивлением  $10\text{ Ом}$  со скоростью  $20\text{ м/с}$ .

Какой ток пошёл бы по проводнику, если бы его замкнули? (влияние замыкающего провода не учитывать).

**251.** Число витков на единице длины однослойного соленоида без сердечника

$$20 \frac{1}{\text{см}}$$

составляет  $20 \frac{1}{\text{см}}$ , его длина 30 см, диаметр 2 см, сопротивление обмотки 300 Ом. В соленоиде ток увеличился от нуля до 5 А. Вычислить величину заряда, прошедшего через соленоид.

**252.** Силу тока в катушке равномерно увеличивают при помощи реостата на  $\Delta I = 0,6 \text{ А}$  в секунду. Найти среднее значение ЭДС самоиндукции, если индуктивность катушки  $L = 5 \text{ мГн}$ .

**253.** Замкнутый соленоид (тороид) со стальным сердечником имеет  $n=10$  см витков на каждый сантиметр длины. По соленоиду течет ток силой  $I=2 \text{ А}$ . Вычислить магнитный поток  $\Phi$  в сердечнике, если его сечение  $S=4 \text{ см}^2$ . При решении использовать график  $B(H)$ .

**254.** Обмотка тороида имеет  $n=8$  витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии  $W$  магнитного поля при силе тока  $I=2 \text{ А}$ . Сердечник выполнен из стали, и магнитное поле во всем объеме однородно. При решении использовать график  $B(H)$ .

**255.** В электрической цепи, содержащей сопротивление  $r = 20 \text{ Ом}$  и индуктивность  $L = 0,6 \text{ Гн}$ , течёт ток силой  $I = 20 \text{ А}$ . Определить силу тока в цепи через  $\Delta t = 0,2 \text{ мс}$  после её размыкания.

**256.** Источник тока замкнули на катушку сопротивлением  $r=200 \text{ Ом}$ . По истечении времени  $t = 0,1 \text{ с}$  сила тока замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность катушки.

**257.** Энергия поля однослойного соленоида при токе в 1,2 А равна 2 Дж. Чему равна

$$10 \frac{1}{\text{см}}$$

магнитная проницаемость сердечника, если плотность витков соленоида  $10 \frac{1}{\text{см}}$ , длина его 1 м, площадь поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$ .

**258.** Обмотка соленоида содержит  $n = 20$  витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет  $\omega = 0,1 \text{ Дж/м}^3$ ? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

**259.** Объемная плотность энергии однородного магнитного поля в воздухе  $500 \text{ Дж/м}^3$ . В этом поле перпендикулярно ему расположен прямолинейный проводник с током 50 А. С какой силой поле действует на единицу длины проводника?

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### 1. Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначения	Значения
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	G	6,67·10 <sup>-11</sup> м <sup>3</sup> /кг·с <sup>2</sup>
Постоянная Авогадро	N <sub>A</sub>	6,62·10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/моль·К
Постоянная Больцмана	k	1,38·10 <sup>-23</sup> Дж/К
Элементарный заряд (заряд электрона)	e	1,6·10 <sup>-19</sup> Кл
Скорость света в вакууме	c	3·10 <sup>8</sup> м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	5,67·10 <sup>-8</sup> Вт/м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup>
Постоянная закона смещения Вина	b	2,9·10 <sup>-3</sup> м·К
Постоянная Планка	h	6,62·10 <sup>-34</sup> Дж·с
Комптоновская длина волны электрона	λ <sub>C</sub>	2,43·10 <sup>-12</sup> м
Атомная единица массы	а.е.м.	1,66·10 <sup>-27</sup> кг
Электрическая постоянная	ε <sub>0</sub>	8,85·10 <sup>-12</sup> Ф/м
Магнитная постоянная	μ <sub>0</sub>	4π·10 <sup>-7</sup> Гн/м

### Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10 <sup>18</sup>	деци	д	10 <sup>-1</sup>
пэта	П	10 <sup>15</sup>	санتي	с	10 <sup>-2</sup>
тера	Т	10 <sup>12</sup>	мили	м	10 <sup>-3</sup>
гига	Г	10 <sup>9</sup>	микро	мк	10 <sup>-6</sup>
мега	М	10 <sup>6</sup>	нано	н	10 <sup>-9</sup>
кило	к	10 <sup>3</sup>	пико	п	10 <sup>-12</sup>
гекто	г	10 <sup>2</sup>	фемто	ф	10 <sup>-15</sup>
дека	да	10 <sup>1</sup>	атто	а	10 <sup>-18</sup>

## Греческий алфавит

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
Α,α	альфа	Ν,ν	ню (ни)
Β,β	бета	Ξ,ξ	кси
Γ,γ	гамма	Ο,ο	омикрон
Δ,δ	дельта	Π,π	пи
Ε,ε	эпсилон	Ρ,ρ	Ро
Ζ,ζ	дзета	Σ,σ	сигма
Η,η	эта	Τ,τ	тау
Θ,θ	тета	Υ,υ	ипсилон
Ι,ι	йота	Φ,φ	фи
Κ,κ	каппа	Χ,χ	хи
Λ,λ	лямбда	Ψ,ψ	пси
Μ,μ	ми (мю)	Ω,ω	омега