

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«Финансовый университет при Правительстве Российской  
Федерации»**  
(Финансовый университет)  
Тульский филиал  
Кафедра «Математика и информатика»

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТОМ**

### **Практикум**

Для бакалавров направления 080500.62 «Бизнес-информатика»

**Тула 2014**

---

## 7. МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЕКТАМИ

### 7.1. Построение сетевых графиков и расчет их временных параметров

#### *Общие сведения*

Методы сетевого планирования и управления (СПУ) активно используются при управлении проектами, прежде всего для расчета планов и их оптимизации по различным критериям. Основным элементом систем СПУ является сетевая модель, которая моделирует процесс выполнения комплекса работ для достижения определенной цели. Графическое изображение сетевой модели называется сетевым графиком. Сетевым графиком с математической точки зрения представляется собой ориентированный граф без петель и контуров. Обозначим его  $G = (E, U)$ , где  $E$  — множество вершин,  $U$  — множество дуг.

Дугам на сетевом графике соответствуют работы, а вершинам — события. Работой называется любой процесс, происходящий во времени. Все работы можно разделить на действительные работы, ожидания, фиктивные (зависимости). Под действительными работами следует понимать любой трудовой процесс, требующий ресурсов и имеющий некоторую продолжительность. Ожидание — это некоторый процесс, не требующий ресурсов, но имеющий некоторую продолжительность. Фиктивные работы (зависимости) не требуют ресурсов и имеют нулевую продолжительность, они используются для обозначения логических зависимостей между действительными работами.

Событие — это результат выполнения работ, в него входящих; оно не имеет продолжительности и не потребляет ресурсов. На любом сетевом графике можно выделить исходное, промежуточное и завершающее события. Любая работа сетевой модели соединяет два события: начальное событие работы и конечное событие работы. Для однозначного обозначения работ используют идентификаторы  $(i, j)$ , где  $i$  — номер начального события работы,  $j$  — номер конечного события работы. Обычно на сетевых графиках события упорядочены, т.е.  $i < j$ .

Любая последовательность работ, в которой конечное событие предыдущей работы является начальным событием последующей, называется путем. Под длиной пути будем понимать продолжительность выполнения всей последовательности работ, составляющих этот путь. На сетевой модели следует различать: полный путь; путь, предшествующий событию; путь, следующий за событием; путь между событиями. Среди полных путей особое значение придается критическому пути.

Критический путь — это наиболее протяженный по времени полный путь; его продолжительность определяет минимальное время выполнения проекта (критический срок  $t_{кр}$ ). Критических путей на сетевом графике может быть несколько.

---

При анализе сетевых графиков прежде всего вычисляют их временные параметры. К основным временным параметрам относятся:

- продолжительность критического пути (критический срок);
- сроки свершения и резервы событий;
- сроки выполнения отдельных работ и их резервы времени.

Продолжительность выполнения работы  $(i, j)$  обозначим  $t_{ij}$ .

Ранний срок  $t_p(j)$  свершения события  $j$  — это самый ранний момент, к которому завершаются все работы, предшествующие этому событию:

$$t_p(1) = 0,$$

$$t_p(j) = \max (t_p(i) + t_{ij}) \text{ по } (i, j) \in E_j^*,$$

где  $E_j^*$  — множество работ, заканчивающихся  $j$ -м событием;  $t_p(i)$  — ранний срок свершения начального события работы  $(i, j)$ ;  $t_{ij}$  — продолжительность работы  $(i, j)$ . Тогда  $t_p(S) = t_{Kp}$ .

Поздний срок  $t_n(i)$  свершения события  $i$  — такой предельный момент, после которого остается ровно столько времени, сколько необходимо для выполнения всех работ, следующих за этим событием. Для завершающего события  $S$  предполагается, что

$$t_n(S) = t_p(S) = t_{Kp}.$$

Тогда  $t_n(i) = \min (t_n(j) - t_{ij}) \text{ по } (i, j) \in E_i^*$ ,

где  $E_i^*$  — множество работ, начинающихся  $i$ -м событием;  $t_n(i)$  — поздний срок свершения конечного события работы  $(i, j)$ .

Резерв времени  $R(i)$  события  $i$  показывает, на какой предельно допустимый срок может задержаться свершение события  $i$  без нарушения срока наступления завершающего события:  $R(i) = t_n(i) - t_p(i)$ .

Ранний срок начала работы  $(i, j)$ :  $t_{p,n}(i, j) = t_p(i)$ .

Ранний срок окончания работы  $(i, j)$ :  $t_{p,o}(i, j) = t_p(j)$ .

Поздний срок окончания работы  $(i, j)$ :  $t_{n,o}(i, j) = t_n(j)$ .

Поздний срок начала работы  $(i, j)$ :  $t_{n,n}(i, j) = t_n(i) - t_{ij}$ .

Ранний срок свершения события  $j$  часто находят по формуле

$$t_p(j) = \max t_{p,n}(i, j) \text{ по } (i, j) \in E_j^*,$$

а поздний срок свершения события  $i$  — по формуле

$$t_n(i) = \min t_{n,n}(i, j) \text{ по } (i, j) \in E_i^*.$$

Полный резерв времени  $R_n(i, j)$  работы  $(i, j)$  — это максимальный запас времени, на которое можно задержать начало работы или увеличить ее продолжительность при условии, что весь комплекс работ будет завершён в критический срок:

$$R_n(i, j) = t_n(j) - t_p(i) - t_{ij} = t_n(j) - t_{p,n}(i, j).$$

Свободный резерв времени  $R_c(i, j)$  работы  $(i, j)$  — это максимальный запас времени, на которое можно отсрочить или (если она началась в свой ранний срок) увеличить ее продолжительность при условии, что не нарушаются ранние сроки начала всех последующих работ:

$$R_c(i, j) = t_p(j) - t_p(i) - t_{ij} = t_p(j) - t_{p,o}(i, j).$$

Критические работы, как и критические события, резервов не имеют.

## 7.2. Оптимизация проекта по времени

### Общие сведения

Сокращение времени завершения проекта, как правило, связано с привлечением дополнительных средств (количество рабочих, сверхурочные работы). Рассмотрим два примера задачи оптимизации проекта по времени с привлечением дополнительных средств.

*Постановка задачи 1.* Для сокращения времени выполнения проекта выделяется некоторая сумма дополнительных средств  $B$ . Задан сетевой график  $G=(E,U)$  выполнения проекта, где  $E$  – множество событий,  $U$  – множество работ. Продолжительность каждой работы равна  $t_{ij}$ . Известно, что вложение дополнительных средств  $x_{ij}$  в работу  $(i,j)$  сокращает время ее выполнения от  $t$  до  $t'_{ij}$ , причем эта зависимость выражается как  $t'_{ij} = (x_{ij}) \leq t_{ij}$  ( $f_{ij}$  — известные функции). Для каждой работы существует минимально возможное время ее выполнения  $d_{ij}$ .

Требуется определить время начала  $t^H_{ij}$  и окончания  $t^o_{ij}$  выполнения работ, а также количество дополнительных средств  $x_{ij}$ , которые необходимо вложить в работы  $(i, j)$ , чтобы общее время выполнения проекта было минимальным, сумма вложенных дополнительных средств не превышала величины  $B$ , время выполнения каждой работы было не меньше минимально возможного времени.

Математически условия задачи можно записать следующим образом:

$$t_{kp} = t^0_{n-1,n}; \quad (7.1)$$

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \leq B; \quad (7.2)$$

$$t^o_{ij} - t^H_{ij} \geq d_{ij}, (i,j) \in U; \quad (7.3)$$

$$t^o_{ij} - t^H_{ij} = f_{ij}, (i,j) \in U; \quad (7.4)$$

$$t^H_{rj} \geq t^o_{ir}, \text{ для всех } r, i, j \in U; \quad (7.5)$$

$$t^o_{ij} \geq 0, 0 \leq t^H_{ij} \leq t^o_{ij}, (i,j) \in U. \quad (7.6)$$

Ограничение (7.2) определяет сумму вложенных дополнительных средств: она не должна превышать величины  $B$ . Ограничения (7.3) показывают, что продолжительность каждой работы должна быть не менее минимально возможной ее продолжительности. Ограничения-равенства (7.4) показывают зависимость продолжительности каждой работы от вложенных в нее дополнительных средств. Ограничения (7.5) обеспечивают выполнение условий предшествования работ в соответствии с топологией сети: время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующих ей работ. Ограничение (7.6) — условие неотрицательности.

Если в последнее событие сети  $n$  входят сразу несколько работ, то необходимо добавить фиктивную работу  $(n, n + 1)$ , время выполнения



которой равно нулю ( $t_{mj+1}^o - t_{mj+1}^H = 0$ ) добавить в ограничение (7.4). Тогда целевая функция запишется так:  $t_{кр} = t_{n-1,n}^o$  (min).

**Постановка задачи 2.** Пусть задан срок выполнения проекта  $t_0$ , а расчетное время  $t_{кр} \geq t_0$ . В этом случае оптимизация комплекса работ сводится к сокращению продолжительности критического пути. Задача заключается в определении величины дополнительных вложений  $x_{ij}$  в отдельные работы проекта с тем, чтобы общий срок его выполнения не превышал заданной величины  $t_0$ , а суммарный расход дополнительных средств был минимальным. Время выполнения каждой работы должно быть не меньше минимально возможного времени  $d_{ij}$ .

Математическая запись этой задачи:

$$F(x) = \sum_{(i,j)} x_{ij} \quad (\text{min})$$

$$t_{mj} \leq t_0,$$

$$t_{ij}^o - t_{ij}^H \geq d_{ij}, \quad (i,j) \in U;$$

$$t_{ij}^o - t_{ij}^H = f_{ij}, \quad (i,j) \in U;$$

$$t_{ri}^H \geq t_{ir}^o, \text{ для всех } r, i, j \in U;$$

$$t_{ij}^o \geq 0, \quad t_{ij}^H \geq 0, \quad (i,j) \in U.$$

Смысл ограничений аналогичен соответствующим ограничениям постановки задачи 1 (7.1) — (7.6).

Приведенные постановки задачи относятся к классу задач математического программирования и могут быть решены известными методами в зависимости от вида функций  $f_{ij}(x_{ij})$ . Если предположить, что продолжительность выполнения работ линейно зависит от дополнительно вложенных средств и выражается соотношением  $t'_{ij} = t_{ij} - k_{ij} x_{ij}$ , где  $k_{ij}$  — технологические коэффициенты использования дополнительных средств, то будем иметь задачу линейного программирования.

**Пример.** Для сокращения срока реализации проекта, представленного сетевым графиком (рис.7.1), заказчик выделил 14 ед. дополнительных средств. Продолжительность выполнения работ линейно зависит от дополнительно вложенных средств и выражается соотношением

$$t'_{ij} = t_{ij} - k_{ij} x_{ij}.$$

Известно, что  $k_{12} = 0,1$ ;  $k_{13} = 0,2$ ;  $k_{23} = 0,5$ ;  $k_{24} = 0,3$ ;  $k_{35} = 0,6$ ;  $k_{45} = 0,1$ . Над каждой работой поставлены ее продолжительность  $t_{ij}$  и минимально возможное время выполнения  $d_{ij}$ .

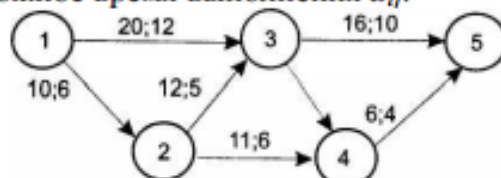


Рис. 7.1

Требуется оптимизировать сетевой график по времени, то есть найти такие  $t'_{ij}$ ,  $t_{ij}^o$ ,  $x_{ij}$ , чтобы:

- а) время выполнения всего проекта было минимальным;
- б) сумма дополнительно вложенных средств не превышала 14 ед.;
- в) продолжительность выполнения каждой работы была не меньше заданной величины  $d_{ij}$ .

Добавим на сетевом графике фиктивную работу (5, 6), как показано на рис. 7.2.

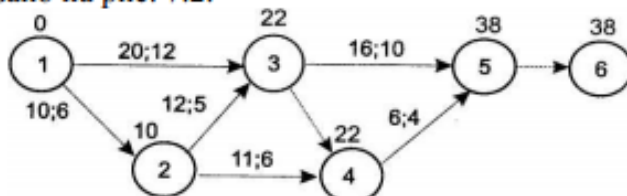


Рис. 7.2

Тогда целевая функция запишется в виде  $t_{кр} = t^o_{5,6} (min)$

Запишем ограничения задачи:

а) сумма вложенных средств не должна превышать их наличного количества  $x_{12} + x_{13} + x_{45} + x_{23} + x_{24} + x_{35} \leq 14$ ;

б) продолжительность выполнения каждой работы должна быть не меньше минимально возможного времени:

$$t^o_{12} - t^u_{12} \geq 6; t^o_{13} - t^u_{13} \geq 12; t^o_{23} - t^u_{23} \geq 5; t^o_{24} - t^u_{24} \geq 6;$$

$$t^o_{34} - t^u_{34} = 0; t^o_{35} - t^u_{35} \geq 10; t^o_{45} - t^u_{45} \geq 4; t^o_{56} - t^u_{56} = 0;$$

в) зависимость продолжительности работ от вложенных средств  $t^o_{12} - t^u_{12} = 10 - 0,1x_{12}$ ;  $t^o_{13} - t^u_{13} = 20 - 0,2x_{13}$ ;  $t^o_{24} - t^u_{24} = 11 - 0,3x_{24}$ ;  $t^o_{35} - t^u_{35} = 16 - 0,6x_{35}$ ;  $t^o_{45} - t^u_{45} = 6 - 0,1x_{45}$ ;  $t^o_{23} - t^u_{23} = 12 - 0,5x_{23}$ .

г) время начала выполнения каждой работы должно быть не меньше времени окончания непосредственно предшествующей ей работы

$$t^u_{12} = 0; t^u_{13} = 0; t^u_{23} \geq t^o_{12}; t^u_{34} \geq t^o_{13}; t^u_{34} \geq t^o_{23}; t^u_{24} \geq t^o_{12}; t^u_{35} \geq t^o_{13};$$

$$t^u_{35} \geq t^o_{23}; t^u_{45} \geq t^o_{24}; t^u_{56} \geq t^o_{35}; t^u_{56} \geq t^o_{45}; t^u_{45} \geq t^o_{34}.$$

д) условие неотрицательности неизвестных

$$t^H_{ij} \geq 0; t^o_{ij} \geq 0; t^u_{ij} \geq 0, (i, j) \in U.$$

Решив данную задачу симплекс-методом на ПЭВМ, получаем:

$$t^u_{12} = 0; t^o_{12} = 10; t^u_{13} = 0; t^o_{13} = 20; -t^u_{23} = 10; t^o_{23} = 20;$$

$$t^u_{24} = 10; t^o_{24} = 21; t^u_{34} = 20; t^o_{34} = 20; t^u_{35} = 20; t^o_{35} = 30;$$

$$t^u_{45} = 24; t^o_{45} = 30; t^H_{56} = 30; t^o_{56} = 30; x_{12} = 0; x_{13} = 0; x_{23} = 4; x_{24} = 0; x_{35} = 10; x_{45} = 0; t_{кр} = 30.$$

Таким образом, при дополнительном вложении 14 ед. комплекс работ может быть выполнен за 30 ед. времени. При этом средства распределяются следующим образом: 4 ед. в работу (2, 3) и 10 ед. в работу (3, 5) (рис. 7.3).

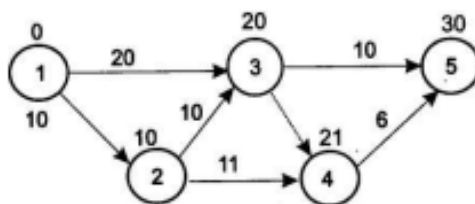


Рис. 7.3

#### **8.4. Модели управления проектами**

**Задача 5.А.** Построить и рассчитать временные характеристики сетевых графиков

Номер Вашего варианта (номер задачи) соответствует последней цифре зачетной книжки.

5.1. Проект разработки и внедрения нового вида продукта включает в себя следующие работы (табл. 8.14).

Таблица 8.14

Работа	Предшествующие работы	Продолжительность работы, мес.
$A_1$	–	1
$A_2$	–	5
$A_3$	$A_1$	3
$A_4$	$A_1$	2
$A_5$	$A_2, A_3$	6
$A_6$	$A_2, A_3$	5
$A_7$	$A_4, A_5$	5
$A_8$	$A_6$	3

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. рассчитать минимальное время выполнения проекта;
3. рассчитать временные параметры свершения событий;
4. определить сроки выполнения работ и их резервы времени;
5. построить линейный график выполнения работ проекта.

5.2. Фирма «Астра» запланировала реконструкцию своего офиса. Перечень работ, которые необходимо для этого выполнить, представлен в табл.8.15

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. рассчитать минимальное время выполнения проекта;
3. рассчитать временные параметры свершения событий;
4. определить сроки выполнения работ и их резервы времени;
5. построить линейный график выполнения работ проекта.

Таблица 8.15

Работа	Содержание	Предшествующие работы	Продолжительность, дн.
$A_1$	Определение объема реконструкции	—	5
$A_2$	Составление сметы затрат	$A_1$	10
$A_3$	Выбор проекта реконструкции	$A_1$	5



$A_4$	Выбор строительной организации	$A_2$	3
$A_5$	Получение финансового обеспечения	$A_2$	5
$A_6$	Составление договора на выполнение работ	$A_4$	3
$A_7$	Экономическое обоснование проекта	$A_3$	4
$A_8$	Привязка проекта к условиям фирмы	$A_7$	5
$A_9$	Работа по реконструкции	$A_5, A_6, A_8$	39

5.3. Подготовка и проведение экскурсионного тура требует выполнения следующих работ (табл.8.16).

Таблица 8.16

Работа	Предшествующие работы	Продолжительность дн.
$A_1$	–	6
$A_2$	–	8
$A_3$	–	2
$A_4$	$A_1$	3
$A_5$	$A_1$	4
$A_6$	$A_3$	6
$A_7$	$A_1$	3
$A_8$	$A_2, A_5, A_6$	4
$A_9$	$A_2, A_5, A_6$	4
$A_{10}$	$A_4, A_8$	2
$A_{11}$	$A_7$	3

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. рассчитать временные параметры свершения событий, пользуясь четырехсекторной схемой. Выделить критические работы, указать критический срок выполнения проекта;
3. определить сроки выполнения работ и их резервы времени;
4. построить линейный график выполнения работ проекта.

Таблица 8.17.

Работа	Предшествующие работы	Продолжительность работы
$A_1$		4
$A_2$	–	6
$A_3$	$A_1$	2
$A_4$	$A_1$	6
$A_5$	$A_2, A_3$	3
$A_6, A_7$	$A_2, A_3$ $A_4, A_5$	3 5

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. рассчитать минимальное время выполнения проекта;
3. рассчитать временные параметры свершения событий;
4. определить сроки выполнения работ и их резервы времени.

5.5. Осуществление проекта требует выполнения ряда работ, перечень которых задан в табл. 8.18.

Таблица 8.18

Работа	Предшествующие работы	Продолжительность
$A_1$	–	5
$A_2$	–	3
$A_3$	$A_1$	7
$A_4$	$A_1$	6
$A_5$	$A_2$	7
$A_6$	$A_4, A_5$	3
$A_7$	$A_4, A_5$	10
$A_8$	$A_3, A_6$	8

Требуется:

1. построить сетевой график выполнения проекта;
2. определить:
  - а) сколько времени потребуется для завершения проекта;

б) можно ли отложить выполнение работы  $A_4$  без отсрочки завершения проекта в целом;

в) на сколько месяцев можно отложить выполнение работы  $A_3$  без отсрочки завершения проекта в целом?

5.6. Проект подготовки нового экскурсионного тура состоит из восьми работ (табл. 8.19).

Таблица 8.19

Работа	Предшествующие работы	Продолжительность работы, дн.
$A_1$	–	3
$A_2$	–	6
$A_3$	$A_1$	2
$A_4$	$A_2, A_3$	5
$A_5$	$A_4$	4
$A_6$	$A_5$	3
$A_7$	$A_2, A_3$	9
$A_8$	$A_6, A_7$	3

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. рассчитать минимальное время выполнения проекта;
3. рассчитать временные параметры свершения событий;
4. определить, можно ли отложить выполнение работы  $A_3$  без

отсрочки завершения проекта в целом;

5. определить, на сколько дней можно отложить выполнение работы  $A_6$  без отсрочки завершения проекта в целом.

5.7. Университет рассматривает предложение о строительстве новой турбазы. Работы, которые следует выполнить перед началом строительства, представлены в табл. 8.20.

Таблица 8.20

Работа	Содержание работы	Предшествующие работы	Продолжительность работы
$A_1$	Определить место строительства	–	6
$A_2$	Разработать первоначальный проект	$A_1$	8

$A_3$	Получить разрешение на строительство	$A_1$	12
$A_4$	Выбрать архитектурную мастерскую	$A_3$	4
$A_5$	Разработать смету затрат на строительство	$A_3$	12
$A_6$	Закончить разработку проекта	$A_4, A_5$	15
$A_7$	Получить финансовое обеспечение	$A_2, A_5$	12
$A_8$	Нанять подрядчика	$A_6, A_7$	8

Требуется:

1. построить сетевой график проекта;
2. найти критический путь;
3. определить, реально ли начать работу по строительству здания турбазы через год после принятия решения о начале проекта;
4. определить сроки свершения событий, пользуясь четырехсекторной схемой;
5. определить сроки выполнения работ и их резервы времени.

**Задача 5 Б.** Провести оптимизацию проекта по времени.

Номер Вашего варианта (номер задачи) соответствует последней цифре зачетной книжки.

5.8- 5.9. Проект представлен сетевым графиком (рис 8.1).

Продолжительность  $t_{ij}$  работ  $(i, j) \in$  и минимальное время их выполнения  $d_{ij}$ , а также технологические коэффициенты использования дополнительных средств  $A_{\bar{k}}$  приведены в табл. 8.21.

Необходимо определить, сколько дополнительных средств  $x_{ij}$  нужно вложить в каждую работу, чтобы время выполнения проекта не превосходило  $t_0$ , а сумма дополнительно вложенных средств была минимальной.



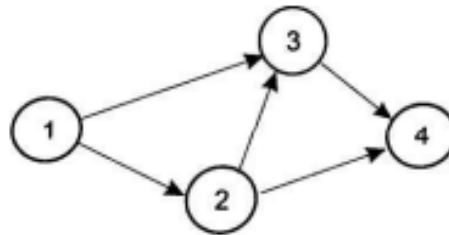


Рис. 8.1

Таблица 8.21

Номер задачи	Параметры	Работа (1,2)	Работа (1,3)	Работа (2,3)	Работа (2,4)	Работа (3,4)	Срок выполнения
5.8	$t_{ij}$	10	20	15	10	25	35
	$d_{ij}$	7	10	9	5	14	
	$k_{ij}$	0,05	0,3	0,4	0,1	0,2	
5.9	$t_{ij}$	10	20	0	10	25	30
	$d_{ij}$	7	10	0	5	14	
	$k_{ij}$	0,05	0,3	0	0,1	0,2	

5.10-5.15. Параметры проекта, заданного сетевым графиком (рис. 8.2), приведены в табл.8.22.

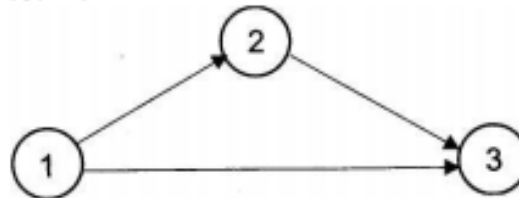


Рис.8.2

Определить величину дополнительных вложений в каждую работу, при которых время выполнения комплекса работ не превышает  $t_0$ , а сумма дополнительных вложений минимальна.

Таблица 8.22

Номер задачи	Параметры	Работа			Срок выполнения комплекса работ, $t_0$
		(1.2)	(1.3)	(2.3)	
5.10	$t_{ij}$	7	5	4	8
	$d_{ij}$	4	2	3	
	$k_{ij}$	0.3	0.4	0.7	
5.11	$t_{ij}$	10	20	8	11
	$d_{ij}$	6	7	2	
	$k_{ij}$	0.1	0.2	0.3	
5.12	$t_{ij}$	14	25	10	21
	$d_{ij}$	12	7	8	
	$k_{ij}$	0.1	0.4	0.2	
5.13	$t_{ij}$	15	17	9	20
	$d_{ij}$	10	14	5	
	$k_{ij}$	0.1	0.7	0.4	
5.14	$t_{ij}$	11	15	19	23
	$d_{ij}$	4	6	12	
	$k_{ij}$	0,2	0,3	0,1	

5.15-5.19. Определить оптимальные дополнительные вложения в выполнение работ проекта, представленного сетевым графиком (рис. 8.3) с параметрами из табл. 8.23, если общая сумма дополнительных средств составляет Б ден. ед., а время выполнения проекта должно быть как можно меньше.

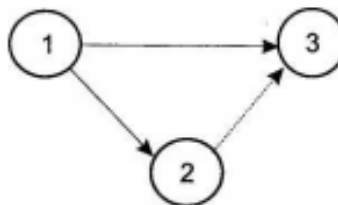


Рис. 8.3

Таблица 8.23

Номер задачи	Параметры	Работа				Дополнительные средства,
		(1,2)	(1,3)	(2,3)	(3,4)	
5.15	$t_{ij}$	20	10	0	7	190
	$d_{ij}$	11	6	0	4	
5.16	$k_{ij}$	0.1	0.8	0	0.4	210
	* $q$	11	17	0	9	
	$da$	5	8	0	4	
5.17	$k_{ij}$	0.07	0.02	0	0.05	210
	$t_{ij}$	9	12	0	17	
	$d_{ij}$	4	8	0	5	
	$k_{ij}$	0.08	0.1	0	0.06	
5.18	$t_{ij}$	15	5	0	6	250
	$d_{ij}$	8	2	0	3	
	$k_{ij}$	0,2	0,3	0	0,4	
5.19	$t_{ij}$	19	14	0	11	150
	$d_{ij}$	9	7	0	6	
	$k_{ij}$	0,02	0,03	0	0,15	