Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Владимирский государственный университет
Кафедра общей и прикладной физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ, ПРОГРАММА, ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Составили:
В.Н. КУНИН
А.Ф. ГАЛКИН

Владимир 2007

УДК 53(07)
ББК 22.3
М54

Рецензент
Доктор физико-математических наук зав. кафедрой общей физики
Владимирского государственного педагогического университета
Е.Н. Куркутова

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Владимирского государственного университета

М54 Методические указания, программа, вопросы и задачами по физике / Владим. гос. ун-т ; сост. : В.Н. Кунин, А.Ф. Галкин. – Владимир : Изд-во Владим. гос. ун-та, 2007. – 124 с.

Методические указания направленоына организацию как самостоятельной, так и аудиторной работы студентов. Программа по физике соответствует требованиям государственных стандартов. Составлена в соответствии с государственными требованиями о минимуме содержания и уровню подготовки для направлений «Технические науки», «Естественные науки и математика» и соответствует «Примерным программам дисциплины «Физика» (Государственный комитет Российской Федерации по высшему образованию. Москва. 1996 г.) по указанным направлениям. Для закрепления учебного материала и творческой подготовки как к текущим контрольным мероприятиям, так и к экзаменам служат вопросы к рейтинг-контролю. Сложность задач соответствует уровню вузовских задачников.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей 1-го и 2-го курсов всех форм обучения, изучающих дисциплину «Физика», но может быть полезно и преподавателям.

Библиогр. 18 назв.

УДК 53(07)
ББК 22.3

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСА ФИЗИКИ, ЕГО МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Физика – наука, изучающая общие свойства и законы движения вещества и поля (А.Ф.Иоффе). Поскольку вещество и поле встречаются в любых материальных системах, физике принадлежит исключительное место: она составляет основу всего современного естествознания. Сама физика как наука показывает тот идеал, к которому должна стремиться любая область знаний, когда на основании сравнительно небольшого числа экспериментально обоснованных принципов, опираясь на мощный математический аппарат, можно логически совершенно строго вывести массу следствий и точно предсказать конечный результат процесса по исходным данным.

Последовательное изучение физики вырабатывает специфический метод мышления, физическую интуицию, которые оказываются весьма плодотворными и в других науках. Специалисты, получившие широкое физико-математическое образование, могут самостоятельно осваивать новые технические направления, успешно работать в них, легко переходить от решения одних задач к решении. других, искать нестандартные и нетрадиционные пути, что особенно важно для профессиональной мобильности специалистов в условиях ускоренного развития техники, когда амортизация достижений конкретных узкоспециальных знаний происходит чрезвычайно быстро.

В век научно-технической революции и прогресса человечества роль физики сильно возрастает не только как технической науки, рождающей целые отрасли производства, но и как фундаментальной, мировоззренческой: она дает современную физическую картину мира как философскую категорию.

Важная цель высшего образования – получить научное представление о природе и методах ее познания. Физика как ведущая наука о природе играет главную роль в достижении этой цели.

По своему содержанию и научным методам исследования физика является могучим средством образовательного и воспитательного воздействия, помогая развитию умственных способностей, формированию научного мировоззрения, воспитанию воли и характера при достижении поставленной цели. Возникающее в процессе творческого поиска стремление к истине вызывает чувство непредвзятости и справедливости, вырабатывает объективное отношение ко всему. Занятие физикой дает человеку истинно эстетическое наслаждение красотой научной теории, описывающей законы гармонии окружающего мира, и развивает в нем чувство прекрасного. Все это – качества, необходимые для настоящего интеллектуала, наделенного чистой совестью и высокой нравственностью.

Основные задачи курса физики:

1. Изучение основных физических явлений и идей; овладение фундаментальными понятиями, принципами, законами и теориями современной физики, а также методами физического исследования.
2. Формирование научного мировоззрения и современного физического мышления.
3. Овладение приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики, помогающих в дальнейшем решать практические задачи.
4. Ознакомление с современной научной аппаратурой, выработка навыков проведения физического эксперимента и автоматизированной компьютерной обработки результатов измерений.
5. Формирование умения выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности.

В современном естествознании широко применяются математические методы. Для успешного усвоения курса физики студентам необходимо знать следующие разделы высшей математики:

1. Дифференциальное исчисление.
2. Интегральное исчисление.
3. Ряды.
4. Векторная алгебра и элементы векторного анализа.
5. Функции комплексного переменного.
6. Дифференциальные уравнения.
7. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

При этом важно овладеть математической техникой, т.е. навыками правильно и быстро вычислять.

В современных условиях решение вышеуказанных задач требует от студентов компьютерной “грамотности” и знания основ программирования.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение курса физики в нашем университете для большинства

специальностей состоит из очных занятий (лекции, практические занятия, лабораторные работы, консультации) и самостоятельной работы студента (изучение курса по конспектам лекций, рекомендованным учебникам и учебным пособиям, выполнение домашнего задания, подготовка к выполнению лабораторных работ, выполнение расчетно-графических работ, написание рефератов.). По курсу физики в первые два семестра согласно учебным планам студенты зачеты и экзамены по следующим разделам:

1. Механика. Основы молекулярной физики и термодинамики.

2. Электричество и магнетизм. Колебания и волны. Оптика.

Контроль текущей работы студентов над курсом физики осуществляется проведением коллоквиумов, контрольных работ, рейтинг-контролей, защитой лабораторных и расчетно-графических работ. Зачеты и экзамены – итоговая проверка усвоения учебной программы, когда студент демонстрирует знания по пройденым разделам курса. К экзаменам допускают только тех студентов, которые полностью выполнили план данного семестра и получили за него все зачеты, предусмотренные в учебном плане.

Самостоятельная работа. **Высшая школа коренным образом отличается от средней методикой преподавания и степенью самостоятельности учащихся.** Здесь преподаватель занимается в основном организацией познавательной деятельности студентов, **а само познание осуществляется каждым студентом лично**. Завершая задачи всех других видов учебной работы, в вузе **основополагающую роль играет самостоятельная работа студента**, доля которой в процессе учебы возрастает от первого к старшим курсам. Поэтому каждый студент как можно раньше должен войти в этот новый для него темп учебной жизни.

В процессе работы над курсом рекомендуется руководствоваться программой по физике. Пользуясь конспектом лекций, учебником и другими учебными пособиями, сначала нужно ознакомиться в целом с материалом, подлежащим изучению, после чего работать над отдельными частями рассматриваемого материала с подробным изучением как качественной стороны вопроса (описание явлений, физических факторов, от которых они зависят, описание приборов и пр.), так и количественной. Для этого необходимо воспроизводить приведенные в конспекте и книге чертежи, выводы формул и графики. Разбор математической стороны учебного материала не надо отрывать от его физического содержания.

При изучении курса следует постоянно работать над конспектом лекций. В нем должны быть сделаны все необходимые уточнения и дополнения. Особое внимание следует обратить на точность формулировок, определений, законов, а также единиц физических величин. После рассмотрения вопросов программы полезно прочитать дополнительную литературу по рекомендации лектора и дополнить конспект. Теперь он может служить основой для подготовки к экзамену.

В овладении знаниями по физике большую роль играет систематическое решение задач. Оно помогает анализировать физические явления и выделить обусловливающие их главные факторы, способствует более глубокому пониманию применяемых законов, закрепляет в памяти основные формулы, фундаментальные константы и другие полезные данные, прививает навыки практического применения теории и развивает творческое мышление.

При самостоятельном решении задач целесообразно соблюдать следующие правила:

- выбрать систему единиц, которая наиболее удобна для решения данной задачи, как правило СИ, выразить все величины, входящие в условие задачи, в единицах данной системы и выписать их для наглядности столбиком;
- дать схематический чертеж (где это возможно), поясняющий содержание задачи;
- провести решение в общем виде, в буквенных обозначениях, без подстановки числовых значений в промежуточные формулы;
- проверить, дает ли рабочая формула правильную единицу измерения искомой величины;
- подставить в окончательную формулу числовые значения и указать единицу физической величины для полученного результата;
- при подсчете определить количество значащих цифр, пользуясь правилами приближенных вычислений;
- получив числовой ответ, оценить его правдоподобность.

Задания расчетно-графической работы необходимо выполнить письменно и сдать преподавателю.

Лабораторные занятия. Цель лабораторных занятий – ознакомить студента с современной научной аппаратурой, выработать у него начальные навыки проведения физических экспериментов и оценки погрешностей измерений.

Перед работой в лабораториях физики студенты проходят инструктаж по общим вопросам техники безопасности на рабочих местах. На лабораторные занятия студенты должны приходить подготовленными. К выполнению работы приступают только после получения допуска.

После выполнения измерений преподавателю представляется для контроля таблица результатов измерений.

По окончании работы каждый студент должен получить подпись преподавателя о выполнении и номер работы на следующее занятие. К следующему занятию студент обязан предоставить отчет о проделанной работе, защитить ее и получить по ней зачет. В зависимости от учебного плана в течение семестра студенты выполняют 5 – 10 лабораторных работ.

ПРОГРАММА

I. Механика

1. Введение. Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Важнейшие этапы истории физики. Роль физики в развитии техники и влияние техники на развитие физики. Роль физики в становлении инженера. Связь физики с другими науками. Успехи современной физики.

2. Некоторые сведения из математики. Роль математики в изучении физики. Функции и их производные. Интегрирование. О смысле производной и интеграла в приложении к физическим задачам. Элементы векторной алгебры: определение вектора, сложение векторов, умножение векторов, дифференцирование векторных величин. Дифференциальные уравнения. Элементарные сведения из теории вероятности.

3. Кинематика поступательного движения. Кинематика как раздел механики. Механическое движение как простейшая форма движения материи. Материальная точка (частица). Система отсчета. Инерциальные системы отсчета. Радиус-вектор. Принцип относительности Галилея. Траектория. Радиус кривизны траектории. Линейная скорость и линейное ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами. Поступательное движение твердого тела.

4. Динамика поступательного движения . Динамика как раздел механики. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона и понятие силы, массы и импульса. Уравнение движения. Третий закон Ньютона и пределы его применимости. Неинерциальные системы отсчета. Абсолютные и относительные скорость и ускорение. Силы инерции.Центробежная сила. Сила Кориолиса. Система материальных точек. Центр инерции (центр масс). Теорема о движении центра инерции.

5. Вращательное движение твердого тела. Понятие абсолютного твердого тела. Момент силы. Момент импульса. Момент инерции. Теорема Штейнера. Уравнение моментов (связь момента импульса с моментом силы). Уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Гироскопический эффект. Свободные оси.

6. Законы сохранения. Значение и содержание законов сохранения в механике. Закон сохранения импульса. Однородность пространства. Реактивное движение. Закон сохранения момента импульса. Изотропия пространства. Работа, энергия, мощность. Связь между потенциальной энергией и силой. Понятие силового поля. Консервативные и неконсервативные силы. Закон сохранения энергии в механике. Однородность времени. Консервативная и диссипативная системы.

7. Элементы механики жидкостей и газов. Общие свойства жидкостей и газов. Уравнение движения в форме Эйлера. Поле скоростей, линии и трубки тока. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли. Система уравнений газодинамики. Вязкость. Течение вязкой жидкости. Формула Пуазейля. Ламинарный и турбулентный режимы течения. Циркуляция скорости. Потенциальное и вихревое движения. Движение тел в жидкостях и газах. Теорема Жуковского.

8. Элементы специальной теории относительности. Принцип относительности Эйнштейна. Роль скорости света. Постулат постоянства скорости света. Преобразования Лоренца. Лоренцево сокращение длины и замедление времени. Релятивистский импульс. Взаимосвязь массы и энергии. Дефект масс. Энергия связи. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы. Граница применимости классической (ньютоновской) механики.

II . Основы молекулярной физики и термодинамики

9. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Основные положения молекулярно-кинетической теории вещества. Микро- и макросостояния системы. Макроскопические параметры. Понятие идеального газа. Молекулярно-кинетическое толкование температуры. Число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева) .

10. Элементы классической статистики. Динамические и статистические закономерности в физике. Статистический метод исследования систем. Фазовое пространство, фазовая точка, фазовая ячейка. Понятие о функции распределения. Статистическое усреднение. Распределение Максвелла (распределение молекул по абсолютным значениям скорости). Средние скорости молекул. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла – Больцмана.

11. Реальные газы. Силы межмолекулярного взаимодействия в газах. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реального газа. Метастабильные состояния. Критическое состояние. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля – Томсона. Сжижение газов и получение низких температур.

12. Свойства жидкостей. Характеристика жидкого состояния. Строение жидкостей. Ближний порядок. Поверхностное натяжение. Силы, возникающие на кривой поверхности жидкости. Формула Лапласа. Условия равновесия на границе двух сред. Краевой угол. Смачивание. Капиллярные явления.

13. Свойства твердых тел. Аморфные и кристаллические тела. Кристаллическая решетка. Дальний порядок. Упругая и пластическая деформации. Закон Гука. Дефекты в кристаллах. Жидкие кристаллы.

14. Фазовые равновесия и фазовые переходы. Фазы вещества. Условия равновесия фаз. Испарение и конденсация. Плавление и кристаллизация. Уравнение Клапейрона – Клаузиуса. Фазовая диаграмма (диаграмма состояния). Тройная точка.

15. Элементы теории столкновений. Понятие столкновения. Упругое и неупругое столкновения. Прицельное расстояние. Рассеяние частиц. Средняя длина свободного пробега. Принцип детального равновесия.

16. Элементы физической кинетики. Понятие о физической кинетике. Неравновесные системы. Время релаксации. Явления переноса. Диффузия. Коэффициент диффузии. Теплопроводность. Коэффициент теплопроводности. Вязкость (внутреннее трение). Коэффициент вязкости. Динамическая и кинематическая вязкость.

17. Первое начало термодинамики. Статистический и термодинамический методы. Термодинамическая система. Термодинамический процесс. Основные термодинамические понятия: внутренняя энергия, работа, теплота. Формулировки первого начала термодинамики. Уравнение первого начала термодинамики. Теплоёмкость. Зависимость теплоёмкости идеального газа от вида процесса. Формула Майера. Работа, совершаемая газом при изопроцессах. Энтальпия (тепловая функция). Адиабатический процесс. Теплоёмкость твердых тел.

18. Второе начало термодинамики. Равновесные и неравновесные состояния системы. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл). Формулировки второго начала термодинамики. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Тепловые двигатели и холодильные машины. Максимальный КПД теплового двигателя. Энтропия. Статистический вес (термодинамическая вероятность). Закон возрастания энтропии. Статистическое толкование второго начала термодинамики.

III. Электричество и магнетизм

19. Элементы теории поля. Скалярные и векторные поля в физике. Градиент скалярного поля. Дивергенция векторного поля. Ротор векторного поля. Оператор Гамильтона (оператор «набла»). Оператор Лапласа («лапласиан»). Некоторые интегральные теоремы.

20. Напряжённость электростатического поля в вакууме. Электрический заряд. Сохранение и инвариантность заряда. Дискретность заряда. Закон Кулона. Понятие электростатического поля. Силовые линии (линии напряженности). Принцип суперпозиции электростатических полей. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме и её связь с законом Кулона. Дифференциальная форма теоремы Гаусса. Применение теоремы Гаусса для расчета полей.

21. Потенциал электростатического поля в вакууме. Работа сил электростатического поля. Циркуляция напряженности электростатического

поля. Ротор напряженности электростатического поля. Потенциальность (консервативность) электростатического поля. Потенциал. Разность потенциалов. Связь между потенциалом и напряжённостью электростатического поля. Уравнение Лапласа. Электрический диполь. Электрический момент диполя (дипольный момент). Потенциал и напряженность поля диполя. Момент сил, действующий на диполь во внешнем электрическом поле. Энергия диполя в электрическом поле.

22. Электрическое поле в диэлектриках. Свободные и связанные заряды в веществе. Сторонние заряды. Полярные и неполярные молекулы. Типы диэлектриков. Ионная, электронная и ориентационная поляризации. Поляризуемость молекулы. Поляризованность (вектор поляризации). Однородная и неоднородная поляризации. Связь поляризованности с поверхностной плотностью поляризационного заряда. Диэлектрическая восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение (электрическая индукция) в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость среды. Вычисление напряженности электрического поля в диэлектрике. Граничные условия для электрического поля на границе раздела “диэлектрик – диэлектрик”. Сегнетоэлектрики.

23. Электрическое поле проводников. Распределение зарядов в проводнике. Электростатическое поле внутри и снаружи проводника. Граничные условия на границе “проводник-вакуум”. Электрические свойства проводящей оболочки. Электростатическая защита. Метод изображений. Граничные условия на границе “проводник-диэлектрик”. Электроёмкость уединённого проводника, системы проводников и конденсатора. Электрическая энергия системы точечных зарядов. Энергия заряженного проводника, системы проводников и конденсатора. Энергия электростатического поля. Объёмная плотность энергии электростатического поля.

24. Постоянный электрический ток. Характеристики электростатического тока: плотность тока, сила тока. Условие существования электрического тока. Сторонние силы. Разность потенциалов, напряжение, электродвижущая сила (ЭДС). Классическая электронная теория электропроводимости металлов. Законы Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Законы Ома и Джоуля-Ленца в интегральной форме. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Правила Кирхгофа. Недостаточность классической электронной теории электропроводимости.

25. Элементы физической электроники. Электрический ток в вакууме. Электронная эмиссия. Работа выхода электронов из металла. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Работа ионизации. Потенциал ионизации. Ударная ионизация. Несамостоятельный газовый разряд. Самостоятельный газовый разряд. Вольт-амперная характеристика газового разряда. Виды разрядов.

26. Плазма. Понятие о плазме. Способы создания плазмы. Квазинейтральность плазмы. Электропроводность плазмы. Дебаевский радиус (дебаевская длина) экранирования. Плазменная частота. Низкотемпературная плазма и ее применение. Высокотемпературная плазма. Проблема осуществления управляемого термоядерного синтеза.

27. Магнитное поле в вакууме. Закон Ампера. Магнитная индукция. Закон Био – Савара (закон Био – Савара – Лапласа). Понятие магнитного поля. Принцип суперпозиции магнитных полей. Сила Лоренца и сила Ампера. Виток с током в магнитном поле. Магнитный момент. Момент сил, действующий на рамку с током во внешнем магнитном поле. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока (теорема о циркуляции индукции магнитного поля) в вакууме. Применение закона полного тока для расчета магнитных полей. Магнитное поле длинного соленоида и тороида. Магнитное взаимодействие токов. Единица силы тока – ампер. Вихревое поле движущегося заряда. Инвариантность электрического заряда. Магнитное поле как релятивистский эффект.

28. Движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях. Движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях. Понятие об электронной оптике. Эффект Холла. Ускорители заряженных частиц.

29. Магнитное поле в веществе. Понятие магнитного момента атома. Микро- и макротоки. Молекулярные токи. Намагниченность (вектор намагничивания). Магнитная восприимчивость вещества и её зависимость от температуры. Закон полного тока (теорема о циркуляции напряженности магнитного поля) в веществе. Напряжённость магнитного поля в веществе. Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе. Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред. Типы магнетиков. Точка Кюри. Домены. Кривая намагничивания.

30. Электромагнитная индукция. Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Основной закон электромагнитной индукции (закон Фарадея). Вывод основного закона электромагнитной индукции из закона со-

хранения энергии, а также на основе электронной теории. Правило Ленца (закон Ленца). Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида. Токи замыкания и размыкания цепи. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность. Энергия магнитного поля. Объёмная плотность энергии магнитного поля.

IV. Колебания и волны

31. Механические колебания. Свободные (собственные) и вынужденные колебания. Понятие об автоколебаниях. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Характеристики гармонических колебаний. Понятие о гармоническом и ангармоническом осцилляторе. Изохронность колебаний. Энергия гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных (скалярных) гармонических колебаний. Метод векторной диаграммы. Биения. Сложение взаимно перпендикулярных (векторных) гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Апериодический процесс. Частота и коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных механических колебаниях. Механический резонанс. Резонансные кривые. Соотношение между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе. Спектр колебаний, понятие о разложении Фурье.

32. Механические волны. Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение и его решение. Гармонические волны и их характеристики. Ударные волны. Принцип суперпозиции волн и граница его применимости. Фазовая скорость и дисперсия волн. Волновой пакет и групповая скорость. Понятие о когерентности. Интерференция волн. Стоячие волны. Эффект Доплера для звуковых волн. Ультра- и инфразвуки.

33. Электромагнитные колебания. Дифференциальное уравнение колебаний в колебательном контуре и его решение. Дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение. Частота и коэффициент затухания электромагнитного колебания. Логарифмический декремент затухания и добротность контура. Дифференциальное уравнение-

ние вынужденных электромагнитных колебаний и его решение. Амплитуда и фаза при вынужденных электромагнитных колебаниях. Резонанс в колебательном контуре. Резонансные кривые для напряжения и силы тока. Переменный ток.

34. Электромагнитные волны. Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения. Электромагнитное поле. Система уравнений Максвелла. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах. Основные свойства электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля. Излучение диполя. Диаграмма направленности. Эффект Доплера для электромагнитных волн. Шкала электромагнитных волн.

V. Оптика

35. Распространение света через границу двух сред. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса. Закон отражения и преломления. Абсолютный и относительный показатели преломления. Полное внутреннее отражение. Световоды. Геометрическая оптика как предельный случай волновой оптики. Оптические инструменты.

36. Интерференция света. Монохроматические и немонохроматические волны. Принцип суперпозиции и интенсивность при сложении световых волн. Временная когерентность. Время и длина когерентности. Пространственная когерентность. Радиус когерентности. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников. Полосы равной толщины и равного наклона. Многолучевая интерференция. Способы получения когерентных лучей. Интерферометры.

37. Дифракция света. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света. Дифракция Френеля. Дифракция Френеля от круглого отверстия и круглого диска. Дифракция Френеля от края полуплоскости. Спираль Корню. Дифракция Фраунгофера от бесконечно длинной прямой щели. Дифракционная расходимость. Дифракция от одномерной дифракционной решетки. Разрешающая способность оптических инструментов. Понятие о голографии.

38. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Степень поляризации. Поляризация света при преломлении и отражении. Закон Брюстера. Поляризация при двойном лучепреломлении. Обыкновенный и необыкновенный лучи. Оптическая ось кристалла. Поляроиды и поляризационные призмы. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Полуволновые и четвертьволновые пластинки. Искусственная оптическая анизотропия. Оптическая активность вещества. Эффект Фарадея.

39. Дисперсия света. Затруднения в электромагнитной теории Максвелла. Нормальная и аномальная дисперсии. Методы наблюдения дисперсии. Призматический и дифракционный спектры. Электронная теория дисперсии света. Поглощение света. Закон Бугера. Цвета тел и спектры поглощения.

ВОПРОСЫ, ВХОДЯЩИЕ В ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

I. Механика

1. Механическое движение как простейшая форма движения материи. Система отсчета. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Радиус-вектор.

2. Материальная точка (частица). Траектория. Радиус кривизны траектории. Линейная скорость и линейное ускорение. Поступательное движение твердого тела.

3. Тангенциальное и нормальное ускорение. Связь между линейными и угловыми кинематическими величинами.

4. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона и понятие силы, массы и импульса. Уравнение движения. Третий закон Ньютона и пределы его применимости.

5. Неинерциальные системы отсчета. Абсолютные и относительные скорости и ускорение. Силы инерции.

6. Система материальных точек. Центр инерции (центр масс). Теорема о движении центра инерции.

7. Понятие абсолютно твердого тела. Момент инерции тела.

8. Теорема Штейнера.

9. Момент силы. Момент импульса. Уравнение моментов. Уравнение вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

10. Гироскопический эффект. Свободные оси.
11. Закон сохранения импульса и третий закон Ньютона.
12. Закон сохранения момента импульса.
13. Работа и энергия в механике. Энергия кинетическая и потенциальная.
14. Понятие силового поля. Связь между потенциальной энергией и силой.
15. Закон сохранения механической энергии.
16. Консервативные и неконсервативные силы. Консервативная и диссипативная системы.
17. Задачи механики жидкостей и газов.
18. Уравнение Эйлера.
19. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли.
20. Система уравнений газодинамики.
21. Циркуляция скорости. Потенциальное и вихревое движения. Теорема Жуковского.
22. Ламинарный и турбулентный режимы течения.
23.Течение вязкой жидкости. Формула Пуазейля.
24. Принцип относительности Эйнштейна. Роль скорости света. Постулат постоянства скорости света. Преобразования Лоренца.
25. Лоренцево сокращение длины и замедление времени.
26. Релятивистский импульс. Взаимосвязь массы и энергии.
27. Столкновение и распад частиц. Дефект масс. Энергия связи.
28. Соотношение между полной энергией и импульсом частицы.

II. Основы молекулярной физики и термодинамики

1.Понятие идеального газа. Молекулярно-кинетическое толкование температуры. Макроскопические параметры системы.
2.Внутренняя энергия идеального газа. Число степеней свободы. Закон равнораспределения энергии.
3.Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.
4.Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона – Менделеева).
5.Динамические и статистические закономерности в физике. Статистический метод исследования системы. Понятие о функции распределения.

6. Фазовое пространство. Фазовая точка, фазовая ячейка. Статистическое усреднение.

7. Распределение Максвелла. Средние скорости молекул.

8. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

9. Распределение Максвелла – Больцмана.

10. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы реальных газов.

11. Метастабильное состояние. Критическое состояние.

12. Внутренняя энергия реального газа.

13. Эффект Джоуля – Томсона. Сжижение газов и получение низких температур.

14. Характеристика жидкого состояния. Ближний порядок.

15. Поверхностное натяжение. Силы, возникающие на кривой поверхности жидкости. Формула Лапласа. Смачивание и капиллярные явления.

16. Кристаллическая решетка. Дальний порядок. Упругая и пластическая деформация твердых тел. Закон Гука.

17. Фазы вещества. Испарение и конденсация. Плавление и кристаллизация. Фазовая диаграмма.

18. Понятие столкновения. Упругое и неупругое столкновение.

19. Прицельное расстояние. Эффективное сечение рассеяния. Средняя длина свободного пробега.

20. Явление переноса – диффузия.

21. Явление переноса – теплопроводность.

22. Явление переноса – вязкость.

23. Основные термодинамические понятия: внутренняя энергия, работа, теплота. Уравнение первого начала термодинамики.

24. Зависимость теплоемкости идеального газа от вида процесса. Работа, совершаемая газом при изопроцессах.

25. Адиабатический процесс.

26. Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс (цикл).

27. Цикл Карно и его КПД для идеального газа.

28. Принцип действия теплового двигателя и холодильной машины.

29. Энтропия. Закон возрастания энтропии.

30. Статистический вес (термодинамическая вероятность). Статистическое толкование второго начала термодинамики.

III. Электричество и магнетизм

1. Закон Кулона. Напряженность электростатического поля. Понятие электростатического поля. Принцип суперпозиции электрических полей.

2. Поток напряженности. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме.

3. Применение теоремы Гаусса для расчета полей.

4. Работа сил электростатического поля. Циркуляция напряженности электростатического поля.

5. Потенциал. Разность потенциалов. Связь между потенциалом и напряженностью электростатического поля.

6. Свободные и связанные заряды в веществе. Типы диэлектриков. Ионная, электронная и ориентационная поляризация.

7. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость вещества и ее зависимость от температуры.

8. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектрике. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость среды. Напряженность электрического поля в диэлектрике.

9. Граничные условия для электрического поля на границе раздела “диэлектрик – диэлектрик ”.

10. Распределение зарядов в проводнике. Электростатическое поле внутри и снаружи проводника. Электростатическая защита.

11. Электроемкость уединенного проводника, системы проводников и конденсатора.

12. Энергия заряженных уединенного проводника, системы проводников и конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии электростатического поля.

13. Характеристики электрического поля и условия его существования. Разность потенциалов, электродвижущая сила, напряжение.

14. Классическая электронная теория электропроводимости металлов и ее недостаточность.

15. Вывод законов Ома и Джоуля – Ленца из электронных представлений.

16. Ионизация молекул и атомов, рекомбинация ионов. Работа ионизации. Ударная ионизация.

17. Несамостоятельный и самостоятельный газовые разряды.

18. Понятие о плазме. Способы создания плазмы. Квазинейтральность плазмы. Дебаевский радиус экранирования. Плазменная частота.

19. Низкотемпературная плазма и ее применение.

20. Высокотемпературная плазма. Проблема осуществления управляемого термоядерного синтеза.

21. Закон Ампера. Магнитная индукция. Закон Био – Савара. Понятие магнитного поля. Принцип суперпозиции магнитных полей. Магнитный момент.

22. Магнитное поле прямолинейного и кругового токов.

23. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока. Магнитное поле длинного соленоида и тороида.

24. Магнитное взаимодействие токов и единица силы тока – ампер.

25. Инвариантность электрического заряда. Вихревое поле движущегося заряда. Магнетизм как релятивистский эффект.

26. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях.

27. Эффект Холла. Принцип действия ускорителей заряженных частиц.

28. Понятие магнитного момента атома.

29. Микро- и макротоки. Молекулярные токи. Магнитная восприимчивость вещества.

30. Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость среды. Индукция магнитного поля в веществе.

31. Граничные условия для магнитного поля на границе раздела двух сред.

32. Типы магнетиков. Кривая намагничивания. Точка Кюри. Домены.

33. Опыт Фарадея. Магнитный поток. ЭДС индукции. Основной закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.

34. Самоиндукция и взаимоиндукция. Индуктивность и взаимная индуктивность. Токи размыкания и замыкания.

35. Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля.

IV. Колебания и волны

1. Свободные и вынужденные колебания. Гармонические механические колебания и их характеристики.

2. Энергия гармонических механических колебаний. Понятие о гармоническом и ангармоническом осцилляторе.

3. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний. Биения.

4. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний. Фигуры Лиссажу.

5. Затухающие механические колебания. Частота, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания механических колебаний.

6. Вынужденные механические колебания. Амплитуда и фаза при вынужденных механических колебаниях.

7. Механический резонанс. Резонансные кривые. Соотношения между фазами вынуждающей силы и скорости при механическом резонансе.

8. Механизм образования механических волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Волновое уравнение и его решение. Гармонические волны и их характеристики.

9. Фазовая скорость и дисперсия волн. Волновой пакет и групповая скорость.

10. Понятие о когерентности. Интерференция волн. Стоячие волны.

11. Колебательный контур. Гармонические электромагнитные колебания и их характеристики.

12. Затухающие электромагнитные колебания. Частота, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания электромагнитных колебаний. Добротность колебательного контура.

13. Вынужденные электромагнитные колебания. Амплитуда и фаза вынужденных электромагнитных колебаний.

14. Фарадеевская и максвелловская трактовки явления электромагнитной индукции. Ток смещения.

15. Система уравнений Максвелла. Электромагнитное поле.

16. Волновое уравнение для электромагнитного поля и его решение. Скорость распространения электромагнитных волн в средах.

17. Основные свойства электромагнитных волн. Энергия и поток энергии электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля.

V. Оптика

1. Электромагнитная природа света. Принцип Гюйгенса. Закон отражения и преломления. Абсолютный и относительный показатели преломления. Полное внутреннее отражение. Световоды.

2. Когерентность и монохроматичность световых волн. Временная когерентность. Время и длина когерентности.

3. Оптическая длина пути. Оптическая разность хода. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников.

4. Полосы равной толщины и равного наклона.

5. Пространственная когерентность. Радиус когерентности.

6. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске.

7. Дифракция Фраунгофера от бесконечно длинной прямой щели.

8. Понятие о голографии.

9. Дифракция Фраунгофера на одномерной дифракционной решетке.

10. Естественный и поляризованный свет. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера.

11. Поляризация при двойном лучепреломлении. Обыкновенный и необыкновенный лучи. Оптическая ось кристалла. Поляризационные призмы. Закон Малюса.

12. Затруднения в электромагнитной теории Максвелла. Нормальная и аномальная дисперсии. Методы наблюдения дисперсии.

13. Электронная теория дисперсии света.

14. Поглощение света. Цвета тел и спектр поглощения.

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Механика и молекулярная физика

1. Кинематика.
2. Динамика.
3. Вращательное движение твердого тела.
4. Законы сохранения.
5. Релятивистская механика.

6. Молекулярно-кинетическая теория газов.
7. Элементы статистической физики.
8. Реальные газы.
9. Физические основы термодинамики.

Электричество и магнетизм. Колебания и волны
Волновая оптика

10. Электростатическое поле в вакууме.
11. Электрическое поле в диэлектриках.
12. Электрическое поле проводников.
13. Энергия электрического поля.
14. Электрический ток.
15. Магнитное поле в вакууме.
16. Магнитное поле в веществе.
17. Электромагнитная индукция.
18. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях.
19. Механические колебания.
20. Механические волны.
21. Электромагнитные колебания.
22. Электромагнитные волны.
23. Интерференция света.
24. Дифракция света.
25. Поляризация света.
26. Дисперсия света.

СПИСОК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Механика и молекулярная физика

1. Исследование распределения результатов физических измерений (1.1)[*].
2. Определение плотности твёрдых тел пикнометром (1.2).
3. Изучение динамики поступательного движения (1.3).

---

[*] В скобках указаны номера лабораторных работ.

4. Определение скорости полёта пули (1.4).

5. Изучение динамики вращательного движения твёрдого тела (1.5).

6. Определение приведённой длины физического маятника (1.6).

7. Определение главных моментов инерции крутильных колебанй (1.7).

8. Определение коэффициента трения качения поверхностей металл – металл методом наклонного маятника (1.8).

9. Определения модуля сдвига металлов методом крутильных колебаний (1.9).

10. Определение модуля Юнга металлов методом растяжения проволочных образцов (1.10).

11. Исследования деформаций высокопластичных материалов при растяжении (1.11).

12. Измерение коэффициента динамической вязкости воздуха и средней длины свободного пробега его молекул (2.1).

13. Определение коэффициента вязкости жидкости и числа Рейнольдса методом падающего в жидкости шарика (2.2).

14. Определение скорости звука в воздухе и показателя адиабаты воздуха методом стоячей волны (2.3).

15. Определение коэффициента поверхностного натяжения воды (2.5).

16. Определение показателя адиабаты воздуха методом Клемана – Дезорма (2.7).

17. Исследование температурной зависимости коэффициента теплопроводности воздуха (2.8).

Электричество и магнетизм. Колебания, волны, оптика

1. Изучение электрического поля (3.1).

2. Измерение электрических сопротивлений с помощью мостовой схемы (3.3).

3. Измерение электродвижущей силы компенсационным методом (3.4).

4. Баллистический гальванометр и его применение для измерения ёмкости (3.5).

5. Изучение явления электропроводности и определение удельного сопротивления металла (3.8).

6. Измерение электроёмкости методом моста (4.1).

7. Измерение индуктивности катушки по её реактивному и активному сопротивлениям (4.2).

8. Изучение затухающих и вынужденных колебений в электрическом контуре (4.3).

9. Исследование электрических колебаний звуковой частоты с помощью электронного осциллографа (4.4).

10. Определение горизонтальной и полной составляющей напряжённости магнитного поля Земли (4.5).

11. Изучение релаксационных процессов (4.6).

12. Получение электромагнитных волн и изучение их свойств (4.7).

13. Исследование распределения индукции магнитного поля вдоль оси соленоида (4.10).

14. Изучение микроскопа (5.1).

15. Определение длины световой волны с помощью колец Ньютона (5.3).

16. Изучение интерференционных полос равного наклона с помощью газового лазера (5.4).

17. Определение длины световой волны при помощи дифракционной решётки (5.5).

18. Изучение отражательной дифракционной решётки (5.6).

19. Определение концентрации растворов при помощи поляриметра (5.7).

20. Изучение закона Малюса (5.8).

21. Изучение кристаллооптических явлений при помощи поляризационного микроскопа (5.8а).

22. Изучение эффекта Фарадея (5.9).

23. Определения удельной рефракции растворов сахара с помощью рефрактометра РПЛ – 3 (5.11).

24. Исследование зависимости показателя преломления газов от давления с помощью интерферометра ИТР-1 (5.11).

25. Изучение поглощения света в твёрдых телах (5.12).

26. Определение показателя преломления, дисперсии и разрешающей способности спектральных призм гониометром – спектрометром (5.13).

27. Исследование оптических характеристик прозрачных сред колориметром – нефелометром (5.14).

ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Физика – наука познания мира.
2. Пространство и время в физике.
3. Черные дыры во Вселенной.
4. Учение К.Э. Циолковского.
5. Моделирование процесса распространения ударной волны при взрывах в различных средах.
6. Кинетика и термодинамика биологических процессов.
7. Порядок и беспорядок в мире больших молекул.
8. Экспериментальные исследования электромагнитного поля Земли в области свернизких частот.
9. Шаровая молния и её природа.
10. Магнитное поле Земли.
11. Молния и её природа.
12. Электричество в живых организмах.
13. Электричество в атмосфере.
14. Лазерно-индуцированные гидродинамические волны.
15. Физические методы регистрации землятресений.
16. Применение ультразвука в интроскопии.
17. Биография А.С. Попова.
18. Волоконно-оптические гироскопы.
19. Солнце.
20. Космологическое красное смещение.

Список может быть значительно расширен. Тему согласуют с преподователем.

ПРОГРАММА КОЛЛОКВИУМОВ

Номер коллоквиума	Количество часов	Тема	Вопросы, входящие в экзаменационные билеты
1	2	Основы классической механики	I, 1–16
2	2	Молекулярно-кинетическая теория идеального газа и элементы классической статистики	II, 1–9
3	2	Электростатика и постоянный ток	III, 1–15

4	2	Магнитное поле и электромагнитная индукция	III, 1–35
5	2	Механические колебания и волны	IV, 1–10

ЗАЧЕТНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

1. Лекционный и теоретический материал

1. Иметь конспект лекций.
2. Успешная сдача рейтинговых заданий.

2. Лабораторные занятия

1. Выполнить обязательное число лабораторных работ в соответствия с графиком.

2. Оформить отчеты по всем выполненным лабораторным работам. Защитить лабораторные работы..

3. При защите каждой выполненной работы студент должен:

- знать сущность физического явления, наблюдаемого в эксперименте, и теорию, на которой базируется работа;
- иметь четкое представление об экспериментальной установке и аппаратуре, методике выполнения работы;
- уметь оценить погрешности измерений.

Отчет по лабораторной работе должен быть таким, чтобы каждый студент, взяв его, мог разобраться в сути работы и воспроизвести полученный результат. Для лабораторных работ кафедра общей и прикладной физики (ОиПФ) выпускает методические пособия, которые регулярно обновляются.

Оформление отчета

Отчет по лабораторной работе студент составляет по следующей схеме:

1. Титульный лист.
2. Цель работы.
3. Оборудование.

4. Теоретическое введение.

5. Методика проведения эксперимента.

6. Результаты измерений.

7. Обработка результатов измерений.

8. Выводы.

Титульный лист оформляют на первой странице отчета. В центральной части этой страницы указывают номер лабораторной работы и ее название, ниже (справа) – фамилию исполнителя, номер группы и дату проведения измерений. В правом нижнем углу помещают три короткие строчки для подписи преподавателя: «к работе допущен», «работа выполнена», «работа зачтена». Со второй страницы следует описание остальных разделов отчета. Пункты 1 – 5 выполняются до начала лабораторной работы, пункт 6 – в лаборатории, пункты 7 – 8 после получения экспериментальных данных.

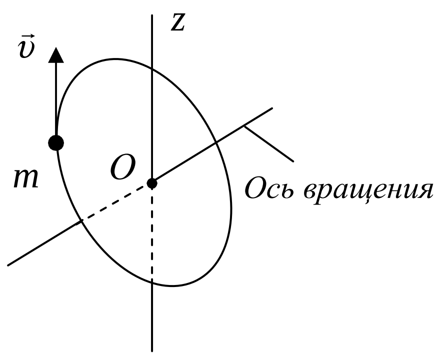
Теоретический материал, схемы, рисунки должны быть представлены в отчете в объеме, необходимом для осмысливания выполняемой лабораторной работы. Рисунки и схемы выполняют с применением чертежных принадлежностей. Графики представляют на миллиметровой бумаге и вклеивают в отчет.

3. Практические занятия и рачетно-графические работы

1. Прорешать задачи из рекомендованного списка.
2. Уметь анализировать физическое содержание задач и представлять их условие схематически рисунком-чертежом.
3. Уметь осуществлять проверку единиц измерения и пользоваться правилами приближенных вычислений.
4. Выполнить расчетно-графические работы своего варианта и сдать для проверки преподавателю.

При зачета также учитывается выполнение студентом курсовой работы или написание реферата, участие в работе студенческого научного задания.

4. Рейтинг-контроль



Для контроля работы студентов, а также для стимулирования систематического изучения курса физики в течение семестра предусмотрены рейтинг-контроли. Они проводятся в письменной форме. Приведем пример задания.

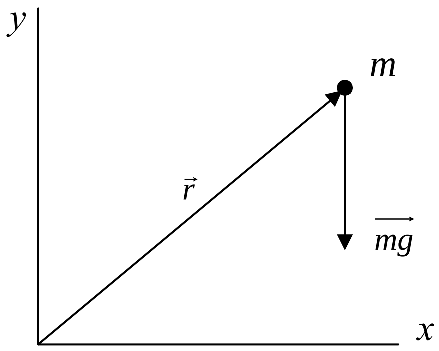
ВлГУ

Кафедра ОиПФ

Дисциплина: физика

Задания для рейтинг-контроля по механике

Вариант № 1



1. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела (с выводом).
2. Частица массой m двигается замедленно по окружности с центром в точке O со скоростью $\vec{v}$.

Указать на рисунке направления векторов угловой скорости $\vec{\omega}$, момента импульса $\vec{L}_0$ относительно точки O, проекцию момента импульса на ось z, L_z, нормальное $\vec{W}_n$, тангенциальное $\vec{W}_\tau$ и полное ускорение $\vec{W}$.

3. Радиус-вектор точки, расположенной в в вертикальной плоскости XY (см. рисунок)

$$\vec{r} = (3\sin 4t)\vec{e}_x + (4\cos 4t)\,\vec{e}_y \text{ (м)}$$

Масса точки m = 0,5 кг.

Определить кинетическую энергию точки и работу силы тяжести через $\pi/4$ секунд после начала движения.

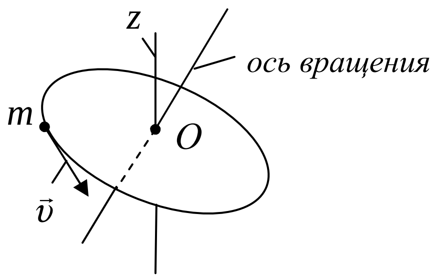
ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЯЗАДАЧ

КАЧЕСТВЕННЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОГОТОВКИ К РЕЙТИНГ-КОНТРОЛЮ

Основы классической механики

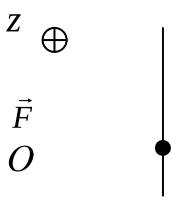
Вариант 1

1. Частица массой m движется замедленно по окружности с центром в точке O со скоростью $\vec{v}$. Указать на рисунке направления векторов угловой скорости $\vec{\omega}$, момента импульса $\vec{L}_0$ относительно точки O, проекцию момента импульса на ось z L_z, нормальное $\vec{W}_n$, тангенциальное $\vec{W}_\tau$ и полное $\vec{W}$ ускорения.



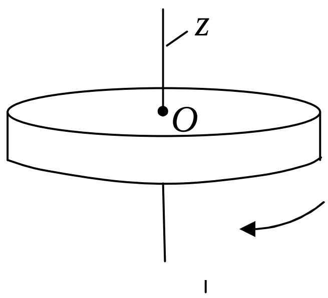
2. Как определяется момент инерции тела?

3. Как определяется момент силы? Указать на рисунке вектор момента силы $\vec{M}_0$ относительно точки O.



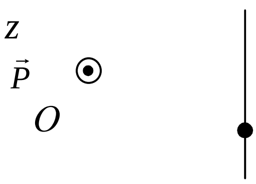
Вариант 2

1. Однородный диск вращается с замедлением вокруг оси, проходящей через центр диска перпендикулярно плоскости диска. Указать на рисунке направления векторов угловой скорости $\vec{\omega}$, момента импульса $\vec{L}_0$, углового ускорения $\vec{\varepsilon}_0$, момента силы $\vec{M}_0$.



2. Сформулировать теорему Штейнера.

3. Как определяется момент импульса? Указать на рисунке вектор момента импульса $\vec{L}_0$ относительно точки O.

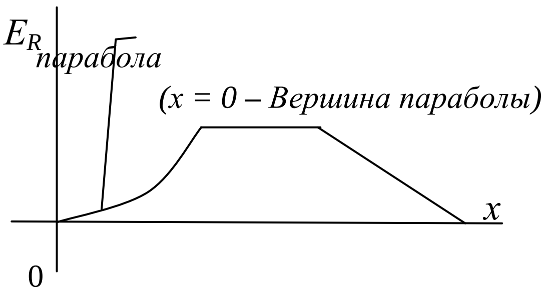


4. Потенциальная энергия частицы описывается выражением $E_p = 2x - 3x^2$. При каком значении x частица будет находиться в равновесии?

5. Сформулировать закон сохранения импульса. При каких условиях реально выполняется этот закон на Земле?

6. Написать уравнение движения для тела массой m в поле силы тяжести Земли (силой сопротивления пренебречь).

7. Зависимость потенциальной энергии от координаты приведена на рисунке. Нарисуйте график качесвенной зависимости силы поля от координаты.



8. Какие положения следующего утверждения справедливы? Момент импульса тела относительно оси зависит:

а) от массы тела;

б) момента силы;

в) положения оси;

г) скорости тела.

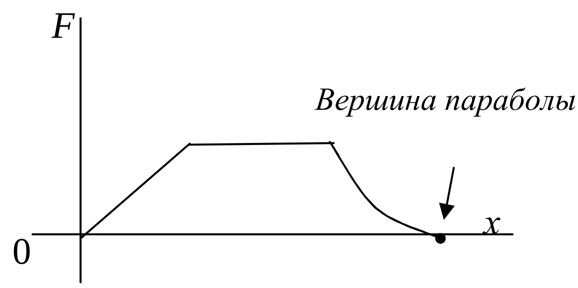
Обосновать ответы.

4. Потенциальная энергия частицы описывается выражением $E_p = 3x^{4\,-}\, 12x$. При каком значении x ускорение частицы будет равно нулю?

5. Сформулировать закон сохранения механической энергии. При каких условиях реально выполняется этот закон на Земле?

6. Написать уравнение движения для тела массой m, на которое действует только сила сопротивления, пропорциональная скорости

7. Зависимость силы потенциального поля от координаты приведена на рисунке. Нарисуйте график качественной зависимостипотенциальной энергии от координаты.



8. Какие пункты следующего утверждения справедливы? Момент инерции тела зависит:

а) от положения оси вращения;

б) момента силы;

в) массы тела;

г) углового ускорения тела.

Обосновать ответы.

9. Человек стоит на вращающейся скамье Жуковского с тяжелым стержнем в руках, расположенным горизонтально. Если стержень повернуть в вертикальное положение, то:

а) уменьшится момент инерции системы;

б) уменьшится угловая скорость;

в) момент импульса системы не изменится;

г) уменьшится кинетическая энергия системы.

Выбрать правильные утверждения и обосновать.

9. В каких системах отсчета действуют центробежная сила и сила Кориолиса?

Молекулярно-кинетическая теория идеального газа и элементы классической статики

Вариант 1

1. Записать основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

2. Каков смысл функции распределения?

3. Написать формулу определения среднего значения некоторой величины x, зная функцию распределения $f(x)$.

4. Написать выражение для функции распределения Максвелла $F(\upsilon)$. В чем ее смысл?

5. Дан график функции распределения Максвелла $F(\upsilon)$ для температуры газа T_1. Нарисовать

Вариант 2

1. Что называется числом степеней свободы механической системы?

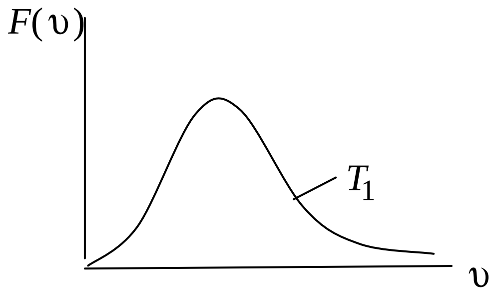
2. Каков смысл условия нормировки функции распределения?

3. Выразить вероятность через функцию распределения.

4. Каков смысл наиболее вероятной скорости? Написать формулу $\upsilon_в$.

5. Дан график функции распределения Максвелла $F(\upsilon)$ для газа с массой молекулы m_1 . Нарисо-

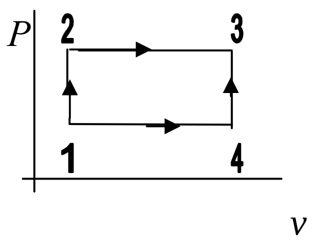
график $F(\upsilon)$ для температуры газа $T_2 < T_1$.



6. Распределение Больцмана, его смысл.

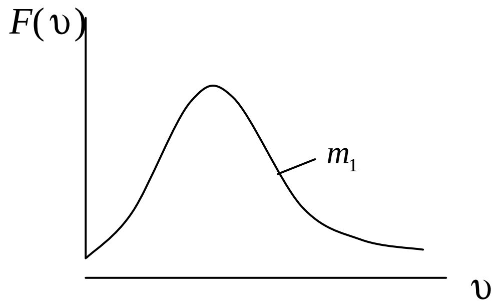
7. Нарисовать графики $p(h)$ для T_1 и T_2, ($T_2 < T_1$) согласно барометрической формуле.

8. Тело переходит из состояния 1 в состояние 3 один раз посредством процесса 1-2-3, а другой раз 1-4-3. В каком процессе изменение внутренней энергии больше: $\Delta U_{1\text{-}2\text{-}3}$ или $\Delta U_{1\text{-}4\text{-}3}$? Газ идеальный.



9. Чему равно число степеней свободы для молекулы CO_2 с учетом колебательного движения молекул?

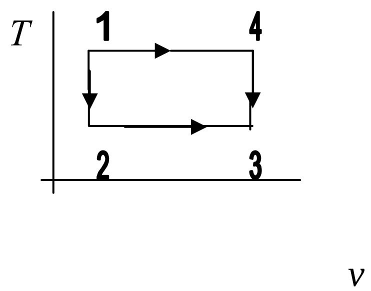
вать график $F(\upsilon)$ для газа с массой молекулы $m_2 < m_1$.



6. Барометрическая формула, ее смысл.

7. Нарисовать качественно два графика зависимости концентрации молекул от потенциальной энергии в поле сил тяжести для двух температур T_1 и T_2, ($T_1 < T_2$) согласно распределению Больцмана.

8. Тело переходит из состояния 1 в состояние 3 один раз посредством процесса 1-2-3, а другой раз 1-4-3. В каком процессе изменение внутренней энергии больше: $\Delta U_{1\text{-}2\text{-}3}$ или $\Delta U_{1\text{-}4\text{-}3}$? Газ идеальный.



9. При каких условиях (по p и T) газ можно считать идеальным?

10. В двух сосудах при комнатной температуре хранится по 1 молю газа. В первом сосуде газ состоит из одноатомных молекул, а во втором – из двухатомных. Определить отношение внутренних энергий этих газов U_1/U_2?

10. В двух сосудах при комнатной температуре хранится по 1 молю газа. В первом сосуде газ состоит из одноатомных молекул, а во втором – из трехатомных. Определить отношение молярных теплоемкостей этих газов при постоянном объеме?

Электростатика и постоянный ток

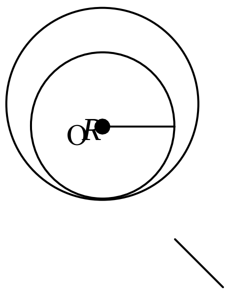
Вариант 1

1. Сформулировать теорему Гаусса для вектора $\vec{E}$.

2. Написать граничные условия для нормальных составляющих векторов напряженности и электрического смещения на границе двух диэлектриков.

3. В чём смысл электростатической защиты?

4. Чему равен потенциал в центре заряженного кольца φ_0? Объяснить.(см. рисунок)



Q

5. Полая заряженная сфера окружена сферическими слоями диэлектриков (см. рисунок)

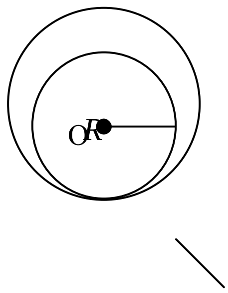
Вариант 2

1. Сформулировать теорему Гаусса для вектора $\vec{D}$.

2. Написать граничные условия для тангенциальных составляющих векторов $\vec{E}_\tau$ и $\vec{D}_\tau$ на границе раздела двух диэлектриков.

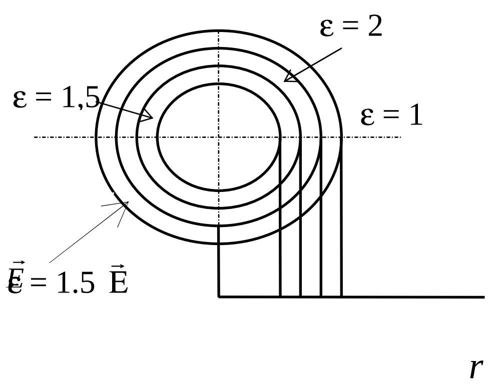
3. Написать выражения для плотности энергии электрического поля.

4. Чему равна напряженность в центре заряженного кольца E_0 (см. рисунок)?



Q

5. Полая заряженная сфера окружена сферическими слоями диэлектриков (см. рисунок)



Построить зависимость напряженности от радиуса $E(r)$.

6. Физический смысл диэлектрической проницаемости среды.

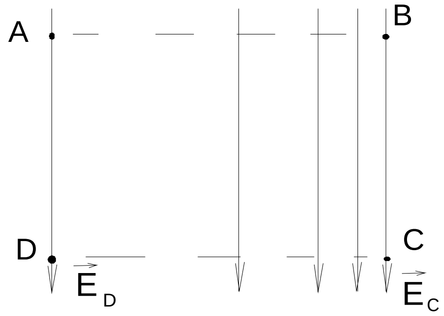
7. Что такое электродвижущая сила?

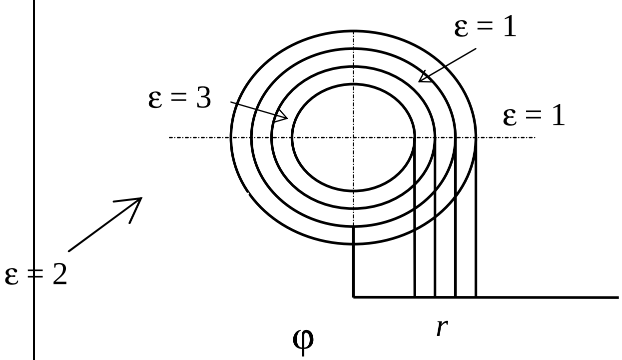
8. Сформулировать 1-й закон Кирхгофа.

9. Записать закон Ома в локальной форме.

10. Суть классической электронной теории электропроводимости металлов.

11. Рассчитать циркуляцию вектора $\vec{E}$ по замкнутому контру $ABCDA$ и сделать выводы о потенциальности поля.





Построить зависимость потенциала от радиуса $\varphi(r)$.

6. Физический смысл вектора поляризованности $\vec{P}$.

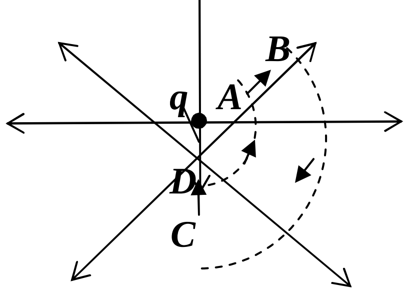
7. Что такое напряжение?

8. Сформулировать 2-й закон Кирхгофа.

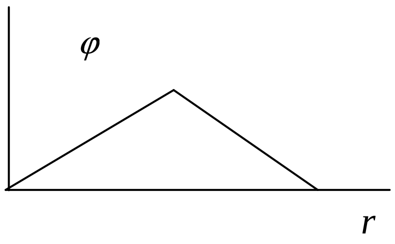
9. Записать закон Джоуля–Ленца в локальной форме.

10. В чём состоит недостаточность классической электронной теории электропроводимости металлов?

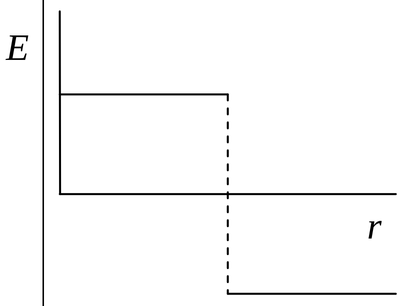
11. Рассчитать циркуляцию вектора $\vec{E}$ по замкнутому контру $ABCDA$ и сделать выводы о потенциальности поля.



12. По известной зависимости потенциала φ(*r*) построить качественно зависимость модуля напряженности *E*(*r*).



12. По известной зависимости модуля напряженности *E*(*r*) построить к ачественно зависимость потенциала φ(*r*).



Магнитное поле и электромагнитная индукция

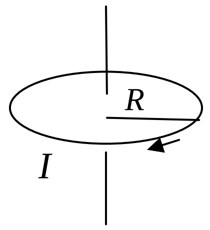
Вариант 1

1. Раскрыть понятие. Магнитная индукция, её смысл.

2. Сформулировать закон полного тока для вектора $\vec{B}$.

3. Сформулировать граничные условия для тангенциальных составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$.

4. Чему равен магнитный момент $\vec{p}_m$ витка с током I? Куда он направлен (см. рисунок)?



Вариант 2

Сформулировать:

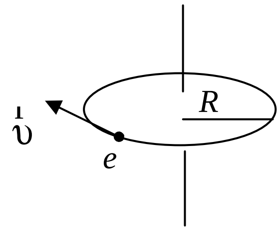
1. Закон Био и Савара, его физический смысл.

2. Закон полного тока для вектора $\vec{H}$.

3. Граничные условия для нормальных составляющих векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$

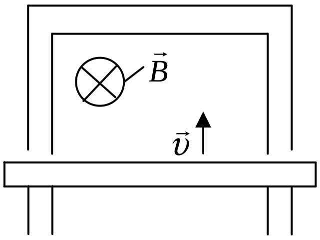
4.Чему равен орбитальный магнитный момент $\vec{p}_m$ электрона с зарядом *e* и скоростью $\vec{\upsilon}$?

Указать его направление (см. рис.).

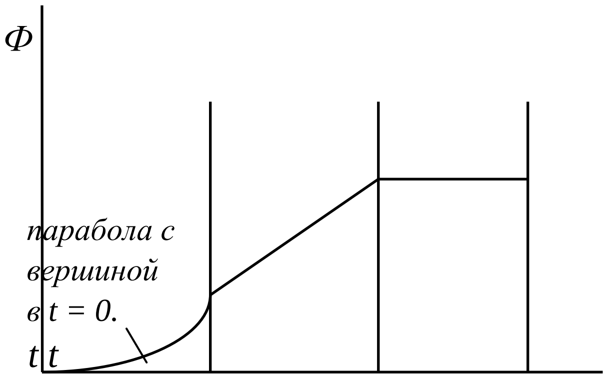


5. В чём заключается явление электромагнитной индукции, чему равна ЭДС? Сформулировать правило Ленца.

6.Проводящая перемычка движется вдоль проводящей рамки со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле $\vec{B}$. Указать направление индукционного тока.



7. Дан график изменения магнитного потока от времени.

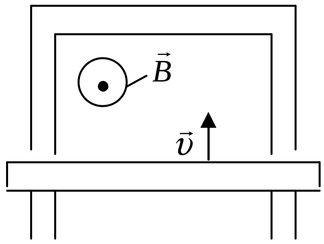


Как изменяется величина ЭДС электромагнитной индукции современем?

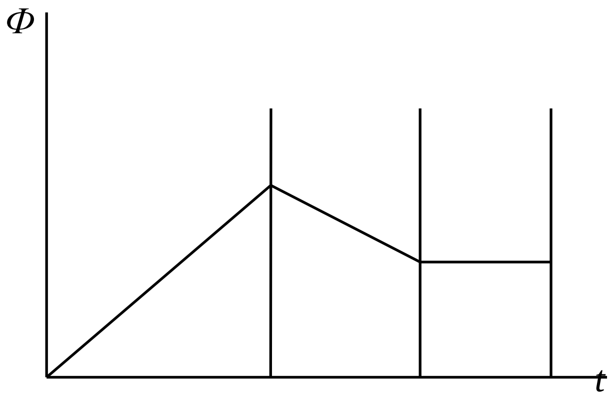
Построить график $\varepsilon_i(t)$.

5. Явлениz самоиндукции и взаимоиндукции, их ЭДС.

6.Проводящая перемычка двжется вдоль проводящей рамки со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле $\vec{B}$. Указать направление индукционного тока.

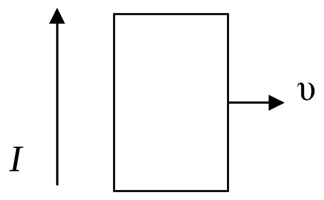


7. Дан график изменения магнитного потока от времени.



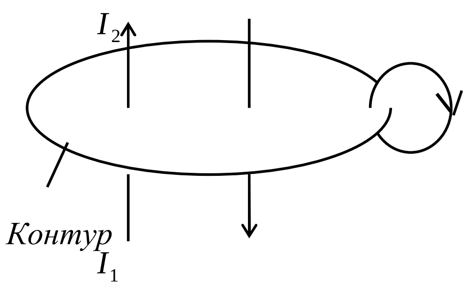
Построить график зависимости ЭДС электромагнитной индукции от времени $\varepsilon_i(t)$.

8. Прямоугольный проволочный виток лежит в плоскости с длинным прямым проводом, по которому протекает ток I.



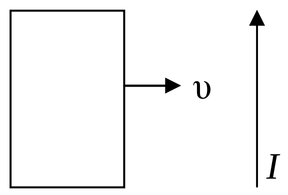
Виток тянут вправо. Показать направления тока, индуцированного в витке, и сил, действующих на его левую и правую стороны

9. Чему равна циркуляция вектора напряжунности $\vec{H}$ по замкнутому контуру? На рисунке показаны: I – токи проводимости, i – молекулярные токи.



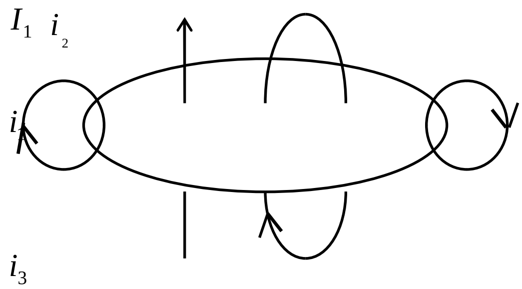
10. Природа ферромагнетизма.

8. Прямоугольный проволочный виток лежит в плоскости с длинным прямым проводом, по которому протекает ток I.



Виток тянут вправо. Показать направления тока, индуцированного в витке, и сил, действующих на его левую и правую стороны.

9. Чему равна циркуляция вектора магнитной индукции по замкнутому контуру l?



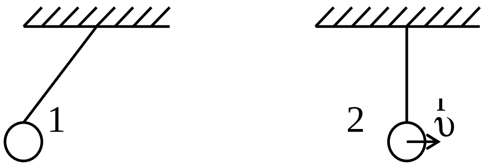
10. Природа диамагнетизма.

Механические колебания и волны

Вариант 1

1. Что называется фазой гармонического колебания?

2. Какова разность фаз двух маятников (второго относительно первого) (см. рисунок)?



Крайнее положние

3. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях. Какая фигура Лиссажу $y(x)$ получается, если

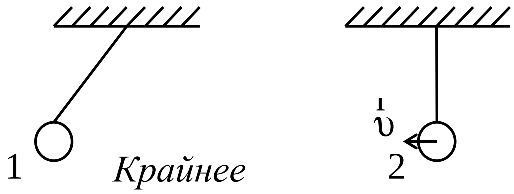
$$\begin{cases} y = 2\cos\pi t, \\ x = 4\cos\left(\pi t + \pi / 2\right). \end{cases}$$

4. Сложите графически два гармонических одинаково направленных колебания равных периодов, но смещенных по фазе относительно друг друга на π, амплитуды соотносятся как 3 : 1. Будет ли колебание гармоническим? Чему равна частота сложного колебания?

Вариант 2

1. Что называется длиной волны, волновым числом?

2. Какова разность фаз двух маятников (второго относительно первого) (см. рисунок)?

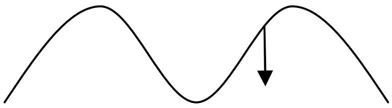
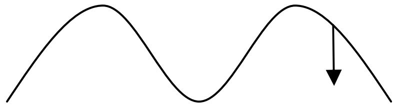


Крайнее положение

3. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях. Какая фигура Лиссажу $y(x)$ получается, если

$$\begin{cases} y = 2\cos\pi t, \\ x = 4\cos(\pi t + \pi). \end{cases}$$

4. Сложите графически два гармонических одинаково направленных колебания, у которых частоты соотносятся как 1 : 3, а амплитуды как 2 : 1. Будет ли колебание гармоническим? Чему равна частота сложного колебания?

5. Дано направление смещения частиц. Куда движется волна (влево, вправо)? 	5. Дано направление смещения частиц. Куда движется волна (влево, вправо) 
6. Написать дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Каков смысл коэффициента затухания, добротности?	6. Написать волновое уравнение. Пояснить его смысл
7. Дано уравнение волны $Y = A \cdot \sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$, где A, T, λ – положительные величины, которые описывают волну. Чему равна скорость волны?	7. Смещение частиц среды в плоской бегущей звуковой волне выражается соотношением $\xi = \xi_m \cdot \cos(\omega t - kx)$. Найти скорость смещения частиц в этой волне.
8. Что такое фазовая скорость, групповая скорость волн?	8. Как образуется стоячая волна? Описать её характерные особенности. Написать уравнение стоячей волны.
9. Что называется интерференцией волн?	9. Как образуются биения?
10. Период колебаний пружинного маятника равен T. Массу маятника увеличили в 4 раза. Как изменится период колебаний?	10. Что называется механическим резонансом, резонансной частотой?

ЗАДАЧИ

1. *МЕХАНИКА*

Кинематика

Примеры решения задач

1. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r} = t^3\vec{e}_x + 3t^2\vec{e}_y$ (м), где, $\vec{e}_x$ $\vec{e}_y$ орты осей x и y. Определить для момента времени $t = 1$ с:

а) модуль скорости;

б) модуль ускорения.

Дано:	Решение
$\vec{r} = t^3\vec{e}_x + 3t^2\vec{e}_y$ $t = 1$ с. $\upsilon = ?$ $\vec{W} = ?$	Вектор скорости определяем как первую производную радиус-вектора по времени. $\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3t^2\,\vec{e}_x + 6t\,\vec{e}_y$.

В то же время вектор скорости, как и любой вектор можно представить через его компоненты $\vec{\upsilon} = \upsilon_x\vec{e}_x + \upsilon_y\vec{e}_y + \upsilon_z\vec{e}_x$.

Сравнивая это выражение с предыдущим, получим: $\upsilon_x = 3t^2$; $\upsilon_y = 6t$; $\upsilon_z = 0$.

Модуль скорости определяется через компоненты:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\left(3t^2\right)^2 + (6t)^2} = \sqrt{\left(3\cdot 1^2\right)^2 + (6\cdot 1)^2} = 6{,}7 \text{ м/с.}$$

Ускорение частицы равно производной от вектора скорости $\vec{W} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$.

$\vec{W} = 6t\vec{e}_x + 6\vec{e}_y$, где компоненты $W_x = 6t$, $W_y = 6$.

Модуль ускорения

$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2 + W_z^2} = \sqrt{(6\cdot t)^2 + 6^2} = \sqrt{(6\cdot 1)^2 + 6^2} = 8{,}48$ м/с$^2 \approx 8{,}5$ м/с^2.

Ответ: 1) $\upsilon = 6{,}7$ м/с;

2) $W = 8{,}5$ м/с^2.

2. Точка движется в плоскости xy из положения с координатами $x_1 = y_1 = 0$ со скоростью $\vec{\upsilon} = a\vec{e}_x + bx\vec{e}_y$ (a; b – постоянные, $\vec{e}_y$; $\vec{e}_x$ – орты осей и x и y)

Определите: 1) уравнение траектории точки $y(x)$; 2) форму траектории.

Дано:	Решение:
$x_1 = y_1 = 0$ $\vec{\upsilon} = a\vec{e}_x + bx\vec{e}_y$ 1) $y(x) = ?$ 2) форма траектории?	Компоненты скорости $\upsilon_x = a$, $\upsilon_y = bx$. Так как $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$, а $\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$ (x и y – компоненты радиус-вектора) $\frac{dx}{dt} = a$; $\frac{dy}{dt} = bx$.

Из последних выражений, исключая время, получаем $\frac{dx}{a}=\frac{dy}{bx}$ или $dy=\frac{b}{a}xdx$. Интегрируя, получим $y=\int_0^x \frac{bx}{a}dx=\frac{bx^2}{2a}$. Траектория является параболой.

Ответ: 1) $y = \frac{b}{2a}x^2$; 2) парабола.

3. Частица движется по окружности радиусом $R=2$ м, и путь изменяется со временем по закону $S=At^3$, где $A=2$ м/с³. Найти: а) момент времени t_0, при котором нормальное ускорение W_n будет равно тангенциальному W_τ; б) полное ускорение в этот момент времени.

Дано:	Решение
$R=2{,}0$ м	а) Выражения для нормального, тангенциального и полного ускорений имеют вид: $W_n=\frac{\upsilon^2}{R}=\left(\frac{dS}{dt}\right)^2\frac{1}{R}$;
$S=At^3$	$W_r=\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d^2S}{dt^2}$; $W=\sqrt{(W_n)^2+(W_\tau)^2}$
$A=2$ м/с³	Из условия задачи получим уравнение относительно t_0: $\left(\frac{dS}{dt}\right)^2\frac{1}{R}=\frac{d^2S}{dt^2}$ или $\left(3At_0^2\right)^2\frac{1}{R}=6At_0$. Отсюда
$W_n=W_\tau$	для t_0 имеем: $t_0=\left(\frac{2}{3}\frac{R}{A}\right)^{1/3}=0{,}87$ с;
а) $t_0-?$	
б) $W-?$	

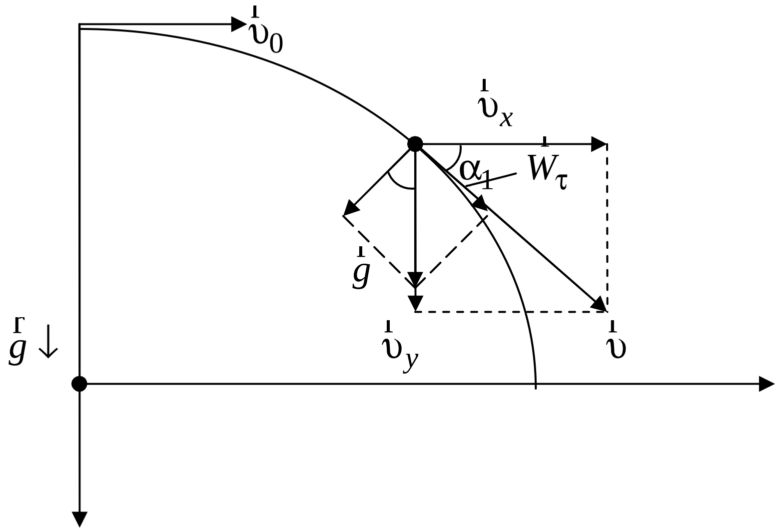
б) для полного ускорения из условия задачи получим

$$W=\sqrt{2W_\tau^{\,2}}=\sqrt{2\left(\frac{d^2S}{dt^2}\right)^2}=\sqrt{2}\cdot 6At_0=14{,}8\ \text{м/с}^2\approx 15\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: t_0 = 0,87 с, W = 15 м/с².

4. Тело брошено с вышки в горизонтальном направлении со скоростью υ_0 = 30 м/с. Найти значения следующих величин через две секунды τ = 2,0 с: а) скорости υ, тангенциального ускорения W_τ, нормального ускорения W_n; б) радиуса кривизны траектории R.

Дано:	Решение
υ_0 = 30 м/с	Траектория движения тела показана на рисунке.
τ = 2,0 с	Направление вектора $\vec{\upsilon}$, составляющих скорости $\vec{\upsilon}_x, \vec{\upsilon}_y$, а также $\vec{W}_n$, $\vec{W}_\tau$, $\vec{g}$ через время τ также показано на рисунке.
а) υ, W_τ, W_n –?	
б) R –?	



Введем систему координат *XOY*, как показано на рисунке, чтобы учесть независимость движений тела по горизонтали и вертикали. Проекция вектора скорости на ось *OX* υ_x остается всегда постоянной и равной υ_0. Проекция вектора скорости на ось *OY* υ_y растет со временем по закону $\upsilon_y = gt$, так как вдоль оси *OY* тело движется равноускоренно с ускорением свободного падения g. Поэтому для модуля скорости тела получим

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2}\,. \qquad (1)$$

Через две секунды значение модуля скорости будет равно:

$$\upsilon = \sqrt{30^2 + (9,8)^2 (2,0)^2} = 35,8 \approx 36 \text{ м/с}.$$

Из рисунка следует, что

$\cos\alpha = \dfrac{W_n}{g} = \dfrac{\upsilon_x}{\upsilon} = \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon}$, следовательно, значение нормального ускорения

$$W_n = g\frac{\upsilon_0}{\upsilon} = 9{,}8\frac{30}{35{,}8} = 8{,}2 \text{ м/с}^2$$

Аналогично

$\sin\alpha = \dfrac{W_\tau}{g} = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon} = \dfrac{gt}{\upsilon}$, отсюда тангенциальное ускорение

$$W_\tau = g\frac{\upsilon_y}{\upsilon} = 9{,}8\frac{9{,}8(2{,}0)}{35{,}8} = 8{,}2 \text{ м/с}^2.$$

Радиус кривизны из выражения для нормального ускорения

$$W_n = \frac{\upsilon^2}{R};$$

$$R = \frac{\upsilon^2}{W_n} = \frac{(35{,}8)^2}{8{,}2} = 156\,\text{м} \cong 1{,}6\cdot 10^2 \text{ м}.$$

Ответ: υ = 35,8 м/с; W_τ = 5,4 м/с²; W_n = 8,2 м/с²; $R = 1{,}6\cdot 10^2$ м.

<u>ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ</u>

1.1. Компоненты скорости частицы изменяются со временем по законам: $\upsilon_x = a\cos\omega t$, $\upsilon_y = a\sin\omega t$, $\upsilon_z = 0$, где a и ω – константы. Найти модули скорости $|\vec{\upsilon}|$ и ускорения $|\vec{W}|$, а также угол α между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{W}$. По какой траектории движется частица?

($|\vec{\upsilon}| = a$, $|\vec{W}| = a\omega$, $\alpha = \pi/2$)

1.2. Зависимость координат движения частицы от времени имеет вид $x = a\cos\omega t$, $y = a\sin\omega t$, $z = 0$, где a и ω – константы.

а) определить радиус-вектор $\vec{r}$, скорость $\vec{\upsilon}$ и ускорение $\vec{W}$ частицы, а также их модули;

б) найти уравнение траектории частицы.

($\vec{r} = a(\cos\omega t\vec{e}_x + \sin\omega t\vec{e}_y)$; $|\vec{r}| = a$;

$\vec{\upsilon} = a\omega(-\sin\omega t\vec{e}_x + \cos\omega t\vec{e}_y)$; $|\vec{v}| = a\omega$;

$\vec{W} = -a\omega^2 (\cos\omega t\vec{e}_x + \sin\omega t\vec{e}_y)$; $|\vec{W}| = a\omega^2$;

$x^2/a^2 + y^2/a^2 = 1$)

1.3. Точка движется по окружности радиусом R = 4 м. Закон ее движения выражается уравнением $S = A+Bt^2$, где A = 8 м, B = -2 м/с^2. Определить момент времени t, когда нормальное ускорение W_n точки равно 9 м/с^2. Найти модули скорости υ, тангенциального W_τ и полного W ускорения точки в тот же момент времени t.

(t = 1,5 с, υ = 6 м/с, W_τ = 4 м/с^2, W = 9,8 м/с^2)

1.4. Частица движется со скоростью $\vec{\upsilon} = at(2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$ (a = 1,0 м/с^2). Найти:

а) модуль скорости частицы в момент времени t = 1 с;

б) ускорение частицы $\vec{W}$ и его модуль;

в) путь S, пройденный частицей с момента времени t_1 = 2 с до t_2 = 3 с;

г) какой характер имеет движение частицы? Почему?

(υ = 5,4 м/с, $\vec{W} = a(2\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 4\vec{e}_z)$, $|\vec{W}|$ = 5,4 м/с^2, S = 14 м)

1.5. Точка движется вдоль оси X, причем координата изменяется по закону $x = a\cos[(2\pi/T)t]$. Найти:

а) выражение для проекции на ось X скорости $\vec{\upsilon}$ и ускорения $\vec{W}$ точки;

б) путь S, пройденный точкой за промежуток времени от $t = T/8$ до $t = T/4$.

($\upsilon x = -(2\pi/T)\, a \sin(2\pi/T)\, t$, $Wx = -(2\pi/T)^2 a \cos(2\pi/T)\, t$, $S = 0{,}707\, a$)

1.6. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r} = 3t^2\vec{e}_x + 2t\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$. Найти:

а) скорость $\vec{\upsilon}$ и ускорение $\vec{W}$ частицы;

б) модуль скорости в момент времени t = 1 с;

в) приближенное значение пути S, пройденное частицей за 11-ю секунду движения.

(а) $\vec{\upsilon} = 6t\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$ (м/с); б) $\vec{W} = 6\vec{e}_x$ (м/с^2); в) $|\vec{\upsilon}|$ = 6,3 м/с, S = 63 м).

1.7. Тело брошено под углом α к горизонту и в начальный момент времени имеет скорость $\vec{\upsilon}_0$. Построить качественные зависимости υ_x и υ_y как функции от времени движения тела до момента падения. Определить радиус кривизны траектории в момент времени $t = \tau/4$, где τ – время движения до падения. Сопротивления движению нет.

$$\left(R = \frac{\upsilon_0^2\cos^2\alpha + (\upsilon_0\sin a - g\tau/4)^2}{g\cos(\mathrm{arctg}\left(\frac{\upsilon_0\sin\alpha - g\tau/4}{\upsilon_0\cos\alpha}\right))}\right)$$

1.8. Тело в течение времени τ движется с постоянной скоростью υ_0. Затем скорость его линейно нарастает со временем так, что в момент времени 2τ она равна $2\upsilon_0$. Определить путь, пройденный телом за время t. *С*читать что $\tau<t<2\tau$.

$$\left(S = \frac{\upsilon_0\tau}{2} + \frac{\upsilon_0 t^2}{2\tau}\right)$$

1.9. Т*о*чка движется по криволинейной траектории с постоянным тангенциальным ускорением $w_\tau = 0{,}5$ м/с^2. Определить полное ускорение точки в момент времени $t = 5$ с от начала движения, если радиус кривизны траектории в этот момент времени $R = 2$ м.

($W = 3{,}2$ м/с^2)

1.10. Начальное значение скорости $\vec{\upsilon}_\tau = 1\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 5\vec{e}_z$, (м/с), конечное $\vec{\upsilon}_2 = 2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 6\vec{e}_z$, (м/с). Найти:

а) приращение скорости $\Delta\vec{\upsilon}$; б) модуль приращения скорости $|\Delta\vec{\upsilon}|$;

в) приращение модуля скорости $\Delta\upsilon$.

(а) $\Delta\vec{\upsilon} = 1\vec{e}_x + 1\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$ м/с; б) $|\Delta\vec{\upsilon}| = 1{,}73$ м/с, в) $\Delta\upsilon = 1{,}57$ м/с).

1.11. По дуге окружности радиусом $R = 10$ м движется точка. В некоторый момент времени от начала движения ускорение точки $W_n = 5{,}0$ м/с^2; вектор полного ускорения $\vec{W}$ образует в этот момент с вектором тангенциального ускорения $\vec{W}_\tau$ угол $\alpha = 30^\circ$. Считая $W_\tau = \mathrm{const}$, найти закон изменения $W_n = f(t)$.

($W_n = 7{,}5\, t^2$ м/с^2).

1.12. Точка движется по дуге окружности радиусом R. Ее скорость зависит от пройденного пути S по закону $\upsilon = k\sqrt{S}$, где k – постоянная. Найти угол между вектором полного ускорения и вектором скорости в зависимости от S.

$$(\alpha = \text{arctg}\ (\frac{2S}{R}))$$

1.13. Тело брошено под углом α = 45° к горизонту с начальной скоростью υ = 30 м/с. Определить радиус кривизны траектории R в максимальной точке подъема тела и в точке его касания с землей. Качественно постройте зависимости кинетической W_k, потенциальной W_p, и полной W энергии тела как функции времени. Сопротивления движению не учитывать.

(R_1 = 46 м, R_2 = 130 м)

1.14. Материальная точка движется по окружности радиусом R. Ее тангенциальное ускорение изменяется по закону $W\tau = kt$, где k>0. В какой момент времени t с начала движения модули нормального и тангенциального ускорения будут равны? Чему равно полное ускорение материальной точки в этот момент времени? Какой угловой путь φ пройдет точка к этому моменту времени? Качественно изобразите закон изменения угловой скорости ω как функцию времени.

$$(t = \sqrt[3]{\frac{4R}{k}};\ W = k\sqrt{2}\sqrt[3]{\frac{4R}{k}};\ \varphi = 0{,}67\ \text{рад})$$

1.15. Точка движется по окружности радиусом R = 30 см с постоянным угловым ускорением. Определить тангенциальное ускорение точки, если известно, что с некоторого момента за интервал времени t = 4 с она совершила три оборота и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение W_n = 2,7 м/с^2. Определить угловую ω_0 и линейную υ_0 скорости в начале указанного интервала времени. Построить графики зависимости модулей ускорения и угловой скорости от времени на интервале движения:

$W_n = f(t)$; $W_\tau = f(t)$; $\omega = f(t)$.

(ω_0 = 6,4 рад/с; υ_0 = 1,9 м/с)

Динамика

Примеры решения задач

5. Система состоит из частицы 1 массой 1,0 г, расположенной в точке с координатами (1, 1, 1) м, частицы 2 массой 2,0 г, расположенной в точке с

координатами (-2, 2, 2) м, частицы 3 массой 3,0 г, расположенной в точке с координатами (-1, 3, -2) м, частицы 4 массой 4,0 г, расположенной в точке с координатами (3, -3, 3) м. Найти радиус – вектор $\vec{r}_C$ центра масс системы и его модуль.

Дано:	Решение
$m_1 = 1{,}0$г $m_2 = 2{,}0$г $m_3 = 3{,}0$г $m_4 = 4{,}0$г $\vec{r}_1 = 1\vec{e}_x + 1\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$, м $\vec{r}_2 = -2\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$, м $\vec{r}_3 = -1\vec{e}_x + -3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$, м $\vec{r}_4 = 3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$, м а) $\vec{r}_c$ – ? б) $\lvert\vec{r}_C\rvert$ – ?	Положение центра масс определяется выражением $\vec{r}_C = \frac{\sum_i^n (m_i \cdot \vec{r}_i)}{\sum_i^n m_1}$ где m_i – масса i-й частицы системы; $\vec{r}_1$ – радиус-вектор i-й частицы системы. Отсюда для радиус-вектора центра масс рассматриваемой системы, получим

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + \ldots + m_4\vec{r}_4}{m_1 + \ldots + m_4} =$$

$$= \frac{1{,}0\left(1\vec{e}_x + 1\vec{e}_y + 1\vec{e}_z\right) + 2{,}0\left(-2\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z\right) + 3{,}0\left(-1\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z\right) +}{1{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0 + 4{,}0}$$

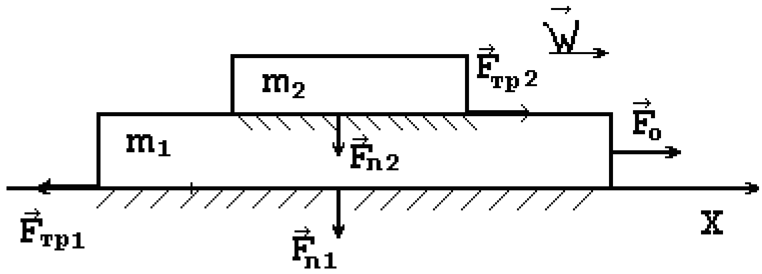
$$\frac{+4{,}0(3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z)}{1{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0 + 4{,}0} = \frac{6\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 11\vec{e}_z}{10} = 0{,}6\vec{e}_x + 0{,}2\vec{e}_y + 1{,}1\vec{e}_z, \text{ м.}$$

Модуль радиус-вектора центра масс системы

$$\lvert\vec{r}_C\rvert = \sqrt{x_C^2 + y_C^2 + z_C^2} = \sqrt{(0{,}6)^2 + (0{,}2)^2 + (1{,}1)^2} = 1{,}27 \text{ м.}$$

Ответ: $\vec{r}_C = 0{,}6\vec{e}_x + 0{,}2\vec{e}_y + 1{,}1\vec{e}_z$ м; $\lvert\vec{r}_C\rvert = 1{,}27$ м

6. На горизонтальной плоскости лежит доска массой $m_1 = 1$ кг, а на доске – брусок массой $m_2 = 2$кг. Коэффициент трения между бруском и доской $\mu_1 = 0{,}25$, между доской и горизонтальной плоскостью $\mu_2 = 0{,}5$. С каким ускорением должна двигаться доска, чтобы брусок начал с нее соскальзывать? Какую горизонтальную силу F_0 следует при этом приложить к доске?

Дано:	Решение
$m_1 = 1{,}0$ кг $m_2 = 2{,}0$ кг $\mu_1 = 0{,}25$ $\mu_2 = 0{,}50$	
а) a_m –? б) F_0 –?	

Движения доски и бруска одномерные и происходят вдоль оси *OX*, как показано на рисунке. Поэтому для решения задачи достаточно воспользоваться проекцией уравнения 2-го закона Ньютона на ось *OX* (как для бруска, так и для доски). Брусок в горизонтальном направлении вынуждает двигаться с ускорением без проскальзования сила трения покоя со стороны поверхности доски. По мере роста ускорения доски растет и величина силы трения покоя. Когда она достигает предельной величины, равной силе трения скольжения $F_{тр2}$, брусок начинает соскальзывать с доски. В этом случае из 2-го закона Ньютона получим

$$m_2 W_m = F_{тр2} = \mu_1 F_{n2} \tag{1}$$

где F_{n2} – сила нормального давления бруска на поверхность доски.

$$F_{n2} = m_2 g. \tag{2}$$

Из выражений (1) и (2) следует:

$W_m = \mu_1 \cdot g = 0{,}25 \cdot 9{,}81 = 2{,}45$ м/с².

На доску действуют в горизонтальной плоскости силы $\vec{F}_0$, $\vec{F}_{тр1}$ и $\vec{F}_{тр2}$, как показано на рисунке. Уравнение движения доски в этом случае имеет вид:

$$m_1 W_m = F_0 - F_{тр1} - F_{тр2}, \tag{3}$$

где $F_{тр1} = \mu_2 F_{n1}$ – сила трения скольжения между доской и горизонтальной плоскостью; F_{n1} – сила нормального давления доски с брусом на горизонтальную плоскость.

$$F_{n1} = (m_1 + m_2) g. \tag{4}$$

Из выражений (3) и (4) получим:

$F_0 = m_1 \mu_1 g + m_2 \mu_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2)(\mu_1 + \mu_2) g = 22$ Н.

Ответ: $W_m = 2{,}5$ м/с²; $F_0 = 22$ Н.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.16. Система состоит из частицы 1 массой 0,10 г, частицы 2 массой 0,20 г и частицы 3 массой 0,30 г. Частица 1 помещается в точке с координатами (1, 2, 3), частица 2 – в точке с координатами (2, 3, 1), частица 3 – в точке с координатами (3, 1, 2) (значения координат даны в метрах). Найти радиус-вектор $\vec{r}_C$ центра масс системы и его модуль.

$$(\vec{r}_C = 2{,}3\vec{e}_x + 1{,}8\vec{e}_y + 1{,}8\vec{e}_z,\ |\vec{r}_C| = 3{,}4 \text{ м})$$

1.17. Тело брошено сначала под углом α_1 к горизонту со скоростью $\vec{\upsilon}_1$, а затем под углом α_2 со скоростью $\vec{\upsilon}_2$ ($\alpha_1 > \alpha_2$). В начальный момент движения $\upsilon_{1x} = \upsilon_{2x}$.Сравнить в указанных случаях радиусы кривизны траектории в высшей точке подъема тела. Построить качественно зависимости проекции импульса p_{1y} и p_{2y} как функцию времени движения тела. Сопротивления движению нет.

$$\left(R_1 = \frac{\upsilon_{1x}^2}{g},\ R_2 = \frac{\upsilon_{2x}^2}{g} \right)$$

1.18. Брусок массой m_1 = 1 кг покоится на бруске массой m_2 = 2,0 кг. На нижний брусок начала действовать горизонтальная сила $F = 3t$ Н. В какой момент времени t верхний брусок начнет проскальзывать? Коэффициент трения между брусками μ = 0,1. Трение между нижним бруском и опорой пренебрежимо мало.

$$\left(t > \frac{\mu g(m_1 + m_2)}{3} = 0{,}98 \text{ с} \approx 1 \text{ с.}\right)$$

1.19. На горизонтальной доске лежит брусок массой m. Один конец доски поднимается. Изобразите график зависимости силы трения, действующей на брусок, от угла α наклона доски в интервале значений $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$. Коэффициент трения между доской и бруском μ_0 = 0,25.

1.20. На горизонтальной плоскости лежит доска длиной L и массой m_1. Тело массой m_2 лежит посередине доски. Коэффициент трения между доской и плоскостью μ_1, между доской и телом μ_2. Какую силу в горизонтальном направлении надо приложить к доске, чтобы тело соскользнуло с нее? За какое время t тело соскользнет, если к доске приложена сила F_0 ?

$$(F>g(\mu_1+\mu_2)(m_1+m_2),\ t = \sqrt{\frac{Lm_1}{F_0 - g(m_1+m_2)(\mu_1+\mu_2)}})$$

1.21. Брусок движется вдоль горизонтальной поверхности под действием постоянной по величине силы, направленной под углом α к горизонту. Коэффициент трения между бруском и поверхностью равен 0,25. При каком значении угла α ускорение бруска вдоль поверхности будет максимальным?

(α = 14°)

1.22. Найти зависимость ускорения силы тяжести Земли над полюсом и экватором от высоты положения тела над уровнем моря h. Построить качественно эти зависимости на графике $g = f(h)$.

$$\left(g_1 = G\frac{M}{(R+h)^2},\quad g = G\frac{M}{(R+h)^2} - \omega^2(R+h) \right)$$

1.23. Электровоз массой $m = 184\cdot 10^3$ кг движется вдоль меридиана со скоростью υ = 72 км/ч на широте φ = 45°. Определить горизонтальную составляющую силы F, с которой электровоз давит на рельсы.

(0,38 кН)

Вращательное движение. Моменты инерции, силы, импульса

Примеры решения задач

7. Сила с компонентами (2, -1, 4), *Н* приложена к точке с координатами (–3, 2, 1), м. Найти:

а) момент силы $\vec{M}$ относительно начала системы координат;

б) модуль момента силы M;

в) проекцию M_z момента силы $\vec{M}$ на ось z.

Дано:	Решение
$F = 2\vec{e}_x - 1\vec{e}_y + 4\vec{e}_z$, Н $\vec{r} = -3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 1\vec{e}_z$, м	По определению момент силы относительно начала системы координат – векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$ и силы $\vec{F}$.

а) $\vec{M} - ?$
б) $M - ?$
в) $M_z - ?$

Следотельно,

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}\,] = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (yFz\text{-}zFy)\vec{e}_x + (zF_x\text{-}xF_z)\vec{e}_y +$$

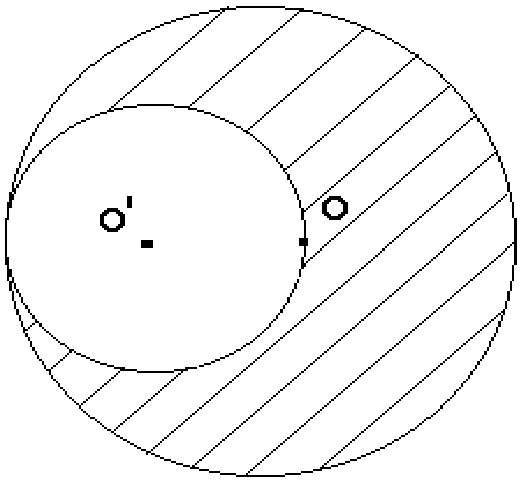
$$+(xF_y - yF_x)\vec{e}_z = 10\vec{e}_x + 14\vec{e}_y - 1{,}0\vec{e}_z \text{ , Н·м,} \qquad (1)$$

z – компонента вектора $\vec{M}$ и есть проекция M_z момента силы на ось z.

Следовательно, M_z = -1, Н·м. Модуль момента силы получится из выражения вышеприведенного: $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{10^2 + 14^2 + 1^2} =$ $= \sqrt{297} = 17{,}2 \approx 17$, Н·м.

Ответ: $\vec{M} = 10\vec{e}_x + 14\vec{e}_y - 1\vec{e}_z$, Н·м; M = 17,2 Н·м; M_z = –1 Н·м.

8. Во сколько раз уменьшится момент инерции однородного сплошного диска оносительно оси, проходящей через его центр инерции (точка О) и перпендикулярной к плоскости диска, если сделать круглый дисковый вырез, как показано на рисунке.



Момент инерции – величина аддитивная. Поэтому момент инерции I_3 диска с вырезом относительно точки О равен разности момента инерции диска $I_1(\text{O})$ относительно точки О и момента инерции малого диска $I_2(\text{O})$, соответствующего вырезанной части, также относительно точки О, т. е. $I_3 = I_1(\text{O}) - I_2(\text{O})$. В задаче необходимо найти отношение $\frac{I_1(\text{O})}{I_3}$. Обозначим массу диска через m, а радиус диска через R. Тогда масса вырезанной части $\frac{m}{4}$, а радиус $\frac{R}{2}$. Как известно, момент инерции диска $I_1(\text{O})$ относительно оси симметрии равен: $I_1(\mathrm{O}) = \dfrac{mR^2}{2}$. Для вычисления момента инерции $I_2(\mathrm{O})$ используем теорему Штейнера:

$$I_2(\mathrm{O}) = I_2(\mathrm{O'}) + \frac{m}{4}\left(\frac{R}{2}\right)^2,$$

где $I_2(\mathrm{O'})$ – момент инерции малого диска, соответствующего вырезанной части, относительно оси симметрии этого диска, походящей через точку O′. Окончательно $I_2(\mathrm{O}) = \dfrac{1}{2}\dfrac{m}{4}\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 + \dfrac{mR^2}{4\cdot 4} = \dfrac{3}{32}mR^2$. Таким образом, искомое отношение $\dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_3} = \dfrac{I_1(\mathrm{O})}{I_1(\mathrm{O}) - I_2(\mathrm{O})} = \dfrac{16}{13} = 1{,}23 \approx 1{,}2$.

Ответ: момент инерции диска после сделанного выреза уменьшается в 1,2 раза.

9. Тонкий однородный обруч массой m = 2,0 кг и радиусом R = 1,0 м вращается вокруг оси симметрии, перпендикулярной к плоскости обруча, делая n_0 = 120 об/мин. Под действием постоянной касательной к поверхности обруча силы $F_т$ = 4,0 Н обруч тормозится и останавливается. Определить время торможения $t_т$ и число оборотов $N_т$, которое сделает обруч от начала торможения до остановки.

Дано:	Решение
m = 2,0 кг R = 1,0 м n_0 = 120 об/мин = 2 об/с $F_т$ = 4,0 Н	Для вращающегося обруча, на который действует тормозящий момент сил $M_т = F_т R$, уравнение вращательного движения имеет вид $I\varepsilon = M_т = F_т R,$ (1)
а) $t_т$ –? б) $N_т$ –?	где I – момент инерции обруча, ε – угловое ускорение. Момент инерции тонкого однородного обруча $I = mR^2$. Угловое ускорение постоянно, так как тормозящий момент сил не изменяется. Следотельно, угловая скорость ω связана с угловым ускорением формулой

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t, \qquad (2)$$

где ω_0 – начальная угловая скорость обруча. Знак «минус» в выражении (2) показывает, что вращение равнозамедленное. Число оборотов N связано с углом поворота обруча $\varphi = \omega_0 t - \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$ соотношением

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_0 t}{2\pi} - \frac{\varepsilon t^2}{2\cdot 2\pi}. \qquad (3)$$

В конце времени торможения угловая скорость обруча равна нулю, и из формул (1) и (2) получим

$$t_{\text{т}} = \frac{\omega_0}{|\varepsilon|} = \frac{2\pi n_0}{|\varepsilon|} = \frac{2\pi n_0 mR}{F_{\text{т}}} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 120\cdot 2\cdot 1}{60\cdot 4} = 6{,}28 \text{ с} \approx 6{,}3\,\text{с}.$$

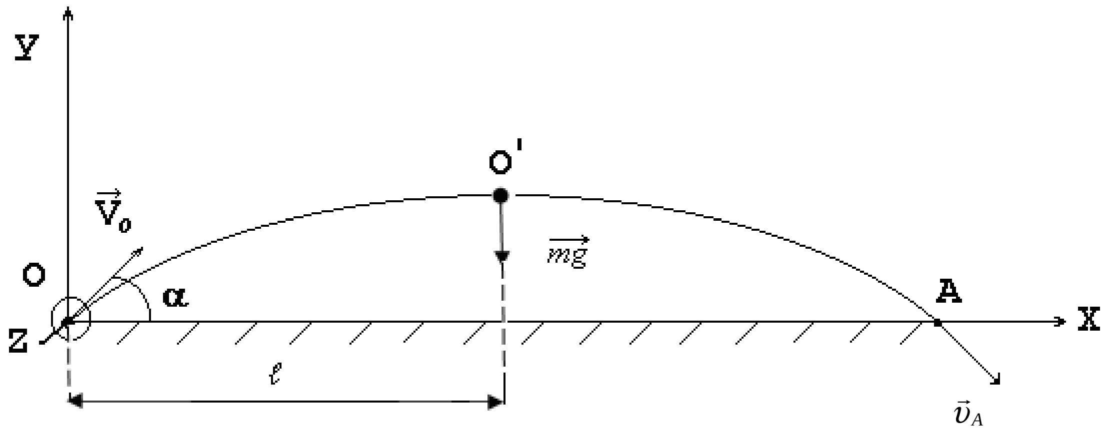
Для числа оборотов $N_{\text{т}}$ за время торможения из выражения (3) следует:

$$N_{\text{т}} = \frac{|\varepsilon|\, t_T^2}{2\cdot 2\pi} = \frac{2(6{,}28)^2}{2\cdot 2\cdot 3{,}14} = 12{,}6 \approx 13 \text{ об.}$$

Ответ: $t_{\text{т}}$ = 6,3 с; $N_{\text{т}}$ = 13 об.

10. Небольшое тело массой m = 200 г брошено по углом α = 60° к горизонту со скоростью υ_0 = 10 м/с. Выразить зависимость момента импульса тела $\vec{L}$ от времени в системе координат, изображенной на рисунке, относительно точки О.

Определить модуль изменения момента импульса $|\Delta\vec{L}|$ для положения тела в точке наивысшего подъема О′ и точке падения на землю А.



Дано:	Решение
m = 200г α = 60° v_0 = 10 м/с	Введем правовинтовую систему координат *OXYZ,* как показано на рисунке. Поскольку при движении тела на него действует только сила тяжести, то из уравнения моментов
а) $L(t)$ –? б) $\lvert\Delta\vec{L}\rvert$ –?	$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$ можно определить момент импульса $\vec{L}=\int\vec{M}dt,$

где $\vec{M}=-mgl\vec{e}_z$, в котором mg – сила тяжести, l – плечо силы относительно точки О. Знак (-) обусловлен тем, что момент силы $\vec{M}$ в соответствии с правилом правого винта направлен в сторону противоположную оси z.

Плечо l найдем как $l=\upsilon_0\cos\alpha t$, так как вдоль оси x силы не действуют и движение равномерное. Тогда момент импульса

$$\vec{L}=\int -mg\upsilon_0\cos\alpha t\vec{e}_z dt=-mg\upsilon_0\cos\alpha\frac{t^2}{2}\vec{e}_z. \qquad (1)$$

Время достижения телом точки наивысшего подъема O' определяется выражением $t_\Pi=\frac{\upsilon_0\sin\alpha}{g}=\frac{10\cdot 0{,}866}{9{,}81}=0{,}883$ с (так как $\upsilon=\upsilon_0\sin\alpha-gt_n=0$).

Время достижения телом точки А в два раза больше времени t_n (как известно, время подъема равно времени спуска тела).

Окончательно производя необходимые вычисления, получим для $\vec{L}(t)=-4{,}9t^2\vec{e}_z$ (кг·м^2)/с; для модуля изменения момента импульса из (*), учитывая, что в начальный момент времени $\vec{L}_0=0$ $\lvert\Delta L\rvert=11{,}5\approx 12$ (кг·м^2)/с.

Ответ: $\vec{L}(t)=-4{,}9t^2\vec{e}_z$ (кг·м^2)/с; $\lvert\Delta\vec{L}\rvert=12$ (кг·м^2)/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.24. Сфера радиусом R = 2,0 м равномерно вращается вокруг вертикальной оси симметрии, делая 30 об/мин. Внутри сферы находится шарик. Найти высоту h, соответствующую положению равновесия шарика. При какой наименьшей угловой скорости радиус вращения шарика будет 0,9 *R*? Шарик считать материальной точкой.

(h = 1,0 м; ω = 3,4 рад/с)

1.25. Тело участвует в двух вращательных движениях, происходящих со скоростями $\vec{\omega}_1 = at^2\vec{e}_x$ и $\vec{\omega}_2 = 2at^2\vec{e}_y$ (a = 1,0 рад/с^3). Определить:

а) на какой угол φ повернется тело за первые 3,0 с;

б) какой угол составляет ось вращения, вокруг которой происходит поворот, с осью X.

(а) φ = 20 рад, б) α = 63°)

1.26. Тело вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота меняется в зависимости от времени t по закону $\varphi = 2\pi(at - \frac{bt^2}{2})$, где a>0; b>0. Найти момент времени τ, в который тело остановится, а также число оборотов N тела до остановки.

($\tau = \frac{a}{b}$; $N = \frac{a^2}{2b}$)

1.27. Материальная точка движется по окружности радиусом R со скоростью υ = kt, где k>0. Найдите зависимость от времени модуля полного ускорения точки; постройте графики зависимости тангенциального и нормального ускорений от времени.

($W = \frac{k}{R}\sqrt{k^2t^4 + R^2}$)

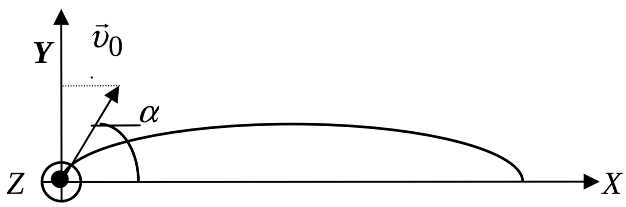
1.28. Определить полное ускорение W в момент времени t = 3,0 *с* точки, находящейся на ободе колеса радиусом R = 0,50 м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At+Bt^3$, где A = 2,0 рад/с; B = 0,20 рад/с^3. Изобразите графики нормального и полного ускорений $W_n = f(t)$ и $W = f(t)$ на интервале $0<t<3$ с.

(W = 27 м/с^2)

1.29. Точка движется по окружности с постоянным тангенциальным ускорением. Через некоторый промежуток времени t после начала движения, угол между полным ускорением и радиусом окружности равен 45°. Чему равно угловое ускорение точки?

($\varepsilon = \frac{1}{t^2}$)

1.30. Материальная точка (частица) массой m брошена под углом α к горизонту с начальной скоростью υ_0 . Траектория полета частицы лежит в плоскости X, Y. Ось Z направлена "на нас".



Найти зависимость от времени:

а) момента силы $\vec{M}$, действующего на частицу;

б) момента импульса частицы $\vec{L}$ относительно начала координат.

(а) $\vec{M} = -mg\upsilon_0(\cos\alpha)t\vec{e}_z$; б) $\vec{L} = -\frac{1}{2}mg\upsilon_0(\cos\alpha)t^2\vec{e}_z$) .

1.31. Две материальные точки массами m_1 и m_2 соединены жестким невесомым стрежнем длиной L. Найти положение центра масс системы X_c и момент инерции I этой системы относительно перпендикулярной к стержню оси, проходящей через центр масс.

($X_c = \frac{m_2 L}{m_1 + m_2}$; $I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} L^2$)

1.32. Тело массой m = 0,10 кг брошено с некоторой высоты в горизонтальном направлении со скоростью υ_0 = 20 м/с. Найти модуль приращения момента импульса тела $\left|\Delta\vec{L}\right|$ относительно точки бросания за первые τ = 5 с.

($\left|\Delta\vec{L}\right| = \frac{1}{2}mg\upsilon_0\tau^2$ = 2,5 $\cdot 10^2$ кгм^2/с)

1.33. Сила с компонентами (3, 4, 5) Н приложена к точке с координатами (4, 2, 3) (м). Найти:

а) момент силы $\vec{M}$ относительно начала координат;

б) модуль вектора $\left|\vec{M}\right|$;

в) проекцию на ось Z момента силы M_z.

($\vec{M} = -2\vec{e}_x - 11\vec{e}_y + 10\vec{e}_z$ (Н·м), $\left|\vec{M}\right|$ = 15 Н·м)

1.34. Найти момент инерции однородной прямоугольной пластинки массой m, длиной a и шириной b относительно перпендикулярной к ней оси, проходящей через одну из вершин пластинки.

$$(I = \frac{1}{3}m(a^2 + b^2))$$

1.35. Цилиндр, расположенный горизонтально, может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра m_1 = 12 кг. На цилиндр намотан шнур, к которому привязали гирю массой m_2 = 1,0 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

(W = 1,4 м/с^2; T = 8,4 Н)

1.36. На обод маховика диаметром D = 60 *с*м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2,0 кг. Определить момент инерции маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t = 3,0 с приобрел угловую скорость ω = 9,0 рад/с.

(J = 1,8 кг·м^2)

1.37. Тонкий обруч радиусом R раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω и положили (опустили) на горизонтальный стол. Через какое время t обруч остановится, если коэффициент трения между столом и обручем равен μ? Сколько оборотов N сделает обруч до полной остановки?

$$(N = \frac{R\omega^2}{4\pi\mu g};\ t = \frac{R\omega}{\mu g})$$

1.38. С какой угловой скоростью должен вращаться сосуд в виде усеченного конуса, чтобы шарик, лежащий на его дне, выкатился из него? Диаметр верхнего основания равен d. Стенки сосуда наклонены к горизонту под углом α.

$$(\omega = \sqrt{\frac{2g\,\mathrm{tg}\,\alpha}{d}})$$

1.39. Из сплошного однородного цилиндра радиусом R сделали полый, удалив внутреннюю часть радиусом R/2 от оси симметрии. Во сколько раз изменится момент инерции тела относительно указанной оси?

$$(\frac{J_1}{J_2} = 1{,}07)$$

1.40. Из сплошного однородного цилиндра сделали полый, удалив половину его массы. Как изменится момент инерции J цилиндра относительно его оси и во сколько раз? Как и во сколько раз изменится момент импульса указанных цилиндров, если они вращаются с одинаковой угловой скоростью?

$$\left(\frac{J_1}{J_2} = 1{,}33\right)$$

1.41. В сплошном однородном диске радиусом R просверлили сквозное отверстие радиусом $R/2$ от оси симметрии. Как изменится момент инерции тела относительно указанной оси по отношению к первоначальному?

$$\left(\frac{J_2}{J_1} = 0{,}93\right)$$

1.42. Два однородных цилиндра с одинаковыми высотами h и равными массами m вращаются относительно своих осей симметрии. Соотношение плотностей материалов цилиндров $\rho_1 = (3/4)\rho_2$. Сравнить вращающие моменты сил, если угловые ускорения цилиндров одинаковы, а моменты сил трения $M_{тр}$ равны.

$$\left(\frac{M_1}{M_2} = 1{,}33\right)$$

1.43. Грузик массой 5,0 г, привязанный к нити длиной l = 50 см, вращается вокруг вертикальной оси и описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол φ образует нить с вертикалью, если частота вращения n = 1,0 c^{-1}. Чему равен модуль проекции момента импульса на ось вращения?

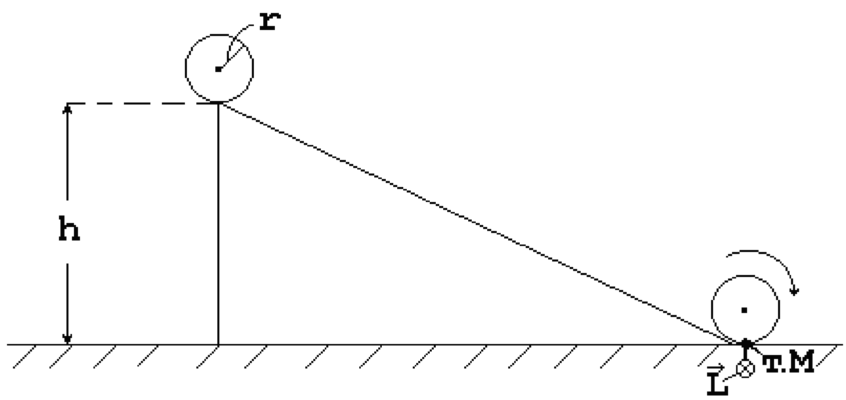
$$(\varphi = 60°;\ L_z = 5{,}9\cdot10^{-2}\ (кг\cdot м^2)/с)$$

Законы сохранения. Работа. Энергия

Примеры решения задач

11. Однородный цилиндр массой m = 10 кг и радиусом r = 5 см свободно скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости высотой h = 1,0 м. Определить угловую скорость движения цилиндра с наклонной плоскости на горизонтальную плоскость. Начальная скорость цилиндра равна нулю.

Дано:	Решение
m = 10 кг r = 5,0 см h = 1,0 м	
а) ω –? б) L –?	



В начальный момент движения скорость цилиндра равна нулю и его полная механическая энергия равна потенциальной $W_\text{п}$. При переходе на горизонтальную плоскость полная механическая энергия цилиндра равна сумме кинетической энергии $W_К$ и потенциальной энергии $W'_П$ цилиндра. По закону сохранения полной механической энергии получается:

$$W_\text{п} = W_\text{к} + W'_\text{п} \tag{1}$$

Потенциальная энергия цилиндра определяется положением центра масс цилиндра над горизонтальной плоскостью. Поэтому: $W_\text{п} = mg(h+r), W'_\text{п} = mgr$, где g – ускорение свободного падения.

Как известно, качение цилиндра по плоской поверхности можно рассматривать как поворот с угловой скоростью ω вокруг мгновенной оси вращения, проходящей по линии соприкосновения цилиндрической поверхности и плоскости. На рисунке мгновенная ось вращения проходит через точку М перпендикулярно плоскости рисунка. Следовательно, кинетическая энергия определяется выражением

$$W_\text{к} = \frac{I\omega^2}{2}, \tag{2}$$

где I – момент инерции цилиндра относительно мгновенной оси вращения. Из известного выражения для момента инерции цилиндра относительно оси симметрии и теоремы Штейнера получается:

$$I = \frac{mr^2}{2} + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2. \tag{3}$$

Выражение (1) с учетом формул (2) и (3) принимает вид

$$mg(h+r)=\frac{3}{4}mr^2\omega^2+mgr\,. \qquad (4)$$

Из уравнения (4) для угловой скорости ω следует:

$$\omega=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{4gh}{3}}=\frac{1}{5{,}0\cdot10^{-2}}\sqrt{\frac{4\cdot9{,}81\cdot1{,}0}{3}}=72\ \text{рад/с}.$$

Момент импульса L при переходе цилиндра на горизонтальную плоскость направлен вдоль мгновенной оси вращения, как показано на рисунке. Модуль момента импульса

$$L=I\omega=\frac{3}{2}mr^2\omega=\frac{3\cdot10\cdot\left(5{,}0\cdot10^{-2}\right)^2\cdot72}{2}=2{,}7\ (\text{кг}\cdot\text{м}^2)/\text{с}.$$

Ответ: ω = 72 рад/с; L = 2,7 (кг·м²)/с.

12. Два шара, один массой m_1 = 2,0 кг, второй m_2 = 3,0 кг, на горизонтальной плоскости движутся навстречу во взаимноперпендикулярных направлениях и сталкиваются абсолютно неупруго. Найти после соударения скорость шаров υ_3, направление скорости и часть механической энергии шаров, перешедшей во внутреннюю энергию шаров. До соударения скорость первого шара υ_1 = 5,0 м/с, второго υ_2 = 3,0 м/с.

Дано:	Решение
m_1 = 2,0 кг m_2 = 3,0 кг υ_1 = 5,0 м/с υ_2 = 3,0 м/с	
а) υ_3 –? б) α –? в) ΔW –?	

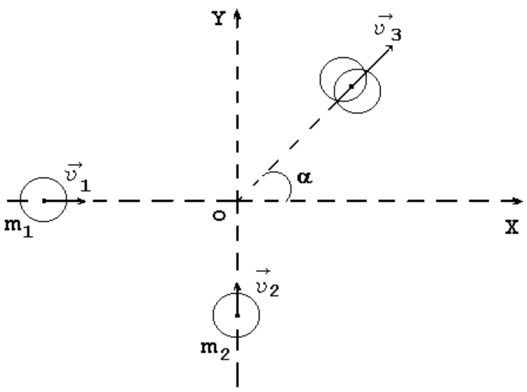


Рис. 1

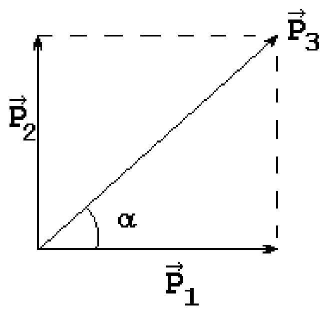


Рис. 2

На горизонтальной плоскости введем систему координат XOY, как показано на рис. 1. Соударение шаров происходит в начале системы координат. Соударение абсолютно неупругое, поэтому шары “слипаются” и движутся вместе со скоростью υ_3, как показано на рис. 1. Внешняя сила

(сила тяжести), действующая на шары, перпендикулярна к горизонтальной плоскости и, следовательно, выполняется закон сохранения импульса

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_3 \ , \qquad (1)$$

где $\vec{P}_1$ – импульс первого шара до соударения; $\vec{P}_2$ – импульс второго шара до соударения; $\vec{P}_3$ – импульс шаров после соударения. Из характера движения шаров и закона сохранения импульса следует, что направление векторов $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ должны соответствовать рис. 2, а модули векторов связаны соотношением $P_3^2 = P_1^2 + P_2^2$ или

$$((m_1 + m_2)\upsilon_3)^2 = (m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2 \qquad (2)$$

Из уравнения (2) для скорости υ_3 получаем:

$$\upsilon_3 = \frac{1}{m_1 + m_2}\sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2} = \sqrt{\left(2,0 \cdot 5,0\right)^2 + \left(3,0 \cdot 3,0\right)^2} = 2,7 \text{ м/с.}$$

Угол α, характеризующий направление скорости υ_3, может быть найден из рис. 2 по формуле:

$$\alpha = \text{arctg}\frac{P_2}{P_1} = \text{actg}\frac{m_2\upsilon_2}{m_1\upsilon_1} = \text{arctg}\frac{3,0 \cdot 3,0}{5,0 \cdot 2,0} = \text{acctg } 0,9 = 42^{\text{o}}.$$

При абсолютно неупругом соударении механическая энергия тел уменьшается на величину ΔW, перешедшую во внутреннюю энергию шаров. Движение происходит на горизонтальной плоскости, поэтому механическая энергия системы обусловлена кинетической энергией шаров. Окончательно для величины ΔW следует

$$\Delta W = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_3^2}{2} = \frac{2,0 \cdot \left(5,0\right)^2}{2} + \frac{3,0 \cdot \left(3,0\right)^2}{2} -$$

$$-\frac{\left(2,0 + 3,0\right)\left(2,7\right)^2}{2} = 20,2 \approx 20 \text{ Дж.}$$

Ответ: υ_3 = 2,7 м/с; α = 42°; ΔW = 20 Дж.

13. На скамье Жуковского вращается с частотой n_1 = 1,0 об/с человек, держащий в центре горизонтально расположенный металлический стержень массой m = 5,0 кг и длиной l = 1,5 м. Определить частоту вращения человека n_2 и совершенную работу A, если он повернет стержень в вертикальное положение. Момент инерции человека и скамьи I_0 = 5,0 кг·м².

Дано:	Решение
n_1 = 1,0 об/с	Вращение человека со стержнем происходит вокруг вертикальной оси, момент внешних сил относительно которой равен нулю. Поэтому величина момента импульса L относительно вертикальной оси остается неизменной при повороте стержня, т. е.: $L_1 = L_2$, или
m = 5,0 кг	
l = 1,5 м	
I_0 = 5,0 кг·м^2	
а) n_2 –?	
б) A –?	

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \qquad (1)$$

где I_1 и ω_1 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, расположенным горизонтально; I_2 и ω_2 – момент инерции и угловая скорость человека со стержнем, расположенным вертикально. Угловая скорость ω и число оборотов в единицу времени связаны соотношением

$$\omega = 2\pi n. \qquad (2)$$

Момент инерции стержня I_c относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр масс, $Ic = \frac{1}{12}ml^2$. Поэтому

$$I_1 = I_0 + I_c = I_0 + \frac{1}{12}ml^2. \qquad (3)$$

При повороте стержня в вертикальное положение его момент инерции становится равным нулю. Следовательно, $I_2 = I_0$ (4) Подставляя соотношения (2) – (4) в формулу (1), получим: $(I_0 + \frac{1}{12}ml^2)2\pi n_1 = I_0 2\pi n_2$. Отсюда для величины n_2 следует:

$$n_2 = (1 + \frac{ml^2}{12I_0})n_1 = (1 + \frac{5,0 \cdot 1,5^2}{12 \cdot 5,0})1,0 = 1,19 \approx 1,2 \text{ об/с}.$$

Работа A, совершенная человеком при повороте стержня, равна изменению кинетической энергии. Поэтому

$$A = \frac{I_2\omega_2^2}{2} - \frac{I_1\omega_1^2}{2} = \frac{4\pi^2}{2}\left\{I_0 n_2^2 - (I_0 + \frac{ml^2}{12})n_1\right\} =$$

$$= 2(3{,}14)^2\{5,0(1{,}19)^2 - (5,0 + \frac{5 \cdot 1,5^2}{12})1,0^2\} = 22,5 \approx 23 \text{ Дж}.$$

Ответ: n_2 = 1,2 об/с; A = 23 Дж.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.44. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n_1 = 14 мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, частота возросла до n_2 = 25 мин$^{-1}$. Масса человека m = 70 кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

(180 кг)

1.45. Человек массой m_0 = 60 кг находится на неподвижной платформе массой m = 100 кг. С какой частотой ν будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом r = 5,0 м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы υ_0 = 4,0 км/ч. Радиус платформы R = 10 м. Считать платформу однородным диском, а человека – точечной массой.

(0,49 об/мин)

1.46. Шар скатывается с наклонной плоскости высотой h = 90 см. Какую линейную скорость будет иметь шар в тот момент, когда он скатится с наклонной плоскости? Момент инерции шара $J = 0{,}40\, m \cdot R^2$.

(3,6 м/с)

1.47. Два шара движутся навстречу друг другу вдоль оси X. Масса первого шара m_1 = 0,20 кг, масса второго шара m_2 = 0,30 кг. До столкновения проекции скоростей шаров на ось υ_{1x} = 1,0 м/с, υ_{2x} = -1,0 м/с. Найти проекции скоростей шаров υ'_{1x} и υ'_{2x} после центрального абсолютного упругого соударения.

(υ'_{1x} = -1,4 м/с; υ'_{2x} = 0,60 м/с)

1.48. Тонкий однородный стержень длиной L может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно ему. Стержень отклонили на 90° от положения равновесия и отпустили. Определить скорость υ нижнего конца стержня в момент прохождения равновесия.

($\upsilon = \sqrt{3gL}$)

1.49. Тонкий однородный стержень длиной l и массой m может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. Стержень устанавливают горизонтально и отпускают. Пренебрегая трением, определить угловую скорость стержня в момент прохождения им положения равновесия. Построить график зависимости углового ускорения стержня от угла между стержнем и горизонтом.

($\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}$)

1.50. Сплошной однородный шар скатывается по наклонной плоскости длиной 5,0 м. Угол наклона плоскости к горизонту α = 30°. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости, время движения шара до горизонтальной поверхности и качественно построить зависимость кинетической энергии шара как функцию времени. Потерями энергии пренебречь. Момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс, $J_0 = \frac{2}{5} mR^2$.

(υ = 5,9 м/с; t = 1,7 с)

1.51. Сплошной цилиндр катится по горизонтальной поверхности в течение времени t = 3,0 *с* и останавливается, пройдя расстояние 9,0 м. Определить коэффициент трения, считая его постоянным. Построить качественно зависимость кинетической энергии тела как функцию времени движения.

(μ = 0,31)

1.52. Вал массой m = 50 кг и радиусом R = 5,0 см вращался с частотой n = 10 об/с. К его цилиндрической поверхности прижали тормозную колодку с силой F = 30 Н, и через 8,0 с после начала торможения вал остановился. Определить коэффициент трения, считая его постоянным. Построить график зависимости угловой скорости и углового ускорения вала как функцию времени на интервале торможения.

(μ = 0,33)

1.53. Шар и сплошной диск имеют одинаковые массы и катятся без проскальзывания по горизонтальной поверхности с одинаковыми постоянными скоростями. Кинетическая энергия шара W_1 = 70 Дж. Определить кинетическую энергию диска W_2. Найти отношение проекций момента импульса тел Lz_1/Lz_2 на мгновенную ось вращения, если R_1/R_2 = 0,7.

(W_2 = 75 Дж; $\frac{L_{z1}}{L_{z2}}$ = 0,56)

1.54. Тело массой M подвешено на нити длиной l. В тело попадает пуля массой m и застревает в нем, нить после этого отклоняется на угол α. Найти скорость пули. Считать, что вся масса тела M сосредоточена на расстоянии l от точки подвеса.

$$(\upsilon = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)})$$

1.55. Сколько времени будет скатываться цилиндр с наклонной плоскости длиной l = 2,0 м и высотой h = 0,10 м, если считать, что проскальзывания нет? Качественно постройте зависимость кинетической W_k и потенциальной W_p энергии цилиндра как функцию времени.

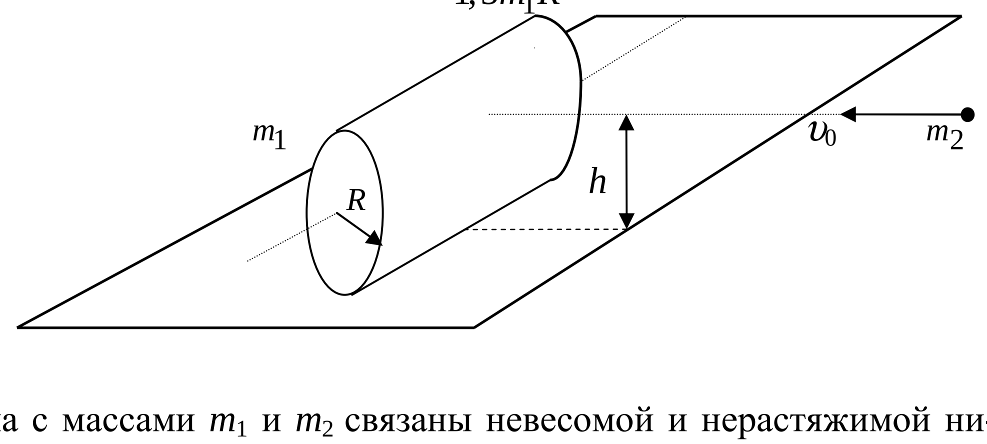
(t = 3,5 с)

1.56. Два шара массами m_1 = 10 кг и m_2 = 15 кг подвешены на нитях длиной l = 2,0 м так, что шары соприкасаются между собой. Меньший шар был отклонен на угол φ = 60° и отпущен. Определить высоту, на которую поднимутся оба шара после удара. Удар шаров считать неупругим.

(h = 0,16 м)

1.57. В цилиндр массой m_1 = 3,0 кг и радиусом R = 10 см, покоящийся на плоскости, попадает пуля массой m_2 = 9,0 г, летящая со скоростью υ_0 = 60 м/с. Пуля летит параллельно плоскости на высоте h = 0,12 м от нее и перпендикулярно образующей цилиндра. Считая удар абсолютно неупругим, найдите линейную скорость оси цилиндра, угловую скорость цилиндра. Проскальзыванием цилиндра пренебречь.

$$(\omega = \frac{m_2\upsilon_0 h}{1,5 m_1 R^2} = 1,44\ \text{рад/с};\ \upsilon = 0,14\ \text{м/с})$$



1.58. Тела с массами m_1 и m_2 связаны невесомой и нерастяжимой нитью, которая переброшена через блок массой m, установленный на краю стола. Тело m_1 находится на поверхности стола в закрепленном состоянии. Тело m_2 свободно висит. В момент времени $t = 0$ тело m_1 освободили, и вся система пришла в движение. Считая коэффициент трения между столом и телом m_1 равным μ, пренебрегая скольжением нити по блоку и трением в оси блока, найти работу сил трения за первые t секунд после начала движения. Блок считать однородным диском.

$$\left(A = -\frac{m_1\mu(m_2 - m_1\mu)}{2(m_1 + m_2 + \frac{m}{2})} g^2 t^2 \right)$$

1.59. Стальной шарик массой $m = 8$ г, летящий горизонтально со скоростью 600 м/с, попадает в брусок массой $M = 4m$, прикрепленный к стенке пружиной с жесткостью $k = 24$ кН/м. Считая, что траектория шарика перпендикулярна поверхности бруска и совпадает с осью пружины, определить величину максимального сжатия пружины, если ударение было:

1) абсолютно неупругим; 2) абсолютно упругим.

Записать закон изменения деформации пружины как функцию от времени для случаев 1 и 2.

(x_{m1} = 15 см; x_{m2} = 28 см)

1.60. Поршень, закрепленный на пружине жесткостью $k = 10$ кН/м, после застревания в нем горизонтально летевшей со скоростью $\upsilon = 520$ м/с пули массой 20 г сместился на $x = 8$ см. Определить массу поршня M, если сила трения его о стенки цилиндра составляет 900 Н.

(M = 0,5 кг)

1.61. Нить с подвешенным на ней грузом отклонили на угол α и отпустили. На какой угол β отклонится нить с грузом, если при своем движении будет задержана штифтом, поставленным по вертикали посередине нити? Построить качественную зависимость скорости груза от времени, полагая, что потери энергии в системе не происходит.

$(\beta = \arccos(2\cos\alpha - 1))$

1.62. Хоккейная шайба, имея начальную скорость $\upsilon = 5{,}0$ м/с, проходит до удара о борт площадки путь $S = 10$ м. Коэффициент трения шайбы о лед 0,10. Считая удар о борт абсолютно упругим и пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, какой путь пройдет шайба после удара. Построить график зависимости $\upsilon_x = f(x)$, полагая положительное направление оси OX к борту.

(S_1 = 2,7 м)

1.63. Человек стоит на неподвижной тележке и бросает горизонтально камень массой m_1 = 2,0 кг со скоростью υ = 8,0 м/с. Определить, какую работу A совершает при броске человек, если масса тележки с человеком m_2 = 140 кг. Постройте график зависимости работы $A = f(m_2)$, если m_2 – величина переменная.

(A = 63 Дж)

1.64. Гимнаст "крутит солнце" на перекладине. Считая, что вся масса гимнаста m сосредоточена в его центре масс и скорость гимнаста в верхней точке равна нулю, определить силу, действующую на руки гимнаста в низшей точке. Построить график зависимости вертикальной составляющей скорости гимнаста от времени $\upsilon y = f(t)$. За начало отсчета принять верхнее положение гимнаста. Трением пренебречь.

($F = 5mg$)

Релятивистская механика. Механика жидкости и газа

Примеры решения задач

14. Плотность покоящегося в K'-системе отсчета однородного тела в движущейся K-системе отсчета возрастает на 10 %. Определить скорость движения тела υ и изменение массы тела $\frac{m-m_0}{m_0}$ относительно K'– системы отсчета.

Дано:	Решение
$\frac{\rho}{\rho_0} = 1,1$	Плотность ρ_0 однородного тела в K' – системе отсчета имеет вид:
а) υ –? б) $\frac{m-m_0}{m_0}$ – ?	$$\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}, \qquad (1)$$ где m_0 – масса покоя тела; V_0 – объем тела в K – системе отсчета. Как известно, в движущей K' – системе отсчета масса m того же тела определяется выражением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad (2)$$

где υ – скорость тела относительно K'-системы отсчета; c – скорость света в вакууме. Явление лоренцева сокращения для объема V тела в K'-системы отсчета дает выражение

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}. \quad (3)$$

Из соотношений (1) – (3) и условия задачи для скорости тела в K' – системе отсчета следует уравнение

$$\rho = \frac{m}{V} - = \frac{\rho_0}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}. \quad (4)$$

Отсюда для скорости тела получается

$$\upsilon = c\sqrt{\frac{\frac{\rho}{\rho_0} - 1}{\frac{\rho}{\rho_0}}} = 3{,}0 \cdot 10^8 \left(\frac{1{,}1 - 1}{1{,}1}\right)^{1/2} = 0{,}90 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Из выражения (2) для изменения массы тела вытекает

$$\frac{m - m_0}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} - 1 = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} - 1 = (1{,}1)^{1/2} - 1 = 0{,}049 = 4{,}9\ \%$$

Ответ: υ = 0,90·10^8 м/с; $\frac{m - m_0}{m_0}$ = 0,049.

15. Шприц, используемый для промывки и смазки шарнирных соединений автомобиля, заполнен керосином плотностью ρ = 0,80 г/см^3. Радиус поршня шприца R = 2,0 см, ход поршня l = 25 см, радиус выходного отверстия r = 2,0 мм. Определить скорость вытекания керосина υ_2 из шприца, время τ, за которое будет выдавлен весь керосин из шприца, если давить на поршень с постоянной силой F = 5,0 Н. Вязкостью керосина, трением поршня о стенки пренебречь.

Дано:	Решение
$\rho = 0{,}80$ г/см^3 = $= 0{,}80 \cdot 10^{-2}$ кг/см^3 $R = 2{,}0$ см = $= 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ м $l = 25$ см $r = 2{,}0$ мм = $= 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ м $F = 5{,}0$ Н	Движение керосина по шрицу соответствует течению идеальной жидкости по двум соединенным цилиндрическим сосудам. В первом – площадью поперечного сечения $$S_1 = \pi R^2 \quad (1)$$ керосин движется со скоростью υ_1, во втором – площадь поперечного сечения $$S_2 = \pi r^2 \quad (2)$$ керосин вытекает со скоростью υ_2. Давление P_1 в первом сосуде, обусловившее движение жидкости, создается поршнем и равно
а) υ_2–? б) τ –?	$$P_1 = \frac{F}{S_1}. \quad (3)$$

Для нахождения искомых величин используем уравнения неразрывности и уравнение Бернулли в сечениях S_1 и S_2:

$$\begin{cases} \upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2, \\ \dfrac{\rho\upsilon_1^2}{2} + P_1 = \dfrac{\rho\upsilon_2^2}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

Из системы уравнений (4) с учетом формул (1) – (3) для скорости вытекания керосина υ_2 получается:

$$\upsilon_2 = \left(\frac{2F}{\pi R^2 \rho \left(\dfrac{R^4}{r^4} - 1 \right)} \right)^{1/2} \frac{R^2}{r^2} = \frac{2 \cdot 5{,}0}{3{,}14 \cdot \left(2{,}0 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot 0{,}80 \cdot 10^3 \left(\dfrac{2{,}0 \cdot 10^{-2}}{2{,}0 \cdot 10^{-3}} \right)^4} \times$$

$$\times \left(\frac{2{,}0 \cdot 10^{-2}}{2{,}0 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = 3{,}15 \text{ м/с} \cong 3{,}2 \text{ м/с}.$$

Скорость движения керосина в шприце υ_1 и скорость движения поршня равны. Поэтому время, за которое будет выдавлен весь керосин из шприца, следует из соотношения: $\tau = \dfrac{l}{\upsilon_1} = \dfrac{lR^2}{\upsilon_2 r^2} = \dfrac{0{,}25 \cdot 10^2}{3{,}15} = 7{,}9$ с.

Ответ: υ_2 = 3,2 м/с; τ = 7,9 с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1.65. За промежуток времени Δt = 1,0 с, отсчитанный по часам некоторой системы отсчета *K*, частица, двигаясь прямолинейно и равномерно, переместилась из начала координат системы *K* в точку с координатами $X = Y = Z = 1{,}5 \cdot 10^8$ м. Найти промежуток собственного времени Δt_0, за который произошло это перемещение.

(0,5 с)

1.66. Относительно К-системы отсчета летит куб со скоростью $\upsilon = \upsilon_x$. Ребро куба равно *a*. Ось *X* параллельна одному из ребер куба. Чему равен его объем *V* в *K*-системе отсчета? Во сколько раз изменится объем тела *V* по сравнению с объемом V_0 относительно неподвижной к кубу системы отсчета? Годится ли полученный ответ для тела произвольной формы?

$$\left(\frac{V}{V_0} = \sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}\right).$$

1.67. Как изменится плотность стального кубика с точки зрения наблюдателя, движущегося вдоль одного из ребер кубика со скоростью $\vec{\upsilon} = (C/2)\vec{e}_X$ по сравнению с плотностью относительно наблюдателя, покоящегося по отношению к кубику?

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4}{3}\right)$$

1.68. Электрон движется со скоростью, равной 0,6 скорости света. Определите импульс и полную энергию электрона.

$$\left(p = 20{,}5\ 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}};\ W = 1{,}0 \cdot 10^{-13}\ \text{Дж}\right)$$

1.69. Две частицы, покоящиеся в *K'*-системе отсчета на расстоянии Δl друг от друга по оси *X'*, одновременно распадаются. Одновременным ли будет распад частиц для наблюдателя в *K*-системе отсчета, относительно которой частицы двигались со скоростью $\vec{\upsilon} = \upsilon\vec{e}_X$?

1.70. Определить периметр П квадрата со стороной *a* , движущегося со скоростью $\vec{\upsilon} = (C/2)\vec{e}_X$ вдоль одной из своих сторон, где *C*- скорость света

(П = 3,7*a*)

1.71. В широкой части горизонтально расположенной трубы течет нефть со скоростью υ_1 = 2,0 м/с. Определить скорость течения нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы Δp = 50 мм рт.ст. Плотность нефти $\rho = 0{,}85 \cdot 10^3$ кг/м^3.

(υ_2 = 4,4 м/с).

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основы молекулярно-кинетической теории

Примеры решения задач

16. Удельные теплоемкости некоторого газа равны c_p = 912 Дж/(кг·К) и C_v = 649 Дж/(кг·К). Определить молярную массу μ этого газа, число степеней свободы i его молекул.

Дано:	Решение
c_p = 912 Дж/(кг·К) c_v = 649Дж/(кг·К)	
а) μ –? б) i –?	

Как известно, молярные теплоемкости C_p и C_v при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно, связаны соотношением:

$$C_p = C_v + R \qquad (1)$$

где R – универсальная газовая постоянная. Тогда, из связи соответствующих удельных и молярных теплоемкостей получается:

$$c_p = c_v + \frac{R}{\mu}, \qquad (2)$$

Из выражения (1) найдем молярную массу газа

$$\mu = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8{,}314}{912 - 649} = 31{,}6 \cdot 10^{-3} \cong 32 \cdot 10^{-3} \text{ г/моль.}$$

Удельная теплоемкость при постоянном объеме связана с числом степеней свободы молекул газа i выражением

$$c_v = \frac{iR}{2\mu}. \quad (3)$$

Из формулы (3) получается значение числа степеней свободы молекул газа:

$$i = \frac{2c_v\mu}{R} = \frac{2 \cdot 649 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{8{,}314} = 4.996 \cong 5.$$

Ответ: $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; i = 5.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.1. Имеется поток молекул массой m, летящих с одинаковой по модулю и направлению скоростью υ. Плотность молекул в потоке n. Найти :

а) число ν ударов молекул за секунду о единицу поверхности плоской стенки, нормаль к которой образует угол α с направлением $\vec{\upsilon}$;

б) давление p потока молекул на стенку. Считать, что молекулы отражаются стенкой зеркально и без потери энергии.

(a) $\nu = n\upsilon\cos\alpha$; б) $p = 2nm\upsilon^2\cos^2\alpha$)

2.2. Определить кинетическую энергию W_{kp} поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объёмом V = 5,0 л под давлением p = 500 кПа. Определить молярные теплоёмкости C_p и C_v этого газа, если считать, что полная кинетическая энергия молекул этого газа в 1,666 раз превышает W_{kp}.

(W_{kp} = 3,8 кДж; C_p = 29 Дж/мольК; C_v = 21 Дж/моль·К)

2.3. Каково давление смеси газов в колбе объемом 2,5 л, если в ней находится $1{,}0\cdot10^{15}$ молекул кислорода, $4{,}0\cdot10^{15}$ молекул азота и $3{,}3\cdot10^{-7}$ г аргона? Температура смеси t = 150 °С. Найти молярную массу смеси газа.

($P = 24\cdot10^{-3}$Па; $\mu = 34\cdot10^{-3}$кг/моль)

2.4. В рассматриваемом интервале температур теплоемкость некоторого тела определяется функцией $C = 10+2\cdot10^{-2}T+3\cdot10^{-5}T^2$ Дж/К. Определить количество теплоты Q, получаемое телом при нагревании от T_1 = 300 К до T_2 = 400 К.

($Q = 2{,}07\cdot10^3$Дж)

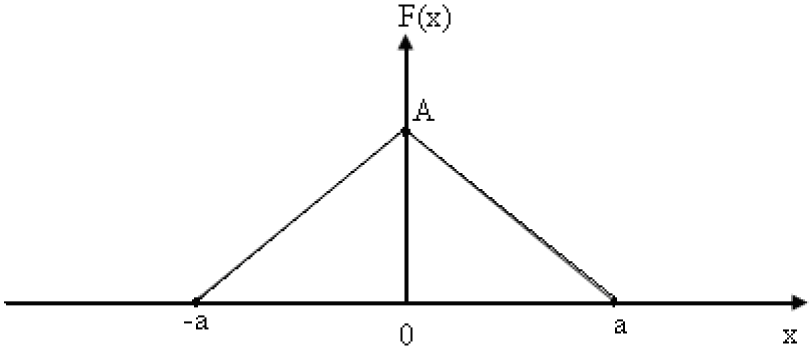
2.5. Некоторый газ при нормальных условиях имеет плотность ρ = 0,089 кг/м^3. Определить его удельные теплоемкости c_p и c_v. Определить изменение внутренней энергии ΔU 1,00 моля этого газа при изобарическом увеличении его плотности в два раза.

($c_p = 14{,}5\cdot10^3$Дж/(кг·град); $c_v = 10{,}4\cdot10^3$Дж/(кг·град))

Элементы статистической физики, распределения

Примеры решения задач

17. На рисунке приведен график функции распределения некоторой случайной величины *x*. Считая известной величину *a*, определить константу *A* из условия нормировки функции распределения. Вычислить средние значения *x* и x^2.



Решение

Знание функции распределения $f(x)$ позволяет найти среднее любой функции $F(x)$ по формуле:

$$< F(x) >= \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) f(x) dx. \qquad (1)$$

Для определения вида функции распределения необходимо найти константу *A*. Это можно сделать из условия нормировки функции распределения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \qquad (2)$$

Из геометрической интерпретации этого интеграла следует, что выражение (2) равно площади под кривой графика функции распределения, т. е. $Aa = 1$. Отсюда для константы *A* получается: $A = \frac{1}{a}$. По известной величине *A* и по графику можно установить аналитический вид функции распределения $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\infty \le x \le -a \\ \frac{x}{a^2} + \frac{1}{a} & -a \le x < 0 \\ -\frac{x}{a^2} + \frac{1}{a} & 0 \le x \le a \\ 0 & 0 < x < +\infty \end{cases}. \qquad (3)$$

Из формулы (1) и выражения (3) для средних значений <x> и <x^2> следует:

$$< x >= \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{-a} 0dx + \int_{-a}^{0} x\left(\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)dx + \int_{0}^{a} x\left(-\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)dx + \int_{a}^{\infty} 0\cdot dx = 0;$$

$$< x^2 >= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{-a} 0\cdot dx + \int_{-a}^{0} x^2\left(\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)dx + \int_{0}^{a} x^2\left(-\frac{x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)dx + \int_{a}^{\infty} 0\cdot dx = \frac{a^2}{6}.$$

Ответ: $A = 1/a$; $< x >= 0$; $< x^2 >= a^2/6$.

18. На какой высоте давление воздуха вдвое меньше, чем на уровне моря?. Температура воздуха T = 290 К.

Дано:	Решение
$\frac{P(h)}{P_0} = 0{,}5$ T = 290 К $\mu = 29\cdot10^{-3}$кг/моль	Зависимость давления $P(h)$ атмосферы с высотой выражается барометрической формулой $$P(h) = P_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right), \quad (1)$$
h –?	где P_0 – давление на уровне моря; μ – молярная масса воздуха; g – ускорение свободного падения; R – универсальная газовая постоянная.

Логарифмирование выражения (1) дает $\ln\frac{P(h)}{P_0} = -\frac{\mu gh}{RT}$. (2)

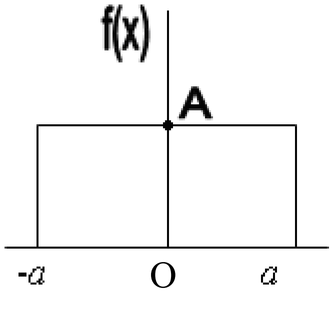
Из соотношения (2) находим высоту h:

$$h = -\ln\frac{P(h)}{P_0}\,\frac{RT}{\mu g} = \frac{0{,}693\cdot 8{,}314\cdot 290}{29\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}81} = 5{,}87\cdot 10^3 \text{ м} = 5{,}87 \text{ км}.$$

Ответ: h = 5,87 км.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.6. На рисунке приведен график функции распределения вероятности значения некоторой величины x. Найти константу A, при которой функция оказывается нормированной. Вычислить среднее значение x и x^2.



(1/2a; <x> = 0№ <x^2> = a^2/3)

2.7. Азот находится в равновесном состоянии при T = 421 К. Определить относительное число $\Delta N/N$ молекул, скорости которых заключены в пределах от 499,9 до 500,1 м/с.

($\Delta N/N = 3{,}32\cdot10^{-4}$)

2.8. Имеется N частиц, энергия которых может принимать лишь два значения: E_1 и E_2. Частицы находятся в равновесном состоянии при температуре T. Чему равна суммарная энергия E всех частиц в этом состоянии?

$$\left(E = N\,\frac{E_1\exp\left(\frac{-E_1}{kT}\right) + E_2\exp\left(\frac{-E_2}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{-E_1}{kT}\right) + \exp\left(\frac{-E_2}{kT}\right)}\right)$$

2.9. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m = 1{,}00\cdot10^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшиться их концентрация n при увеличении высоты на Δh = 10,0 м? Температура воздуха T = 300 К.

(В $e^{23.6}$ раз)

2.10. В кабине вертолета барометр показывает давление $p = 9{,}00\cdot10^4$ Па. На какой высоте находится вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал $p_0 = 1{,}01\cdot10^5$ Па? Считать, что температура воздуха T = 290 К не изменяется с высотой.

(h = 890 м)

2.11. На какой высоте давление воздуха составляет 60 % от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной и равной 0° С.

($h = 4.07\cdot10^3$ м)

Физическая кинетика

Пример решения задачи

19. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle\lambda\rangle$, среднее число столкновений в единицу времени z, среднюю продолжительность свободного пробега τ молекул водорода в сосуде при температуре T = 290 К и плотности ρ = 1,0 кг/м^3. Эффективный диаметр молекулы водорода

$d = 2{,}3\cdot10^{-10}$ м.

Дано:
T = 290 К
ρ = 1,0 г/м^3
μ = 2,0 г/моль
d = 2,3·10^{-10} м

а) $<\lambda>$ –?
б) $<z>$ –?
в) $<\tau>$ –?

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул определяется концентрацией n по формуле

$$<\lambda> = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \qquad (1)$$

Среднее число столкновений в единицу времени выражается соотношением, в которое входит средняя скорость молекул $<\upsilon>$:

$$<z> = \sqrt{2}\pi d^2 n <\upsilon>. \qquad (2)$$

Средняя продолжительность свободного пробега молекул $<\tau>$ имеет вид

$$<\tau> = \frac{<\lambda>}{<\upsilon>} = \frac{1}{<z>}. \qquad (3)$$

По известной плотности газа ρ концентрация молекул n может быть вычислена из формулы:

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A, \qquad (4)$$

где N_A – число Авогадро. Средняя арифметическая скорость молекул газа равна

$$<\upsilon> = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (5)$$

где R – универсальная газовая постоянная. Из соотношений (1) и (4) для $<\lambda>$ получается

$$<\lambda> = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho N_A} = \frac{2,0\cdot 10^{-3}}{1,41\cdot 3,14\left(2,3\cdot 10^{-10}\right)^2 1,0\cdot 6,02\cdot 10^{23}} = 1,4\cdot 10^{-8} \text{ м}.$$

Из формул (1), (2) и (5) для $<z>$ следует

$$<z> = \frac{<\upsilon>}{<\lambda>} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{1}{<\lambda>} = \left(\frac{8\cdot 8,31\cdot 290}{3,14\cdot 2,0\cdot 10^{-3}}\right)^{1/2}\frac{1}{1,4\cdot 10^{-8}} = 1,3\cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}.$$

По известному значению $<z>$ из выражения (3) для $<\tau>$ имеем:

$$<\tau> = \frac{1}{<z>} = \frac{1}{1,3\cdot 10^{11}} = 7,7\cdot 10^{-12} \text{ с}.$$

Ответ: $<\lambda>$ = 1,4·10^{-8} м; $<z>$ = 1,3·10^{11}с$^{-1}$; $<\tau>$ = 7,7·10^{-12} с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.12. Найти среднюю длину свободного пробега $< \lambda >$ молекулы азота в сосуде объёмом V = 5,0 л. Масса газа m = 0,50 г. Во сколько раз необходимо изобарически изменить температуру газа, чтобы длина свободного пробега молекулы уменьшилась в 2 раза?

($<\lambda> = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ м; $T_2/T_1 = 0{,}5$)

2.13. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля шарообразной формы диаметром d = 0,30 мм, если она падает в атмосфере при нормальных условиях? Считать, что на интервале установившегося движения капли давление не изменяется с высотой. Эффективный диаметр молекулы воздуха принять равным $3{,}0 \cdot 10^{-10}$ м.

(υ = 2,7 м/с)

2.14. Сколько молекул азота N_2 находится в сосуде объёмом в 1,0 л, если температура его 27 °С, а давление 10 Па? Определить число столкновений z молекулы азота за 1,0 с. Эффективный диаметр молекулы $d = 3{,}0 \cdot 10^{-10}$ м.

($N = 2{,}4 \cdot 10^{18}$; $z = 4{,}6 \cdot 10^{5}$)

2.15. На высоте h = 20 см над горизонтальной трансмиссионной лентой, движущейся со скоростью υ = 70 м/с, параллельно ей подвешена пластина площадью S = 4,0 см^2. Какую силу надо приложить к этой пластине, чтобы она оставалась неподвижной? В условиях опыта температура воздуха t = 27 °С, давление атмосферное. Принять эффективный диаметр молекулы $d = 3{,}0 \cdot 10^{-10}$ м.

($F = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ H)

2.16. Определить отношение числа столкновений молекул газа за единицу времени для двух состояний, если переход из одного состояния в другое был изобарическим, а отношение объемов в этих состояниях соответствует $V_2/V_1 = 2$.

($z_2/z_1 = 0{,}71$)

2.17. Идеальный газ находится при температуре T_0 и давлении ρ_0. Качественно изобразить зависимость длины свободного пробега λ и числа z

столкновений его молекул в секунду от давления, если газ сжимается изотермически.

2.18. Двухатомный газ адиабатически расширяется до объема в 2 раза больше начального. Определить, во сколько раз изменится коэффициент диффузии D газа. Эффективный диаметр молекулы считать постоянным.

(D_2/D_1 = 1,7)

2.19. Найти верхний предел давления водорода в шарообразном сосуде объёмом V = 1,0 л, при котором длина свободного пробега молекулы больше размеров сосуда. Расчет произвести при температуре T = 300 К. Эффективный диаметр молекулы водорода $d_{\text{В}}$ = 2,3·10^{-10} м.

(0,14 Па)

Термодинамические процессы, циклы

Примеры решения задач

20.Азот массой $m = 30$ г занимает объем $V_1 = 10$ л и находиться под давлением $P_1 = 0{,}10$ МПа. Сначала этот газ нагревается при неизменном давлении до объема $V_2 = 30$ л, а затем при постоянном объеме до давления $P_2 = 0{,}20$ МПа. Найти:

а) изменение ΔU внутренней энергии газа;

б) совершенную системой работу A;

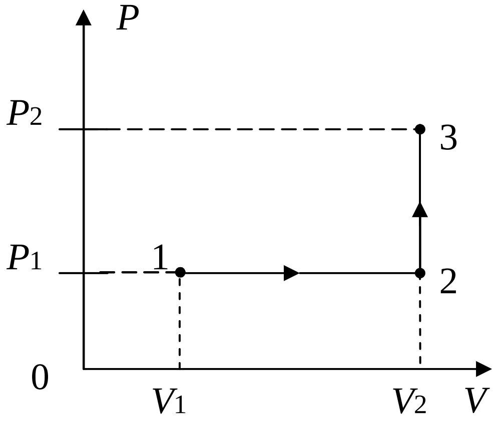
в) количество теплоты Q, переданной газу;

г) конечную температуру T_3.

Построить график процесса на P – V-диаграмме.

Дано:	Решение
$m = 30$ г	Анализ условия задачи начнём с построения графика процесса на P – V-диаграмме, учитывая соотношения величин P_1, P_2, V_1, V_2.
$V_1 = 10$ л	
$P_1 = 0{,}10$ МПа	
$V_2 = 30$ л	
$P_2 = 0{,}20$ МПа	
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	

а) ΔU – ?
б) A – ?
в) Q – ?
г) T_3 – ?



Как видно из рисунка, система из состояния 1 переходит в конечное состояние 3 сначала по изобаре 1 – 2, а затем по изохоре 2 – 3. Из графика следует, что работа A, совершенная газом в этом процессе, равна площади прямоугольника под изобарой 1 – 2, т. е.

$$A = P_1(V_2 - V_1) = 0{,}10 \cdot 10^6 (30 - 10)10^{-3} = 2{,}0 \cdot 10^3 \text{Дж}.$$

Для определения изменения внутренней энергии газа в рассматриеваемом процессе $\Delta U = U_3 - U_1$ используем уравнение Клапейрона – Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \tag{1}$$

и выражение для внутренней энергии двухатомного идеального газа:

$$U = \frac{m}{\mu}\,\frac{5}{2} RT. \tag{2}$$

Из уравнений (1) и (2) для ΔU следует

$$\Delta U = U_3 - U_1 = \frac{m}{\mu}\,\frac{5}{2} RT_3 - \frac{m}{\mu}\,\frac{5}{2} RT_1 = \frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) =$$

$$= \frac{5(0{,}20 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 10^{-3} - 0{,}10 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3})}{2} = 12{,}5 \cdot 10^3 \cong 1{,}3 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Из первого закона термодинамики для количества теплоты Q, переданного газу, получается:

$$Q = \Delta U + A = 12{,}5 \cdot 10^3 + 2{,}0 \cdot 10^3 = 14{,}5 \cdot 10^3 \cong 1{,}5 \cdot 10^4 \text{Дж}.$$

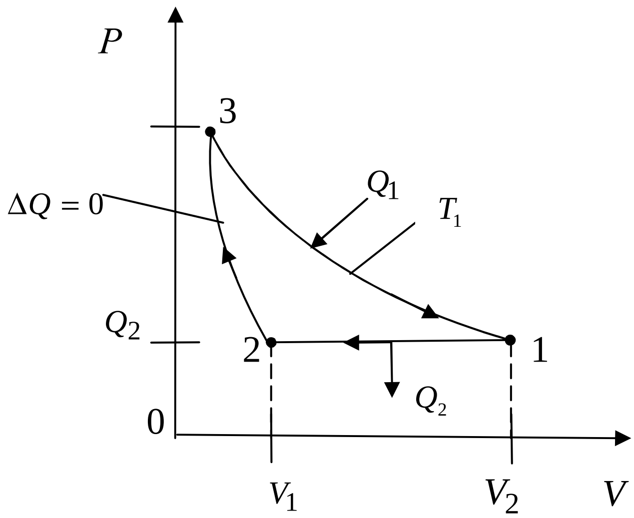
Из уравнения Клапейрона – Менделеева (1) для конечной температуры газа T_3 имеем:

$$T_3 = \frac{P_2 V_2 \mu}{mR} = \frac{0,2 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-3} \cdot 8,314} = 674 \cong 6,7 \cdot 10^2 \text{ К}.$$

Ответ: $\Delta U = 1{,}3 \cdot 10^4$ Дж; $A = 2{,}0 \cdot 10^3$ Дж; $Q = 1{,}5 \cdot 10^4$ Дж; $T_3 = 6{,}7 \cdot 10^2$ К.

21. Одноатомный газ, имевший при давлении $P_1 = 100$ кПа объем $V_1 = 5{,}0$ м^3, сжимался изобарически до объема $V_2 = 1{,}0$ м^3, затем – адиабатически сжимался и на последнем участке цикла, расширялся при постоянной температуре до начального объема и давления. Найти теплоту Q_1, полученную газом от нагревателя, теплоту Q_2, переданную газом холодильнику, работу A, совершенную газом за весь цикл, КПД цикла η. Изобразить цикл на P – V-диаграмме.

Дано:	Решение
$i = 3$ $P_1 = 100$ кПа $V_1 = 5{,}0$ м^3 $V_2 = 1{,}0$ м^3	Анализ условия задачи начнём с построения графика цикла на P – V-диаграмме, учитывая соотношения величин P_1, P_2, V_1, V_2, V_3.
Q_1 – ? Q_2 – ? A – ? η – ?	



Как видно из рисунка, на первом участке цикла 1 – 2 газ сжимался изобарически, отдавая холодильнику количество теплоты Q_2 и совершая работу A_{1-2}. По первому закону термодинамики для перехода из состояния 1 в состояние 2 можно записать:

$$Q_2 = U_2 - U_1 + A_{1-2}, \qquad (1)$$

где $U_2 - U_1$ – изменения внутренней энергии газа. Выражение для внутренней энергии одноатомного газа имеет вид:

$$U = \nu \frac{3}{2} RT, \qquad (2)$$

где ν – количество вещества, а уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$PV = \nu RT. \qquad (3)$$

Используем уравнения (2), (3) и тот факт, что работа газа на участке 1 – 2 равна площади прямоугольника (с обратным знаком) под изобарой 1 – 2, для количества теплоты Q_2 из соотношения (1) получим

$$Q_2 = \frac{3}{2} P_1(V_2 - V_1) + P_1(V_2 - V_1) = \frac{5}{2} P_1(V_2 - V_1) = -\frac{5}{2} 100 \cdot 10^3 (1{,}0 - 0{,}5)\, 4 = -1 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Знак “минус” показывает, что количество теплоты Q_2 отдаётся газом холодильнику.

Количество теплоты Q_1, которое получает газ от нагревателя на изотерме 3 – 1 при температуре T_1, по первому закону термодинамики равно:

$$Q_1 = A_{3-1}, \qquad (4)$$

где A_{3-1} – работа, совершённая газом на участке 3 – 1.

Как известно, работа газа при изотермическом процессе определяется формулой

$$A_{3-1} = \nu RT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right). \qquad (5)$$

Состояния (3) и (1) находятся на одной изотерме, поэтому

$$PV_3 = P_1 V_1. \quad (6)$$

В то же время состояния (3) и (2), как видно из рисунка, соответствует одной адиабате, поэтому из уравнения Пуассона следует

$$P_3 V_3^{\gamma} = P_1 V_2^{\gamma} \quad (7)$$

где γ – показатель адиабаты одноатомного идеального газа $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = 1,67$. Исключая из уравнений (6) и (7) величины давления P_3 и P_1, получим

$$\frac{V_1}{V_3} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad (8)$$

Используя формулы (3), (5) и (8) для количества теплоты Q_1 из соотношения (4) имеем

$$Q_1 = A_{3-1} = \nu R T_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) =$$

$$= \frac{1,67}{1,67-1,0} 100\cdot 10^{-3}\cdot 5,0\cdot \ln\left(\frac{5,0}{1,0}\right) = 2,0\cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Работа A, совершённая газом за цикл, как вытекает из первого закона термодинамики, $A = Q_1 - |Q_2| = \left(2,0\cdot 10^6 - 1,0\cdot 10^6\right) = 1,0\cdot 10^6$ Дж.

Для КПД цикла η имеем: $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{1,0\cdot 10^6}{2,0\cdot 10^6} = 0,5 = 50$ %.

Ответ: $Q_1 = 2,0\cdot 10^6$ Дж; $Q_2 = -1,0\cdot 10^6$ Дж; $A = 1,0\cdot 10^6$ Дж; $\eta = 50$ %

<u>ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ</u>

2.20. Молекулярный кислород массой m = 250 г, имевший температуру T_1 = 200 К, был адиабатно сжат. При этом была совершена работа A = 25 кДж. Определить конечную температуру T_2 газа.

(354 *K*)

2.21. Газ адиабатически расширяется, изменяя объем в 2 раза, а давление в 2,64 раза. Определить молярные теплоемкости C_p и C_v этого газа.

(C_p = 29,1 Дж/(моль·К), C_v = 20,8 Дж/(моль·К))

2.22. Некоторое количество азота ν, имеющего параметры состояния p_1, V_1, T_1, переходит при постоянной температуре в состояние 2, а затем при постоянном объеме – в состояние 3. Определить работу перехода 1 – 3, изменение внутренней энергии газа и теплоту, полученную при переходах, если в конце процесса установилась температура T_3 и давление $p_3 = p_1$. Изобразить процесс 1 – 3 на диаграмме V-T.

($A_{1\text{-}3} = \nu RT_1 ln(T_3/T_1)$; $\Delta U_{1\text{-}3} = (5/2)\nu R(T_3 - T_1)$;
$Q = \nu R[(5/2)(T_3\text{-}T_1)+T_1 ln(T_3/T_1)]$)

2.23. Азот плотностью ρ_1 = 1,4 кг/м^3 занимает объем V_1 = 5 л при температуре t_1 = 27 °C. Газ адиабатически переведен в состояние с плотностью ρ = 3,5 кг/м^3. Определить температуру газа T_2 в конце перехода и изменение его внутренней энергии. Построить переход на диаграмме S – T.

(T_2 = 433 К; ΔU = 691 Дж)

2.24. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону $p^{1/2}\cdot V$ = const? Изобразите этот закон на диаграмме (V – T). Считая этот процесс политропическим, определить, чему равен показатель политропы η. При расширении газа тепло подводится к нему или отводится от него? Сравнить теплоёмкость C этого процесса с C_V.

($C_V > C$)

2.25. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону p^2V = const? Изобразите этот закон на диаграмме (p-T). Считая этот процесс политропическим, определить чему равен показатель политропы η. При расширении газа тепло подводится к нему или отводится от него? Сравнить теплоёмкость C этого процесса с C_V.

$\eta = \frac{1}{2}$; $C>Cv$)

2.26. В сосуде вместимостью V = 10 л находится идеальный газ под давлением $p_1 = 1{,}0\cdot10^5$ Па. Стенки сосуда могут выдержать максимальное давление $p_2 = 1{,}0\cdot10^6$ Па. Какое максимальное количество тепла Q можно сообщить газу? Постоянная адиабаты γ = 1,4.

(Q = 23 кДж)

2.27. Некоторую массу азота сжали в 5 раз (по объёму) двумя разными способами: один раз изотермически, другой раз адиабатически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие газа. Изобразить процессы в координатах P – V и T – S.

(A_T/A_A = 0,712)

2.28. В бензиновом автомобильном двигателе степень сжатия горючей смеси равна 6,2. Смесь засасывается в цилиндр при температуре t_1 = 15 °*C*. Найти температуру t_2 горючей смеси к концу такта сжатия. Горючую смесь рассматривать как двухатомный идеальный газ, процесс считать адиабатным.

(324 °С)

2.29. Тепловая машина работает по циклу Карно, КПД которого η = 0,25. Каков будет холодильный коэффициент $\kappa_{хол}$ машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении? Холодильным коэффициентом называется отношение количества теплоты, отнятого от охлаждаемого тела, к работе двигателя, приводящего в движение машину.

($\kappa_{хол}$ = 3)

2.30. Один моль одноатомного идеального газа совершает тепловой цикл Карно между тепловыми резервуарами с температурами t_1 = 127 °С и t_2 = 27 °С. Наименьший объем газа в ходе цикла V_1 = 5,0 л, наибольший V_3 = 20 л. Какую работу A совершает эта машина за один цикл? Сколько тепла Q_1 берет она от высокотемпературного резервуара за один цикл? Сколько тепла Q_2 поступает за цикл в низкотемпературный резервуар?

($Q_1 = 3{,}2\cdot10^3$ Дж; $Q_2 = 2{,}4\cdot10^3$ Дж; $A = 8{,}1\cdot10^2$ Дж)

2.31.Трехатомный идеальный газ с жесткой связью между молекуламисовершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатного расширения объем газа увеличивается в 4 раза. Определите термический КПД цикла.

($\eta = 37$ %)

2.32. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух изотерм, если в пределах цикла объём изменяется в k раз, а абсолютная температура в τ раз. Рабочим веществом является идеальный газ с показателем адиабаты γ.

$$\left(\eta = \frac{(\tau-1)\ln k}{\dfrac{\tau-1}{\gamma-1}+\tau\ln k}\right)$$

Энтропия

Пример решения задачи

22. При нагревании двухатомного идеального газа (ν = 2 моля) его термодинамическая температура увеличилась в 2 раза (n = 2). Определите

изменение энтропии, если нагревание происходит: 1)изохорно; 2) изобарно.

Дано:	Решение
$i = 5$ $\nu = 2{,}0$ моля $n = \dfrac{T_2}{T_1} = 2$ 1) V = const 2) p = const	1)V = const. Из определения энтропии $dS = \dfrac{d'Q}{T}$. Изменение энтропии $\Delta S_1 = \int\limits_1^2 \dfrac{d'Q}{T} = \int\limits_{T_1}^{T_2} \dfrac{\nu C_v dT}{T} = \nu C_v \ln\dfrac{T_2}{T_1}$,
ΔS_1– ? ΔS_2 – ?	где C_V – молярная теплоёмкость при постоянном давлении. Так как $C_V = \dfrac{i}{2}R$, то $\Delta S_1 = \nu\dfrac{i}{2}R\ln\dfrac{T_2}{T_1} = \nu\dfrac{i}{2}R\ln n = 2{,}0\dfrac{5}{2}\cdot 8{,}31\ln 2 =$ = 28,8 Дж/К$\cong$29 Дж/К

2) p = const.

Учитывая что $C_p = \dfrac{i+2}{2}R$, где C_p – молярная теплоёмкость при постоянном давлении аналогично п. 1 получим:

$$\Delta S_2 = \int\limits_1^2 \frac{dQ}{T} = \int\limits_{T_1}^{T_2} \nu C_P \frac{dT}{T} = \nu C_P \ln\frac{T_2}{T_1} = \nu\frac{i+2}{2}R\ln\frac{T_2}{T_1} = \nu\frac{i+2}{2}R\ln n =$$

$$= 2\frac{5+2}{2}8{,}31\cdot\ln 2 = 40{,}3 \cong 40 \text{ Дж/К}.$$

Ответ: 1) $\Delta S_1 = 29$ Дж/К; 2) $\Delta S_2 = 40$ Дж/К.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.33. Какое количество тепла Q нужно сообщить 75 г водяных паров, чтобы нагреть их от 100 С до 250 °С при постоянном давлении? Определите изменение энтропии водяного пара.

(Q = 20,8 кДж; ΔS = 47,5 Дж/К)

2.34. Определить изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении кислорода массой m = 10 г от объема V_1 = 25 л до объема V_2 = 100 л. (Относительная молекулярная масса кислорода 32).

(3,6 Дж/К)

2.35. Найти изменение ΔS энтропии при нагревании воды массой m = 100 г от температуры t_1 = 0 °C до температуры t_2 = 100 °C и последующим превращении воды в пар той же температуры. Удельная теплоемкость воды C = 4,18 кДж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды $2{,}25 \cdot 10^3$ кДж/кг.

(737Дж/К)

2.36. Найти изменение ΔS энтропии при превращении массы m = 200 г льда, находившегося при температуре t_1 = -10,7 °C в воду при t_2 = 0 °C.

Теплоемкость льда считать не зависящей от температуры. $C = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Температуру плавления принять равной 273 К.Удельная теплота плавления льда $\lambda = 333 \cdot 10^3$ Дж/кг.

($\Delta S = m[C \cdot ln(T_2/T_1)+\lambda/T_2]$ = 261 Дж/К)

2.37. Один киломоль газа изобарически нагревается от 20 до 600 °С, при этом газ поглощает $1{,}20 \cdot 10^7$ Дж тепла. Найти число степеней свободы молекулы газа i; построить зависимость энтропии S как функцию от температуры T газа.

(i = 3)

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

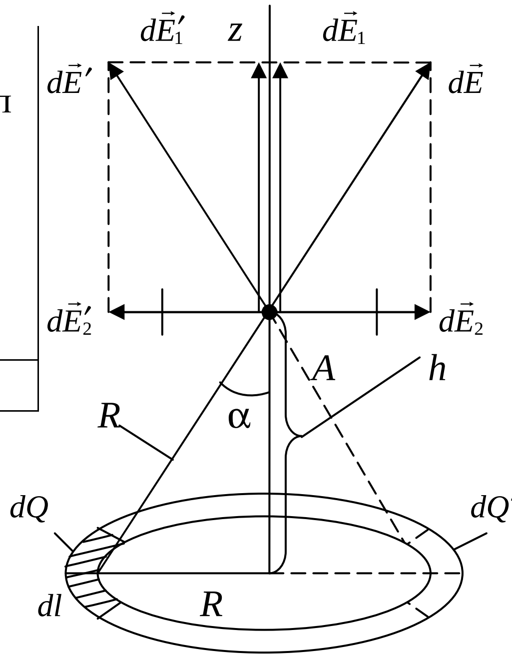
Электростатика. Диэлектрики

Примеры решения задач

23. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд Q = 40 нКл с линейной плотностью τ = 50 нКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого этим зарядом в точке A, лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное половине радиуса.

Дано:
Q = 40 нКл = $40 \cdot 10^{-9}$ Кл
τ = 50 нКл/м =
= $50 \cdot 10^{-9}$ Кл/м
$h = \dfrac{R}{2}$

$E_{R/2} = ?$



Решение:

На кольце выделим малый участок длиной dl с зарядом $dQ = \tau dl$ (см. рисунок) Ввиду малости участка заряд можно считать точечным.

Напряженность поля, создаваемого этим зарядом $d\vec{E} = \dfrac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_\tau$,

где ε_0 – электрическая постоянная; $\vec{e}_\tau$ – единичный вектор, направленный вдоль r . Разложим вектор $d\vec{E}$ на две составляющие: $d\vec{E}_1$ вдоль оси Z, и $d\vec{E}_2$, перпендикулярную оси z ,т.е.

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 .$$

Напряжённость $\vec{E}$ электрического поля в точке A найдём интегрированием

$$\vec{E} = \int_e d\vec{E}_1 + \int_e d\vec{E}_2 ,$$

где интегрирование ведется по всем элементам заряженного кольца. Заметим, что для каждой пары зарядов dQ и dQ', расположенных симметрично относительно центра кольца, векторы $d\vec{E}_2$ и dE_2, в точке A равны по модулю и противоположны по направлению $d\vec{E}_2 = -\, d\vec{E}_2$, т.е компенсируют друг друга.

Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов кольца сонаправлены с осью z, т.е. $d\vec{E}_1 = dE_1\vec{e}_z$.

Тогда $\vec{E} = \vec{e}_z \int_e dE_1$

Так как $dE = \dfrac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $r = \sqrt{R^2 + \left(\dfrac{R}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{5}R}{2}$; $\cos\alpha = \dfrac{\left(\dfrac{R}{2}\right)}{r} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$, то

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}}dl = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Таким образом $\vec{E} = \vec{e}_z \int\limits_0^{2\pi R} \dfrac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2} = \vec{e}_z \dfrac{2\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R}$.

Поскольку $Q = 2\pi\tau R$, то радиус кольца $R = \dfrac{Q}{2\pi\tau}$.

Тогда $\vec{E} = \dfrac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 R^2}\vec{e}_0 = \dfrac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q}\vec{e}_z$.

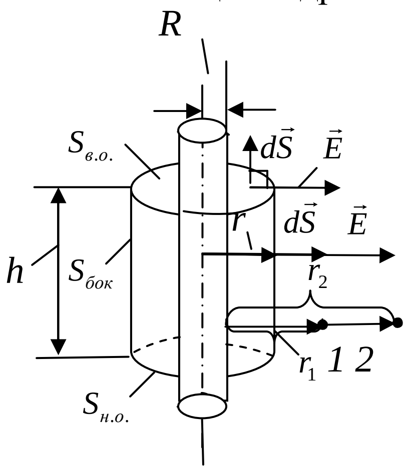
Значение напряженности на расстоянии $z = h = R/2$.

$$E = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\varepsilon_0 Q} = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot(5\cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 4\cdot 10^{-8}} = 7000 \text{ В/м} = 7{,}9 \text{ кВ/м}$$

Ответ: E = 7,9 кВ/м.

24. Электрическое поле создается бесконечным цилиндром радиусом R, равномерно заряженным с линейной плотность τ. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии r_1 и r_2 от поверхности этого цилиндра. Решение

Дано
R
τ
r_1
r_2
$\varphi_1 - \varphi_2$?



Проведем вспомогательную гауссову поверхность в виде цилиндра высотой h, радиусом r соосного с исходным. Записываем теорему Гаусса для вектора $\vec{E}$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}.$$

Интегрирал по гауссовой поверхности, верхности раскладываем на три интеграла: по верхнему и нижнему основаниям, по боковой поверхности. Интеграл по верхнему основанию $\int\limits_{S_{\text{в.о}}} \vec{E}d\vec{S} = \int EdS\cos\alpha = 0$, так как угол α

между вектором элементарной площадки $d\vec{S}$ и вектором $\vec{E}$ равен π /2 и cos π /2 = 0. Аналогично для нижнего основания. Остается интеграл по боковой поверхности $\int\limits_{бок} \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{бок} EdS\cos\alpha$, здесь угол $\alpha = 0$, cos 0 = 1, значение напряженности E на одном и том же расстоянии r одинаково, E выносим за знак интеграла $E\int\limits_{S_{бок}} dS = E \cdot 2\pi rh$. В правой части теоремы Гаусса заряд, охватываемый гауссовой поверхностью $\sum q_i = \tau h$. Таким образом, получаем

$$E 2\pi rh = \frac{\tau\ h}{\varepsilon_0},$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Для нахождения разности потенциалов воспользуемся связью напряженности и потенциала

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\ \varphi.$$

Для случая радиальной симметрии, реализующейся у нас,

$$E = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}.$$

Интегрируя это выражение, получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int\limits_{R+r_1}^{R+r_2} Edr, \text{ или}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_{R+r_1}^{R+r_2} Edr = \int\limits_{R+r_1}^{R+r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \int\limits_{R+r_1}^{R+r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R+r_2}{R+r_1}.$$

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\dfrac{R+r_2}{R+r_1}$.

25. Плоский конденсатор, между обкладками которого помещена стеклянная пластинка ε (ε = 6) толщиной l = 2,00 мм, заряжен до напряжения U = 200 В (рис. 1). Пренебрегая величиной заряда между пластинкой и обкладками, найти а) поверхностную плотность σ свободных зарядов на обкладках конденсатора, а также б) поверхностную плотность σ′ связанных зарядов (зарядов поляризации) на стекле. Изобразить силовые

линии электрического поля в стекле и воздушном зазоре между стеклом и обкладками.

Дано:
$\varepsilon = 6{,}0$
ℓ = 2,00 мм
U = 200 В

σ – ?
σ′ – ?
силовые линии E

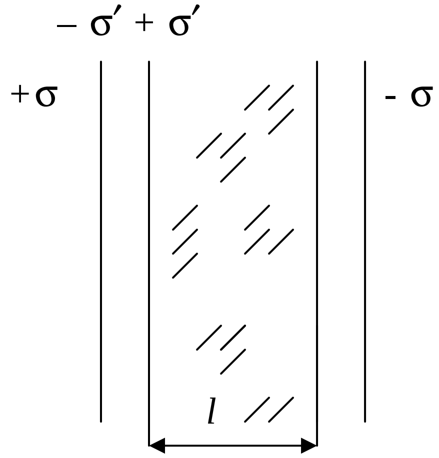


Рис. 1

Решение:

Величину σ выразим через напряженность поля E внутри конденсатора. Поскольку введение диэлектрика между его обкладками уменьшает эту напряженность поля в ε раз, используем формулу поля напряженности для плоского конденсатора $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$, с учетом наличиия диэлектрика

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \qquad (1)$$

Отсюда, учитывая соотношение Е = $\dfrac{U}{l}$, справедливое для однородного поля конденсатора, найдем:

$$\sigma = \varepsilon_0 \varepsilon U / l \qquad (2)$$

Чтобы определить величину σ', воспользуемся формулой $\sigma = P_n$ (поверхностная плотность связанных зарядов равна проекции вектора поляризованности $\vec{P}$ на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика). Так как вектор $\vec{P}$ параллелен вектору напряженности $\vec{E}$ поля в диэлектрике, направленному по нормали к поверхности стеклянной пластинки, то $P_n = P$. Учитывая соотношение $\vec{P}$ = æ$\varepsilon_0 \vec{E}$, где æ – диэлектрическая проницаемость среды и соотношение $\varepsilon = 1 +$ æ, получим:

$$\sigma' = P = æ\,\varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U / l. \qquad (3)$$

Подставляя в формулы (2) и (3) величины в единицах СИ: U = 200 $В$, ℓ = 2,00·10^{-3} м, ε_0 = 8.85·10^{-12} Ф/м, найдем:

$$\sigma = 5{,}3 \cdot 10^{-6}\,\text{Кл/м}^2;\ \sigma' = 4{,}4 \cdot 10^{-6}\,\text{Кл/м}^2.$$

Чтобы изобразить силовые линии электрического поля в стекле и воздуш ном зазоре, надо помнить, что густота силовых линий пропорциональна напряженности поля, а диэлектрическая проницаемость среды ε показывает во сколько раз поле внутри диэлектрика слабее поля внутри зазора, следовательно густота силовых линий внутри стеклянной пластинки в шесть раз меньше, чем в зазоре (рис. 2).

Ответ: $\sigma = 5{,}3\cdot 10^{-6}$ Кл/м^2; $\sigma' = 4{,}4\cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

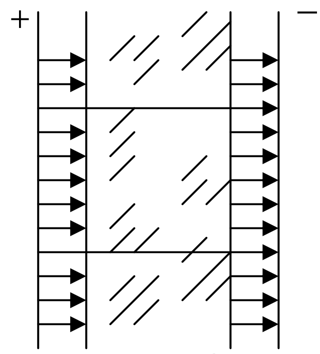


Рис. 2

26. Определить дивергенцию следующих векторных полей:

a) $\vec{a} = f(x)\vec{e}_x$, где $f(x)$ – некоторая функция декартовой координаты x;

b) $\vec{a} = \vec{r}$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки, в которой определяется дивергенция.

Дано:	Решение
a) $\vec{a} = f(x)\vec{e}_x$;	По определению
b) $\vec{a} = \vec{r}$	$div\vec{a} = \dfrac{\partial a_x}{\partial x} + \dfrac{\partial a_y}{\partial y} + \dfrac{\partial a_z}{\partial z}$.
$div\vec{a}$ - ?	*a)* $div\vec{a} = \dfrac{\partial f(x)}{\partial x}$;

b) Выразим радиус-вектор через компоненты:

$$\vec{a} = \vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z,$$

$$div\vec{a} = div\vec{r} = \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = 1+1+1 = 3.$$

Ответ: a) $div\vec{a} = \dfrac{\partial f(x)}{\partial x}$; b) $div\vec{a} = 3$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.1. Шар радиусом R заряжен однородно с объёмной плотностью ρ. Найти напряженность поля $\vec{E}$ для точек внутри и вне шара.

$$\left(\vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\vec{e}_r;\ \vec{E} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r\right)$$

3.2. Бесконечно тонкая прямая нить заряжена однородно с плотностью λ. Найти напряженность электрического поля E и потенциал φ как функции расстояния r от нити. Потенциал на расстоянии r_0 положить равным нулю.

($E = (1/2\pi\varepsilon_0)\ \lambda/r$; $\varphi = -(\lambda/2\pi\varepsilon_0)\ ln(r/r_0)$)

3.3. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью τ = 1,5 нКл/см. На продолжении оси стержня на расстоянии d = 12 см от его конца находится точечный заряд Q = 0,20 мкКл. Определить силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

(F = 2,2 мН)

3.4. По тонкому проволочному кольцу радиусом r = 60 мм равномерно распределен заряд q = 20 нКл.

а) приняв ось кольца за ось x, найти потенциал φ и напряженность поля $\vec{E}$ на оси кольца как функцию x (начало отсчета x поместить в центр кольца);

б) исследовать случаи $x = 0$ и $|x| >> r$.

($E = (1/4\pi\varepsilon_0)\cdot\dfrac{q\cdot x}{(r^2+x^2)^{3/2}}\vec{e}_x$; $\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0)\ \dfrac{q}{\sqrt{r^2+x^2}}$)

3.5. Чему равен поток вектора $\vec{E}$ через поверхность сферы, внутри объема которой находится:

а) заряд e;

б) заряд $-e$;

в) диполь с моментом p_e?

Объясните результат с помощью картины силовых линий электрического поля.

3.6. Металлический шар радиусом R помещен в однородное электрическое поле. Изобразите качественную картину силовых и эквипотенциальных линий электрического поля.

3.7. Два точечных заряда $+e$ и $-e$ расположены в точках с координатами (a/2,0,0), ($-a$/2,0,0). Построить качественно график зависимости проекции напряженности поля $E_x(x)$ для точек, лежащих на оси x (y = 0).

3.8. Найти зависимость плотности зарядов от декартовых координат ρ(x,y, z), при которой напряженность поля описывалась бы функцией $\vec{E} = 1x\vec{e}_x + 2y^2\vec{e}_y + 3z\vec{e}_z$ (В/м).

(ρ(x,y, z) = $\varepsilon_0(1+4y+9z^2)$ Кл/м^3)

3.9. Потенциал поля, создаваемого некоторой системой зарядов, имеет вид: $\varphi = a(x^2+y^2)-bz^2$, где a и b – положительные константы. Найти напряженность поля E и ее модуль $|E|$. Построить графики зависимости $E_x = f(x)$, $E_z = f(z)$.

($E = 2\sqrt{a^2(x^2+y^2)+(вz)^2}$; $\vec{E} = -2ax\vec{e}_x - 2ay\vec{e}_y + 2вz\vec{e}_z$)

3.10. Плоский воздушный конденсатор подключили к батарее, а затем отключили от неё. После этого уменьшим расстояние между пластинами конденсатора в 2 раза. Как изменится:

а) энергия, запасенная конденсатором;

б) заряд на обкладках конденсатора;

в) плотность энергии электрического поля конденсатора?

3.11. Диэлектрическая пластина шириной 2a с проницаемостью ε = 2 помещена в однородное электрическое поле напряженности E, силовые линии которого перпендикулярны пластине.

а) изобразите на рисунке линии полей E и D электрического поля;

б) постройте качественно графики зависимостей E_x, D_x от x (ось x перпендикулярна пластине, вектор E направлен вдоль оси x, точка x = 0 находится в середине пластины).

3.12. Диэлектрическая пластинка с проницаемостью ε = 2 помещена в однородное электрическое поле с напряженностью E. Линии поля E образуют некоторый угол φ с поверхностью пластины. Изобразите качественно линии полей E и D в вакууме и в пластине. Постройте качественно графики зависимостей $E_x = f(x)$ и $D_x = f(x)$.

3.13. Внутри плоской однородной диэлектрической пластины с ε = 3 вектор напряженности однородного электрического поля составляет угол φ с поверхностью пластины. Считая, что с одной стороны пластины вакуум, а с другой стороны диэлектрик с ε = 2, изобразить качественно линии E и D электрического поля в трех указанных средах. Построить качественно зависимости $E_x = f(x)$ и $D_x = f(x)$. Ось OX перпендикулярна поверхностям пластины, а ее толщина d.

3.14. Плоский воздушный конденсатор опустили в воду так, что поверхность воды параллельна плоскостям пластин, а ее уровень расположен на расстоянии h от нижней пластины. Найти зависимость электроемкости конденсатора от величины h, если площадь пластины S, а расстояние между ними d.

$$\left(C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 s}{\varepsilon d - h(\varepsilon - 1)}\right)$$

3.15. Электрическое поле создается равномерно заряженным шаром радиусом R с объемной плотностью заряда ρ. Определить зависимость вектора электрического смещения электрического поля от r. Построить качественно график $D = f(r)$.

$(D = (1/3)\rho r$; $D = (\rho/3)\cdot(R^3/r^2))$

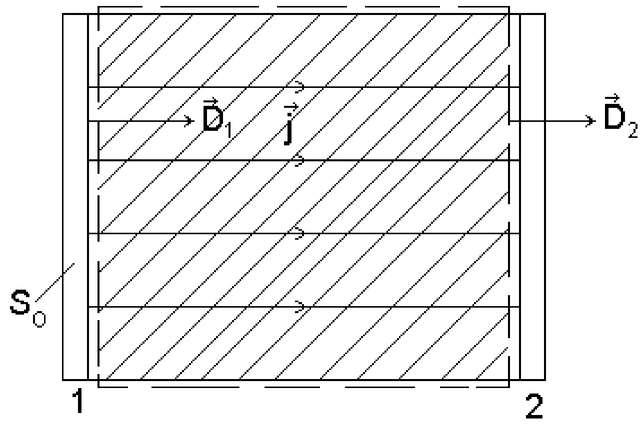
Постоянный ток

Примеры решения задач

27. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено многослойным диэлектриком, обладающим слабой электропроводностью. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика ε монотонно уменьшается от пластины 1 от значения $\varepsilon_1 = 4$ до значения $\varepsilon_2 = 3$ у пластины 2. Удельная электропроводность σ монотонно уменьшается от пластины 1 от значения $\sigma_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ Ом.$^{-1}$ м$^{-1}$ до значения $\sigma_2 = 1{,}0 \cdot 10^{-10}$ Ом.$^{-1}$ м$^{-1}$ у пластины 2. Конденсатор включен в цепь с постоянной ЭДС, и в нем устанавливается постоянный электрический ток силой $I = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ А, текущий через диэлектрик от стороны 1 конденсатора к стороне 2. Найти величину свободного заряда Q, возникшего в диэлектрике при протекании тока.

Дано:	Решение
$\varepsilon_1 = 4$ $\varepsilon_2 = 3$ $\sigma_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ Ом.$^{-1}$м$^{-1}$ $\sigma_2 = 1{,}0 \cdot 10^{-10}$ Ом.$^{-1}$м$^{-1}$ $J = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ А $Q - ?$	Среда между пластинами конденсатора обладает как электропроводящими, так и диэлектрическими свойствами. Поэтому в решении используется закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, (1) где $\vec{j}$ – плотность тока; $\vec{E}$ - напряженность электрического поля, и теорема Гаусса для диэлектрика. Направление линий тока вектора $\vec{j}$ и направления векторов

электрического смещения D_1 и D_2 у пластины 1 и пластины 2 соответственно показаны на рисунке.



Ток через среду постоянный, линии тока перпендикулярны к пластинам конденсатора, следовательно, для величин силы тока у пластины 1 и пластины 2 можно записать

$$I = j_1 S_0 = j_2 S_0,$$

где S_0 - площадь пластины конденсатора. Это же соотношение с учетом закона Ома (1) принимает форму

$$I = \sigma_1 E_1 S_0 = \sigma_2 E_2 S_0. \qquad (2)$$

Для использования теоремы Гаусса проведем гауссову поверхность в виде прямоугольного параллелепипеда (пунктирная линия на рисунке), так, чтобы внутри находился диэлектрик. По теореме Гаусса для диэлектрика, учитывая направление векторов $\vec{D}$, имеем:

$$Q = \oint_S \vec{D}d\vec{S} = D_2 S_0 - D_1 S_0. \qquad (3)$$

Связь между вектором электрического смещения $\vec{D}$ и напряженностью $\vec{E}$ электрического поля, как известно имеет вид:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \quad (4)$$

Из соотношений (2) – (4) для величины заряда Q следует

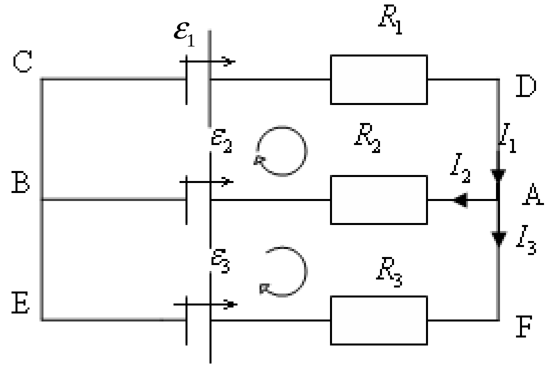
$$Q = D_2 S_0 - D_1 S_0 = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2 S_0 - \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1 S_0 = \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 I}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 I}{\sigma_1}\right) = I\varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1}\right) =$$

$$= 1{,}0 \cdot 10^{-7} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \left(\frac{3}{1 \cdot 10^{-10}} - \frac{4}{1 \cdot 10^{-7}}\right) = 27 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Ответ: $Q = 27$ нКл.

28. В схеме, изображенной на рисунке $\varepsilon_1 = 11$ В, $\varepsilon_2 = 4$ В, $\varepsilon_3 = 6$ В, $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 2$ Ом. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало. Определить силы токов I_1, I_2, I_3, текущих через сопротивления.

Дано:	Решение
$\varepsilon_1 = 11$ В	
$\varepsilon_2 = 4$ В	
$\varepsilon_3 = 6$ В	
$R_1 = 5$ Ом	
$R_2 = 10$ Ом	
$R_3 = 2$ Ом	
I_1 – ?	
I_2 – ?	
I_3 – ?	



Представленная в задаче схема постоянного тока, может быть рассчитана на основе законов Кирхгофа. Для применения законов Кирхгофа выделим два замкнутых контура A*BCDA* и *AF*E*BA*. Зададим направление обхода этих замкнутых контуров по часовой стрелке, как показано на рисунке. Также будем рассматривать узел схемы *A*, в котором сходятся (или вытекают) токи I_1, I_2, I_3.

По первому закону Кирхгофа для токов узла *A* следует уравнение:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{1}$$

В данном выражении учитывалось правило знаков: ток втекает в узел – положителен, ток вытекает из узла – отрицателен.

По второму закону Кирхгофа для контуров *ABCDA* и *AF*E*BA* имеем соответственно:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2, \tag{2}$$

$$-I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3. \tag{3}$$

В выражениях (2) и (3) учитывалось правило знаков, определяемое выбранным направлением обхода контура. ЭДС положительна, если направление обхода контура совпадает с направлением ЭДС.

Подставляя известные численные значения сопротивлений участков цепи и ЭДС источников тока в уравнения (1) – (3), получим

$$\begin{cases} 1I_1 - 1I_2 - 1I_3 = 0, \\ 5I_1 + 10I_2 + 0I_3 = 7, \\ 0I_1 - 10I_2 + 2I_3 = -2. \end{cases} \tag{4}$$

Таким образом, получается система трех линейных уравнений с тремя искомыми неизвестными I_1, I_2, I_3. Решение такой системы дается формулами Крамера:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta},\; I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},\; I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \tag{5}$$

где Δ – определитель системы (4); Δ_1 – определитель при первом неизвестном I_1; Δ_2 – определитель при втором неизвестном I_2; Δ_3 – определитель при третьем неизвестном I_3.

По значениям коэффициентов системы уравнений (4) следует:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 10 & 0 \\ 0 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 80 \;(6),\quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 7 & 10 & 0 \\ -2 & -10 & 2 \end{vmatrix} = 64 \tag{7}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 24 \;(8),\quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & 10 & 7 \\ 0 & -10 & -2 \end{vmatrix} = 40 \tag{9}$$

Из выражений (5) – (9) для величин сил токов получается

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{64}{80} = 0{,}8\,\text{А},\; I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{80} = 0{,}3\,\text{А},\; I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{40}{80} = 0{,}5\,\text{А}.$$

Ответ: $I_1 = 0{,}8\,\text{А}$; $I_2 = 0{,}3\,\text{А}$; $I_3 = 0{,}5\,\text{А}$.

29. Сила тока в проводнике убывает со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$ ($I_0 = 20\,\text{А}$, $\alpha = 10^2\,\text{с}^{-1}$). Определить заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время $\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{с}$.

Дано:	Решение
$I = I_0 e^{-\alpha \cdot t}$ $I_0 = 20\,\text{А}$ $\alpha = 100\,\text{с}^{-1}$ $\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{с}$	Величина силы тока I связана с зарядом q, проходящим через поперечное сечение проводника, соотношением $$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$
g – ?	Следовательно, за бесконечно малый промежуток времени dt через поперечное сечение проводника пройдет заряд

$$dq = Idt = I_0 e^{-\alpha \cdot t} dt \quad (2)$$

Величина заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника за промежуток времени τ, может быть найдена интегрированием выражения (2):

$$q = \int_0^{\tau} I_0 e^{-\alpha t} dt = \frac{I_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha\tau}) = \frac{20}{100}(1 - \frac{1}{e}) = 0{,}13\,\text{Кл}.$$

Ответ: $q = 0{,}13\,\text{Кл}$.

30. В медном проводнике объемом $V_0 = 6{,}0$ см^3 при прохождении по нему постоянного тока за время $\tau = 1{,}0$ мин выделилось количество теплоты $Q = 216\,\text{Дж}$. Найти напряжённость E электрического поля в проводнике, плотность тока j, скорость упорядоченного движения электронов u. Считать, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон.

Проводимость, плотность и молярная масса меди соответственно $\sigma = 5{,}8 \cdot 10^7\,\text{Ом.}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3\,\text{кг/м}^3$, $\mu = 63{,}5\,\text{г/моль}$.

Дано:	Решение
6,0 см^3 = $V_0 = 6{,}0\cdot10^{-6}$ м^3 $\tau = 1$ мин = 60 с $Q = 216$ Дж $\sigma = 5{,}8\cdot10^7$ Ом$^{-1}\cdot$м$^{-1}$ $\rho = 8{,}9\cdot10^3$ Кг/м^3 $\mu = 63{,}5$ г/моль = 63,5$\cdot10^{-3}$ кг/моль	а) для решения используем закон Ома в дифференциальной форме $$j = \sigma E, \qquad (1)$$ закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме $$Q_{уд} = j^2/\sigma \qquad (2)$$ где σ – удельная электропроводность меди, $Q_{уд} = \dfrac{Q}{V_0\tau}$ – удельная тепловая мощность тока. Из формул (1) и (2) для напряженности E электрического поля в проводнике следует:
а) E – ? б) j – ? в) u - ?	

$$E = \left(\frac{Q_{уд}}{\sigma}\right)^{1/2} = \left(\frac{Q}{V_0\tau\sigma}\right)^{1/2} = \left(\frac{216}{6{,}0\cdot10^{-6}\cdot60\cdot5{,}8\cdot10^7}\right)^{1/2} = 1{,}0\cdot10^{-1}\text{В/м}.$$

б) из выражения (1) для плотности тока j имеем

$$j = \sigma E = 5{,}8\cdot10^7\cdot1{,}0\cdot10^{-1} = 5{,}8\cdot10^6\,\text{А}\cdot\text{м}^{-2}.$$

в) скорость упорядоченного движения электронов $\vec{u}$ и плотность тока $\vec{j}$ связана соотношением

$$\vec{j} = e_0\cdot n\cdot\vec{u}, \qquad (3)$$

где e_0 – заряд электрона; n – концентрация свободных электронов. Учитывая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, для концентрации свободных электронов получается

$$n = \frac{\rho}{\mu}N_A, \qquad (4)$$

где N_A – число Авогадро.

Из формул (3) и (4) для скорости упорядоченного движения электронов следует

$$u = \frac{j}{|e_0|\cdot n} = \frac{j\cdot\mu}{|e_0|\cdot N_A\cdot\rho} = \frac{5{,}8\cdot10^6\cdot63{,}5\cdot10^{-3}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot6{,}02\cdot10^{23}\cdot8{,}9\cdot10^3} = 4{,}3\cdot10^{-4}\,\text{м/с}$$

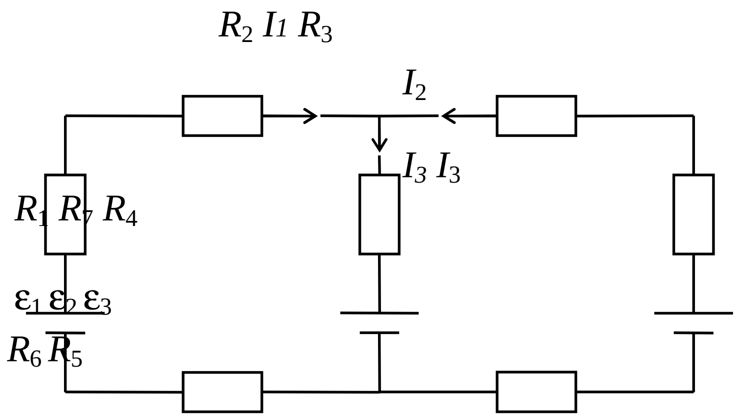
Ответ: а) $E = 1{,}0\cdot10^{-1}$ В/м , б) $j = 5{,}8\cdot10^6$ А$\cdot м^{-2}$, в) $u = 4{,}3\cdot10^{-4}$ м/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.16. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен веществом с проницаемостью ε = 7 и удельным сопротивлением ρ = 100 ГОм·м. Емкость конденсатора C = 3000 пФ. Найти силу тока утечки через конденсатор при подаче на него напряжения U = 2000 В.

(I = $9{,}7\cdot10^{-7}$ *A*)

3.17. В схеме, изображенной на рисунке, ε_1 = 10 В, ε_2 = 20 В, ε_3 = 30 В, R_1 = 1,0 Ом, R_2 = 2,0 Ом, R_3 = 3,0 Ом, R_4 = 4,0 Ом, R_5 = 5,0 Ом, R_6 = 6,0 Ом, R_7 = 7,0 Ом. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало. Найти силы токов I_1, I_2, I_3.



(I_1 = -1,02 *A*, I_2 = 0,90 *A*, I_3 = -0,12 *A*)

3.18. Определить заряд Q, прошедший по проводу с сопротивлением R = 3,0 Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от U_0 = 2,0 *В* до U = 4,0 *В* в течение 20 с.

(Q = 20 Кл)

3.19. Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом нарастает в течение времени Δt = 2,0 с по линейному закону от I_0 = 0 до I_{max} = 6,0 *А*. Определить количество теплоты Q, выделившееся в этом проводнике за первую секунду.

(Q = 60 Дж)

3.20. Концентрация электронов проводимости в меди n = 1,0·10^{29} м$^{-3}$. Считая условия нормальными, определить среднее время между двумя столкновениями электрона с решеткой (среднее время свободного пробега). Определить среднюю длину свободного пробега электрона. Удельное сопротивление меди ρ = 1,7·10^{-8} Ом·м.

(λ = 4,7·10^{-9} м)

3.21. По медному проводнику сечением 0,20 мм^2 течет ток. Определить, какая сила действует на отдельный электрон проводимости со стороны электрического поля, если объемная плотность энергии, выделяемая в проводнике, равна 9,0·10^3 Дж/м^3. Определить плотность и силу тока в проводнике.

F = 20·10^{-22} H; j = 7,3·10^5 A/м^2; I = 0,15 A)

3.22. Два источника тока, соединенные одинаковыми полюсами, с ЭДС $E_1 = 2,0$ В и $E_2 = 1,5$ В и внутренними сопративлениями $r_1 = 0,50$ Ом и $r_2 = 0,40$ Ом включены параллельно сопративлению R = 2,0 Ом. Определите силу тока через это сопративление.

(I = 0,78 A)

Магнетизм

Примеры решения задач

31. Бесконечно длинный прямой проводник согнут под прямым углом, как показано на рис. 1. По проводнику течет ток $I = 10$ А. Найти магнитную индукцию $\vec{B}$ в точках M и N, если $a = 5,0$ см.

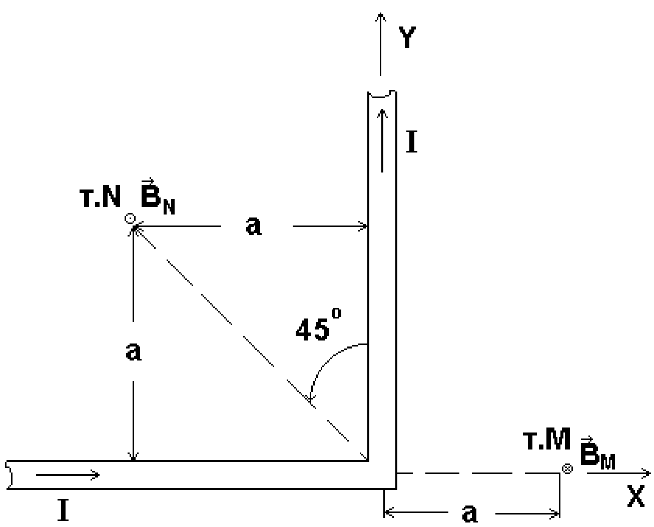


Рис. 1

Дано:	Решение
$I = 10$ А $a = 5{,}0$ см = $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ м	Величина магнитной индукции $\vec{B}$ в точках M и N может быть найдена по принципу суперпозиции:
а) B_M – ? б) B_N – ?	$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (1)$$

где $\vec{B}_1$ – магнитная индукция от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси *X*; $\vec{B}_2$ – магнитная индукция от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси *Y*. Модуль вектора магнитной индукции может быть рассчитан на основе закона Био – Савара – Лапласа. Нас интересует и будет использоваться результат расчета для прямолинейного отрезка проводника, представленного на рис. 2. Модуль вектора магнитной индукции в точке *A* на расстоянии *b* от отрезка проводника выражается формулой

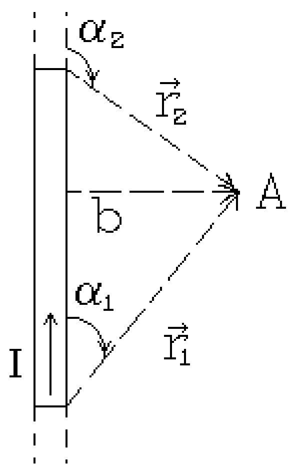


Рис. 2

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \qquad (2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, α_1 и α_2 – углы между направлениями тока и направлениями радиус-векторов r_1 и r_2 – начала и конца отрезка (см. рис. 2). В точке *M* (см. рис. 1) вклад в величину магнитной индукции от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси *X*, равен нулю ($\alpha_1 = \alpha_2 = \pi$). Вклад в величину магнитной индукции от полубесконечной части проводника, лежащей вдоль оси *Y*, характеризуется углами $\alpha_1 = \dfrac{\pi}{2}$ и $\alpha_2 = \pi$. Поэтому, как это следует из формул (1) и (2), модуль вектора магнитной индукции B_M в точке *M*:

$$B_M = B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi\right) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}}[0 - (-1)] = 2 \cdot 10^{-5} = 20 \text{ мкТл}.$$

Направление вектора $\vec{B}_M$ определяется правилом правого винта и показано на рис. 1.

В точке *N*, как это следует из правила правого винта, вектора $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены вдоль одной линии перпендикулярно плоскости рис. 1. Поэтому модуль вектора магнитной индукции в точке *N* равен сумме модулей векторов B_1 и B_2. Для величины магнитной индукции B_1, как следует из рис. 1, угол α_1 равен нулю, а угол $\alpha_2 = -\frac{3\pi}{4}$. Для величины B_2 магнитной индукции, как следует из рис.1, угол $\alpha_1 = \frac{\pi}{4}$, а угол $\alpha_2 = \pi$. Поэтому, как это следует из формул (1) и (2), модуль вектора магнитной индукции B_N в точке *N* равен:

$$B_M = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0 - \cos\frac{3\pi}{4}) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\frac{\pi}{4} - \cos\pi) =$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{4\pi \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}}(2 + \sqrt{2}) = 6{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} = 68 \text{ мкТл}.$$

Направление вектора $\vec{B}_N$ определяется правилом правого винта и показано на рис.1.

Ответ: а) $B_M = 20$ мкТл; б) $B_N = 68$ мкТл.

32. Тонкое кольцо радиусом $r = 10$ см заряжено равномерно с линейной плотностью заряда $\tau = 16$ нКл/м. Кольцо вращается с частотой $n = 10$ об/с. относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определить магнитный момент $\vec{P}_m$, обусловленный вращением кольца.

Дано:	Решение:
$r = 10$ см $\tau = 16$ нКл/м $n = 10$ об/с	Вращение заряженного кольца представляет собой круговой ток. Круговой ток создает в пространстве магнитный момент, величина модуля которого определяется выражением:
$\vec{P}_m$ – ?	$P_m = IS$,

где I – сила кругового тока; $S = \pi r^2$ – площадь контура (кольца).

Сила кругового тока характеризуется количеством заряда, пересекающего площадку, перпендикулярную линии кольца в единицу времени. Поэтому для силы тока получается: $I = qn$, где $q = \tau 2\pi r$ – заряд кольца.

Таким образом модуль магнитного момента: $P_m = IS = \tau 2\pi r n \pi r^2 = \tau 2\pi^2 r^3 n = 16\cdot 10^{-9} 2(3{,}14)^2 (0{,}10)^2 10 = 3{,}16\cdot 10^{-9}\,\text{А}\cdot\text{м}^2 \cong 3{,}2\ \text{нА}\cdot\text{м}^2$
Направление вектора $\vec{P}_m$ определяется правилом правого винта. Поэтому вектор $\vec{P}_m$ направлен по оси кольца и его направление совпадает с направлением вектора угловой скорости вращения кольца.

Ответ: $P_m = 3{,}2\ \text{нА}\cdot\text{м}^2$

33. Длинный прямой соленоид с сердечником намотан из проволоки диаметром $d = 0{,}50$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Найти напряженность магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 4$ А. Магнитную проницаемость μ сердечника соленоида при данной силе тока принять равной 800.

Дано:	Решение
$d = 0{,}50$ мм $= 5{,}0\cdot 10^{-4}$ м $I = 4{,}0$ А $\mu = 800$	Для длинного прямого соленоида можно пренебречь краевыми эффектами, и модуль напряженности H внутри соленоида определяется формулой
а) H – ? б) B – ?	$$H = nI\,, \qquad (1)$$

где n – число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины. Так как витки плотно прилегают друг к другу, то их число на единицу длины

$$n = \frac{1}{d}. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) для модуля напряженности H имеем

$$H = nI = \frac{I}{d} = \frac{4}{0{,}50\cdot 10^{-3}} = 8{,}0\cdot 10^3\ \text{А/м}.$$

Вектор $\vec{H}$ направлен параллельно оси соленоида.

Как известно, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ связан с вектором напряженности магнитного поля $\vec{H}$ соотношением

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} \qquad (3)$$

Из условия задачи и выражения (3) для магнитной индукции внутри соленоида получим $B=\mu_0\mu H = 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 800\cdot 8,0\cdot 10^3 = 8,0$ Тл.

Вектор $\vec{B}$ направлен параллельно оси соленоида.

Ответ: $H = 8{,}0\cdot 10^3$ А/м; B=8,0 Тл.

34. Тороид с сердечником, длина которого по средней линии $l=1{,}0$ м, имеет воздушный зазор шириной $b=4{,}0$ мм. Обмотка тора равномерно распределена по всей его длине с числом витков на единицу длины $n=8{,}0$ см$^{-1}$. Найти силу тока I в обмотке, при которой магнитная индукция в зазоре будет равна $B=1{,}0$ Тл. Магнитную проницаемость μ сердечника тороида при данной силе тока принять равной 800.

Дано:	Решение
$l=1{,}0$ м $b=4{,}0$ мм $n=8{,}0$ см$^{-1}$ $B=1{,}0$ Тл $\mu=800$	По теореме о циркуляции вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ можно записать $$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \sum_{i=1}^{N} I_i, \qquad (1)$$ где I_i – макроскопические точки, охватываемые контуром.
I – ?	Для тороида по средней линии левая часть формулы (1) принимает вид

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = Hl + H_0 b, \tag{2}$$

где H – напряженность магнитного поля в сердечнике; H_0 – напряженность магнитного поля в воздушном зазоре. Правая часть выражения (1) в случае тороида с обмоткой принимает форму

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = NI = nlI, \tag{3}$$

где N – число витков всей обмотки тора.

Величины напряженностей магнитного поля H и H_0, в случае пренебрежения рассеянием магнитного потока связаны с магнитной индукцией B известными соотношениями:

$$H = \frac{B}{\mu_0\mu}, \tag{4}$$

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0}. \tag{5}$$

Приравнивая выражения (2) и (3) с использованием формул (4) и (5), для силы тока I получим

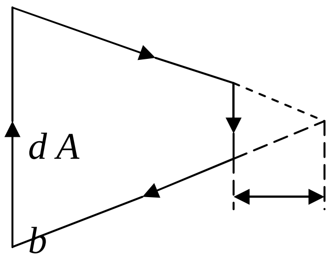
$$I = \frac{Hl + H_0 b}{nl} = \frac{B}{\mu_0 nl}(\frac{l}{\mu} + b) = \frac{1,0}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8,0 \cdot 10^2 \cdot 1,0}(\frac{1,0}{800} + 4,0 \cdot 10^{-3}) = 5,2 \text{ А.}$$

Ответ: $I = 5,2$ А.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.23. Ток силы I = 1,0 А циркулирует в контуре, имеющем форму равнобочной трапеции. Отношение оснований трапеции η = 2 : 1. Найти магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке *A*, лежащей в плоскости трапеции (см. рисунок). Меньшее основание трапеции *d* = 100 мм, расстояние *b* = 50 мм.

$$(B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2Id}{b\sqrt{d^2 + 4b^2}}\left(1 - \frac{1}{\eta}\right) = 1,4 \text{ мкТл})$$



3.24. В тонком проводнике, изогнутом в виде правильного шестиугольника со стороной *a* = 20 см, идет ток I = 10 А. Определить магнитную индукцию в центре шестиугольника.

($B = 35\cdot10^{-6}$ Тл)

3.25. Оценить индукцию магнитного поля *B*, создаваемого электроном в центре атома водорода, при движении электрона по первой боровской орбите, радиус которой $a = 0,53\cdot10^{-10}$ м.

(12,5 Тл)

3.26. По витку радиусом *R* = 10 см течет ток I = 50 А. Виток помещен в однородное магнитное поле *B* = 0,20 Тл. Определить момент силы *M*, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол $\varphi = 60°$ с линиями индукции.

(0,16 Н·м)

3.27. Обмотка соленоида содержит два слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром d = 0,20 мм. Определить магнитную индукцию на оси соленоида, если по проводу течет ток I = 0,50 А.

(6,3 мТл)

3.28. По тонкому стержню длиной l = 40 см равномерно распределен заряд Q = 60 нКл. Стержень вращается с частотой n = 12 с$^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через стержень на расстоянии $a = l/3$ от одного из его концов. Определить магнитный момент P_m, обусловленный вращением стержня.

($4{,}0 \cdot 10^{-8}$ А·м^2)

3.29. Заряд Q = 0,10 мкКл равномерно распределен по стержню длиной l = 50 см. Стержень вращается с угловой скоростью ω = 50 рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Найти магнитный момент Pm, обусловленный вращением стержня.

($5{,}2 \cdot 10^{-8}$ А·м^2)

3.30. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток I = 50 А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны её длиной l = 65 см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно её ширине. Каков магнитный поток φ, пронизывающий рамку?

($4{,}5 \cdot 10^{-6}$ Вб)

3.31. Стержень длиной l = 20 см заряжен равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью τ = 0,20 мкКл/м. Стержень вращается с частотой n = 10 с$^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Определить магнитный момент P_m, обусловленный вращением стержня.

($P_m = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ А·м^2)

3.32. Диск с равномерно распределенным по его плоскости зарядом Q равномерно вращается вокруг оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости с частотой n. Радиус диска R. Найти магнитный момент диска относительно оси z.

($P_m = (1/2)Q\pi nR^2$ А·м^2)

3.33. Чугунное кольцо имеет воздушный зазор длиной l_0 = 5,0 мм. Длина l средней линии кольца равна 1,0 м. Сколько витков N содержит обмотка на кольце, если при силе тока I = 4,0 А индукция B магнитного поля в воздушном зазоре 0,50 Тл? Напряженность поля в металле $H = 1{,}5\cdot10^3$ А/м. Рассеянием магнитного потока в воздушном зазоре пренебречь.

($N = 8{,}7\cdot10^2$)

3.34. На сердечнике в виде тора диаметром d = 500 мм имеется обмотка с числом витков N = 1000. В сердечнике сделана поперечная прорезь, в результате чего образовался воздушный зазор ширины b = 1,0 мм. При силе тока в обмотке I = 0,85 А напряженность поля в зазоре H = 600 кА/м. Определить магнитную проницаемость μ железа при этих условиях. Рассеянием поля у краев зазора пренебречь.

$$\left(\mu = \frac{(\pi d - b)H}{NI - bH} = 3{,}8\cdot10^3\right)$$

3.35. Тонкий металлический стержень длиной l = 1,2 м вращается с частотой n = 120 мин$^{-1}$ в однородном магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной к стержню и отстоящей от одного из его концов на расстоянии l_1 = 0,25 м. Вектор $\vec{B}$ параллелен оси вращения, B = 0,10 мТл. Найти разность потенциалов I, возникающую между концами стержня. Выполните рисунок, поясняющей решение задачи.

(0,53 мВ)

3.36. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_o \cos\omega t$ (B_o = 0,10 Тл, $\omega = 4{,}0\ \text{с}^{-1}$), помещена квадратная рамка со стороной a = 50 см, причём нормаль к рамке образует с направлением поля угол α = 45°. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени t = 5,0 с.

($\varepsilon_i = 64$ мВ)

3.37. Электрон движется в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 7{,}0\cdot10^{-3}$ Тл, по окружности радиусом R = 3,0 см. Определить скорость и энергию электрона, а также цилиндрическую (ларморову) частоту его вращения .

($B = 3{,}7\cdot10^7$ м/с; $W = 6{,}2\cdot10^{-16}$Дж; $\omega_л = 1{,}2\cdot10^9$ рад/с)

3.38. Электрон, обладая скоростью $\upsilon = 1{,}0$ мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^{\text{o}}$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1{,}5$ кА/м. Определите 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали. Изобразите качественно траекторию электрона в магнитном поле.

(1) $h = 9{,}5$ мм; 2) $R = 2{,}6$ мм)

3.39. Катушку индуктивностью $L = 0{,}60$ Гн подключают к источнику тока. Определите сопротивление катушки, если за время $t = 3{,}0$ с сила тока через катушку достигает 80 % предельного значения. Постройте график зависимости силы тока (в относительных единицах силы тока) от времени.

($R = 0.32$ Ом)

3.40. Определите, через сколько времени сила тока замыкания достигнет 0,95 предельного значения, если источник тока замыкают на катушку сопротивлением $R = 12$ Ом и индуктивностью 0,50 Гн. Постройте график зависимости силы тока (в относительных единицах I / I_m) от времени.

($t = 0{,}12$ с)

4. КОЛЕБАНИЯ, ВОЛНЫ И ОПТИКА

Механические колебания и волны

Пример решения задачи

35. Вдоль шнура распространяется поперечная волна, уравнение которой имеет вид $y = 0{,}050\sin(1{,}4\pi t - 0{,}50x)$, м , где y – смещение точек шнура; t – время, с; x – координата точек шнура, м.

Найти: а) период колебания точек шнура T; б) скорость распространения волны υ; в) длину волны λ; г) разность фаз колебаний $\Delta\varphi$ точек шнура, находящихся на расстоянии $\Delta x = 1$ м; д) амплитуду скорости υ_m поперечного движения частиц шнура.

Дано:	Решение
$y = 0{,}050\sin(1{,}4\pi \cdot t - 0{,}50x)$ м $\Delta x = 1{,}0$ м	Как известно, уравнение поперечной плоской волны, распространяющейся вдоль оси *X*, имеет вид:
а) T - ?; б) υ – ? в) λ – ?; г) $\Delta\varphi$ – ?; д) υ_m – ?	$$y = A\sin(\omega_0 t - kx + \alpha), \qquad (1)$$

где A - амплитуда смещения, ω_0 – циклическая частота, k – волновое число, α – начальная фаза. Из сравнения условий задачи и выражения (1) можно найти искомые величины.

Период колебания T вязан с циклической частотой соотношением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \text{ Поэтому } T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{1,4\pi} = 1,42 = 1,4 \text{ с.}$$

Волновое число определяется выражением $k = \dfrac{\omega_0}{\upsilon}$.

Поэтому для скорости распространения волны υ имеем

$$\upsilon = \frac{\omega_0}{k} = \frac{1,4\pi}{0,15} = 8,8 \text{ м/с}$$

По найденным значениям периода колебаний T и скорости волны υ можно определить длину волны из соотношения $\lambda = \upsilon T = 8,8 \cdot 1,42 = 12,5$ м.

Разность фаз колебаний любых двух точек шнура определяется формулой

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta x) = k\Delta x.$$

Поэтому для точек шнура из условия задачи имеем
$\Delta\varphi = k\Delta x = 0,50 \cdot 1 = 0,50$ рад.

Скорость смещения точек шнура в поперечном направлении получается дифференцированием по времени выражения (1), т.е.

$$\frac{dy}{dt} = A \cdot \omega_0 \cos(\omega_0 t - kx + \alpha) \qquad (2)$$

Из условия задачи и формулы (2) для максимального значения скорости $\dfrac{dy}{dt}$ получается: $\upsilon_m = A\omega_0 = 0,050 \cdot 1,4\pi = 0,22$ м/с

Ответ: а) $T = 1,4$ с; б) $\upsilon = 8,8$ м/с; в) $\lambda = 12$ м; г) $\Delta\varphi = 0,50$ рад;
д) $\upsilon_m = 0,22$ м/с.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

4.1. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстояние $l = \lambda/12$, для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебания $A = 0{,}050$ м.

(0,043 м)

4.2. Амплитуда гармонического колебания 5,0 см, период 4,0 с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

($\upsilon_m = 7{,}8 \cdot 10^{-2}$ м/с; $a_m = 0{,}12$ м/с^2)

4.3. Уравнение плоской волны имеет вид $y = 0{,}34 \cdot \cos(0{,}20t - 0{,}40x)$, где y – смещение частиц среды, и все числовые значения заданы в системе СИ. Записать числовые значения частоты и периода колебаний, волнового числа, фазовой скорости и длины волны, а также максимальное значение смещения.

($\upsilon = 0{,}50$ м/с; $\lambda = 16$ м)

4.4. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\upsilon = 15$ м/с. Период колебания точек шнура $T = 1{,}2$ с. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1 = 20$ м, $x_2 = 30$ м.

(200°)

4.5. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0{,}02\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$м. Определить: 1) амплитуду колебаний; 2) период колебаний; 3) начальную фазу; 4) максимальную скорость точки; 5) максимальное ускорение; 6) через сколько времени после начала отсчета точка будет проходить положение равновесия.

(Т = 2 с; $\upsilon_{\max} = 0{,}02\pi$ м/с; $a_{\max} = 0{,}02\pi^2$ м/с^2; $t = m$ $(m = 0, 1, 2, 3...)$)

4.6. Период затухающих колебаний Т = 4,0 с; логарифмический декремент затухания $\lambda = 1{,}6$; начальная фаза $\alpha = 0$. При $t = T/8$ смещение точки $x = 4{,}5$ см. Написать уравнение этого колебания. Построить график этого колебания в пределах двух периодов.

($x = 7{,}8e^{-0{,}4t}\sin\frac{\pi}{2}t$ см)

4.7. Поперечная волна, распространяясь вдоль упругого шнура, описывается уравнением $\xi(x,t) = 0{,}10\cos(2\pi t - \frac{\pi}{5}x)$ м. Определите: длину волны, фазу колебаний, смещение, скорость и ускорение точки, расположенной на расстоянии x_1 = 9 м от источника колебаний в момент времени $t_1 = 2c$. ($\lambda = 10$ м; $\varphi_1 = 2{,}2\pi$; $\xi_1 = 8{,}1$ см; $\upsilon = 0{,}36$ м/с; $a_x = -3{,}2$ м/с^2)

Электромагнитные колебания и волны

Пример решения задач

36. В колебательном контуре амплитуда колебаний напряжения на обкладках конденсатора за время $\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ с уменьшается в n раз ($n = 3$). Найти: а) величину коэффициента затухания β контура; б) величину активного сопротивления R контура; в) добротность Q контура, если электроемкость конденсатора $C = 0{,}20$ мкФ, индуктивность катушки $L = 8{,}0$ Гн.

Дано:
$C = 0{,}20$ мкФ
$L = 8{,}0$ Гн
$\tau = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ с
$n = 3$

а) B-?
б) R-7
в) Q-?

Решение

В колебательном контуре происходят затухающие электрические колебания. Амплитуда колебаний напряжения на обкладках конденсатора U_m со временем t уменьшается по закону

$$U_m(t) = U_0 e^{-\beta t}, \qquad (1)$$

где U_0 – постоянная величина.

Через промежуток времени τ амплитуда напряжения

$$U_m(t+\tau) = U_0 e^{-\beta(t+\tau)} \qquad (2)$$

и уменьшается в n раз. Поэтому из выражений (1) и (2) получается

$$\frac{U_m(t)}{U_m(t+\tau)} = e^{\beta\tau} = n. \qquad (3)$$

Прологарифмировав выражение (3), для коэффициента затухания имеем $\beta = \frac{\ln n}{\tau} = \frac{\ln 3}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} = 1{,}1 \cdot 10^3$ с$^{-1}$.

Коэффициент затухания β и активное сопротивление R контура связаны соотношением:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \qquad (4)$$

Отсюда для величины R следует:

$R = 2\beta L = 2\cdot 1{,}1\cdot 10^{3}\cdot 8\cdot 10^{-3} = 17{,}6 \cong 18$ Ом.

Как известно, добротность контура определяется формулой:

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{17{,}6}\sqrt{\frac{8\cdot 10^{-3}}{0{,}2\cdot 10^{-6}}} = 11{,}4 \cong 11$$

Ответ: а) $\beta = 1{,}1\cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$; б) $R = 18$ Ом; в) $Q = 11{,}4$

37. Цепь переменного тока частотой $\nu = 50{,}0$ Гц и напряжения $U = 220$ В состоит из последовательно соединенных конденсатора электроемкости $C = 35{,}4$ мкФ, катушки индуктивности $L = 0{,}700$ Гн, активного сопротивления $R = 100$ Ом. Найти: а) импеданс (полное сопротивление) Z; б) сдвиг по фазе φ между током и напряжением; в) силу тока I; г) падение напряжения на конденсаторе U_C, катушке U_L, активном сопротивлении U_R.

Дано:	Решение
$U = 220$ В $C = 35{,}4$ мкФ $L = 0{,}700$ Гн $R = 100$ Ом $\nu = 50{,}0$ Гц	Величины, характеризующие протекание тока циклической частоты $\omega = 2\pi\nu$ в цепи, определяется выражениями для индуктивного сопротивления $X_L = \omega L$, емкостного сопротивления $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$, реактивного сопротивления $X = X_L - X_C$.
а) Z – ? б) φ – ? в) I – ? г) U_C – ? U_L – ? U_R – ?	Поэтому для искомых в задаче величин имеем: а) $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} =$ $= \sqrt{100^2 + \left(2\pi\cdot 50\cdot 0{,}70 - \dfrac{1}{2\pi\cdot 50\cdot 35{,}4\cdot 10^{-6}}\right)^2} = 164$ Ом.

б) $\mathrm{tg}\varphi = \dfrac{X}{R} = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} = 1{,}3$, $\varphi = 58{,}3^{\mathrm{o}}$;

в) $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{220}{164} = 1{,}34$ А; г) $U_C = IX_C = 120$ В;

$U_L = IX_L = 295$ В; $U_R = IR = 134$ В

Ответ: а) $Z = 164$ Ом; б) $\varphi = 38^{\mathrm{o}}25'$; в) $I = 1{,}34$ А; г) $U_C = 120$ В; $U_L = 295$ В; $U_R = 134$ В.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

4.8. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре дается в виде $I = -0{,}020\cdot\sin 400\,\pi t$ (A). Индуктивность контура 1,0 Гн. Найти:

а) период колебаний;

б) емкость контура;

в) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора.

($T = 5\cdot 10^{-3}$ с; $C = 6{,}3\cdot 10^{-7}$ Ф; $U_{\max} = 25$ B)

4.9. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде

$U = 50\cdot\cos 10^4\pi t$ (В). Емкость конденсатора составляет $9\cdot 10^{-7}$ Ф. Найти:

а) период колебаний;

б) индуктивность контура;

в) закон изменения со временем силы тока в цепи;

г) длину волны, соответствующую этому контуру.

($T = 2\cdot 10^{-4}$ c, $L = 1{,}1$ мГн, $\mathrm{I} = -1{,}4\cdot\sin 10^4\cdot\pi t$ A, $\lambda = 6\cdot 10^4$ м)

4.10. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 7$ мкФ, катушки индуктивности $L = 0{,}23$ Гн и сопротивления $R = 40$ Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $Q = 5{,}6\cdot 10^{-4}$ Кл. Найти:

а) период колебаний контура;

б) логарифмический декремент затухания колебаний.

Написать уравнение зависимости изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени.

($T = 8\cdot 10^{-3}$ c; $\lambda = 0{,}7$; $U = 80\ exp(-87\cdot t)\cos(250\,\pi t)$)

4.11. В цепь переменного тока напряжением 220 В включены последовательно емкость C, активное сопротивление R и индуктивность L. Найти падение напряжения U_R на омическом сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе равно $U_C = 2U_R$ и падение напряжения на индуктивности $U_L = 3U_R$.

($U_R = 156$ B)

4.12. Цепь переменного тока образована последовательно включенными активным сопротивлением R = 800 Ом, индуктивностью L = 1,27 Гн и ёмкостью C = 1,59 мкФ. На зажимы подано 50-периодное действующее напряжение U = 127 В. Найти:

а) действующее значение силы тока I в цепи;

б) сдвиг по фазе между током и напряжением;

в) действующее значение напряжений U_R, U_L и U_C на зажимах каждого элемента цепи.

(71 мА; -63°; 57 В; 28 В; 142 В)

4.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 25 нФ и катушки с индуктивностью L = 1,015 Гн. Обкладкам конденсатора сообщается заряд q = 2,5 мкКл. Написать уравнения (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U и тока I в цепи от времени. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора и ток в цепи в моменты времени $T/8$, $T/4$, $T/2$ (T – период колебаний). Построить графики $U(t)$ и $I(t)$ в пределах одного периода.

$$(U = 100\cos\left(2\pi\cdot 10^3 t\right) B;\ I = -15{,}7\sin\left(2\pi\cdot 10^3 t\right) \text{ мА}; U_1 = 70,7 B;$$

$$I_1 = -11{,}1 \text{ мА};\ U_2 = 0;\ I_2 = -15{,}7 \text{ мА};\ U_3 = -100\ B;\ I_3 = 0).$$

4.14. В однородной и изотропной среде с ε = 3,0 и $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны E_m = 10,0 В/м. Найти: а) амплитуду напряженности магнитного поля волны H_m, б)фазовую скорость υ волны.

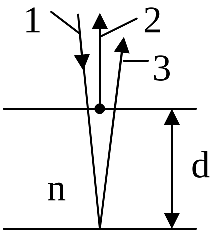
($H_m = 46$ мА / м; υ = $1,7\cdot 10^8$ м/с)

Оптика

Пример решения задач

38. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ падает по нормали пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине пленки $d_{\min}$ она в отраженном свете будет казаться зеленой ($\lambda_0 = 550$ нм)?

Дано:	Решение
$n = 1{,}33$ $\lambda_0 = 550$ нм	
$d_{\min}$ – ?	



Падающий на пленку пучок белого света 1 (см. рисунок) содержит лучи различных длин волн, часть пучка отражается от верхней (2) и проходящая часть от нижней поверхностей пленок (3).

Для того, чтобы в отраженном свете пленка выглядела зеленой, необходимо, чтобы при интерференции отраженных лучей выполнялось условие максимума для зеленой части спектра. Оптическая разность хода Δ лучей 3 и 2, отраженных от нижней и верхней поверхностей пленки,

$$\Delta = 2dn - \frac{\lambda}{2},$$

(оптический ход в плёнке луча 3 больше луча 2 на $2dn$, но луч 2 отражается от оптически более плотной среды, поэтому его ход скачком увеличивается на $\frac{\lambda}{2}$). Условие максима:

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2},$$

где k = 0, 1, 2… . Наименьшая толщина пленки будет при k = 0, тогда

$$\Delta = 2d_{\min}n - \frac{\lambda}{2} = 0,$$

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n} = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1{,}33} = 1{,}0 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $d_{\min} = 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ м.

39. На прозрачную дифракционную решетку с периодом $d = 1{,}50$ мкм падает нормально монохроматический свет с длинной волны $\lambda = 530$ нм. Найти: а) наибольший порядок m главного дифракционного максимума; б) угол дифракции φ_m главного дифракционного максимума наибольшего порядка.

Дано:	Решение
$\lambda = 530$ нм $d = 1{,}50$ мкм	Условие главного дифракционного максимума порядка m имеет вид $d\sin\varphi = \pm m\lambda$, $(m = 0, 1, 2, ...)$,
а) m – ? б) φ_m – ?	где φ – угол дифракции, соответствующего главного максимума

Как следует из вышеприведенной формулы, наибольший порядок дифракционного максимума должен удовлетворять соотношению

$$\frac{m\lambda}{d} = \sin\varphi_m \le 1.$$

Отсюда имеем $m = \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{1{,}5\cdot 10^{-6}}{530\cdot 10^{-9}} = 2{,}83$. Поскольку угол φ не может быть больше $\pi/2$, а m должно быть целым, то выбираем m = 2. Для соответствующего угла дифракции получим $\varphi_m = \arcsin\dfrac{m\lambda}{d} = \arcsin\dfrac{2\cdot 530\cdot 10^{-9}}{1{,}5\cdot 10^{-6}} =$

$= \arcsin 0{,}7066 = 45^{\circ}$

Ответ: а) $m = 2$; б) $\varphi_m = 45^{\circ}$

40. Луч света, падающий на поверхность кристалла каменной соли, при отражении максимально поляризуется, если угол падения i равен 57°. Найти: а) показатель преломления n кристалла каменной соли; б) скорость распространения υ света в этом кристалле.

Дано:	Решение
$i = 57^{\circ}$	Согласно закону Брюстера отраженный луч света мак-
а) n – ? б) υ – ?	симально поляризован, если угол падения луча удовлетворяет соотношению $n = \mathrm{tg}\, i = \mathrm{tg}\, 57^{\circ} = 1{,}54$. (1)

Скорость света в кристалле может быть найдена из известного соотношения:

$$\upsilon = \frac{c}{n}, \qquad (2)$$

где c – скорость света в вакуме. Поэтому из формул (1) и (2) имеем

$$\upsilon = \frac{c}{n} = \frac{c}{\mathrm{tg}i} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{1,54} = 1,95 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: а) $n = 1,54$ б) $U = 1,95 \cdot 10^8$ м/с

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

4.15. На мыльную пленку с показателем преломления n = 1,33 падает по нормали монохроматический свет с длиной волны λ = 0,60 мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина плёнки d_{min}?

(0,11 мкм)

4.16. Плоская световая волна длиной λ_0 в вакууме падает по нормали на прозрачную пластинку с показателем преломления n. При каких толщинах b пластинки отраженная волна будет иметь:

а) максимальную интенсивность;

б) минимальную интенсивность?

(а) $b = (\lambda_0/2n)(m+0,5)$ (m = 1, 2, 3...); б) $b = (\lambda_0/2n)m$ (m = 1,2,3...))

4.17. На дифракционную решетку нормально падает пучок света.

Красная линия (λ = 6300 Å) видна в спектре 3-го порядка под углом φ = 60°.

Определить:а) какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре 4-го порядка; б) какое число штрихов на 1 мм длины имеет дифракционная решетка.

(λ = 475 нм; N = 460 мм$^{-1}$)

4.18. Пластина кварца толщиной d_1 = 1,0 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол φ_1 = 20°. Определить:

а) какова должна быть длина d_2 кварцевой пластинки, помещенной между двумя “параллельными” николями, чтобы свет был полностью погашен;

б) какой длины l трубку с раствором сахара концентрации C = 0,40 кг/л надо поместить между николями для получения того же эффекта.

Удельное вращение раствора сахара α_0 = 0,665 град/(м$^{-2}$·кг).

(d_2 = 4,5 мм; l = 3,4 дм)

4.19. Под каким углом к горизонту должно находиться солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, стали бы наиболее полно поляризованы, если скорость света в воде $2{,}26\cdot10^8$ м/с?

(37°)

4.20. Источник света диаметром d = 30,0 см находится от места наблюдателя на расстоянии l = 200 м. В излучении источника содержатся волны длиной от 490 до 510 нм. Оценить для этого излучения: а) время когерентности $t_{\text{ког}}$; б) длину когерентности $l_{\text{ког}}$; в) радиус когерентности $\rho_{\text{ког}}$.

($t_{\text{ког}} \approx 4{,}0\cdot10^{-14}$ с; $l_{\text{ког}} \approx 0{,}010$ мм; $\rho_{\text{ког}} \approx 0{,}30$ мм)

4.21. Пластинка кварца толщиной d = 4,0 мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между двумя скрещенными николями. Пренебрегая потерями света в николях, определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего эту систему.

$$\left(\frac{I_0}{I} = 2{,}7\right).$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Таблица вариантов задач к разделу «Механика»

Вариант	Номер задачи				
1	1.1	1.16	1.22	1.44	1.65
2	1.2	1.17	1.23	1.45	1.66
3	1.3	1.18	1.25	1.46	1.67
4	1.4	1.19	1.26	1.47	1.68
5	1.5	1.20	1.27	1.48	1.69
6	1.6	1.21	1.28	1.49	1.70
7	1.7	1.16	1.29	1.50	1.71
8	1.8	1.17	1.30	1.51	1.71
9	1.9	1.18	1.31	1.52	1.65
10	1.10	1.19	1.32	1.53	1.66
11	1.11	1.20	1.33	154	1.67
12	1.12	1.21	1.34	1.55	168
13	113	1.16	1.35	1.56	1.69
14	1.14	1.17	1.36	1.57	1.70
15	1.15	1.18	1.37	1.58	1.71
16	1.1	1.19	138	159	1.71
17	1.2	1.20	1.39	1.60	1.65
18	1.3	1.21	1.40	1.61	1.66
19	114	1.16	1.41	1.62	167
20	1.5	1.17	1.42	1.63	1.68
21	1.6	1.18	1.43	164	1.69
22	1.7	1.19	1.22	1.45	1.70
23	1.8	1.20	1.23	1.46	1.71
24	1.9	1.21	1.25	1.47	1.71
25	1.10	1.16	1.26	1.48	1.65
26	1.11	1.17	1.27	1.49	1.66
27	1.12	1.18	1.28	1.50	1.67
28	1.13	1.19	1.29	1.51	1.68
29	1.14	1.20	1.30	1.52	1.69
30	1.15	1.21	1.31	1.53	1.70

Таблица вариантов задач к разделу «Молекулярная физика и термодинамика»

Вариант	Номер задачи				
1	2.1	2.6	2.12	2.20	2.33
2	2.2	2.7	2.13	2.21	2.34
3	2.3	2.8	2.14	2.22	2.35
4	2.4	2.9	2.15	2.23	2.36
5	2.5	2.10	2.16	2.24	2.37
6	2.1	2.11	2.17	2.25	2.33
7	2.2	2.6	2.18	2.26	2.34
8	2.3	2.7	2.19	2.27	2.35
9	2.4	2.8	2.12	2.28	2.36
10	2.5	2.9	2.13	2.29	2.37
11	2.1	2.10	2.14	2.30	2.33
12	2.2	2.11	2.15	2.31	2.34
13	2.3	2.6	2.16	2.32	2.35
14	2.4	2.7	2.17	2.20	2.36
15	2.5	2.8	2.18	2.21	2.37
16	2.1	2.9	2.19	2.22	2.33
17	2.2	2.10	2.12	2.23	2.34
18	2.3	2.11	2.13	2.24	2.35
19	2.4	2.6	2.14	2.25	2.36
20	2.5	2.7	2.15	2.26	2.37
21	2.1	2.8	2.16	2.27	2.33
22	2.2	2.9	2.17	2.28	2.34
23	2.3	2.10	2.18	2.29	2.35
24	2.4	2.11	2.19	2.30	2.36
25	2.5	2.6	2.12	2.31	2.37
26	2.1	2.7	2.13	2.32	2.33
27	2.2	2.8	2.14	2.20	2.34
28	2.3	2.9	2.15	2.21	2.35
29	2.4	2.10	2.16	2.22	2.36
30	2.5	2.11	2.17	2.23	2.37

Таблица вариантов задач к разделу «Электричество и магнетизм»

Вариант	Номер задачи				
1	3.1	3.10	3.16	3.23	3.33
2	3.2	3.11	3.17	3.24	3.34
3	3.3	3.12	3.18	3.25	3.35
4	3.4	3.13	3.19	3.26	3.36
5	3.5	3.14	3.20	3.27	3.33
6	3.6	3.15	3.21	3.28	3.34
7	3.7	3.10	3.22	3.29	3.35
8	3.8	3.11	3.16	3.30	3.36
9	3.9	3.12	3.17	3.31	3.37
10	3.1	3.13	3.18	3.32	3.38
11	3.2	3.14	3.19	3.23	3.39
12	3.3	3.15	3.20	3.24	3.40
13	3.4	3.10	3.21	3.25	3.33
14	3.5	3.11	3.22	3.26	3.34
15	3.6	3.12	3.16	3.27	3.35
16	3.7	3.13	3.17	3.28	3.36
17	3.8	3.14	3.18	3.29	3.37
18	3.9	3.15	3.19	3.30	3.38
19	3.1	3.10	3.20	3.31	3.39
20	3.2	3.11	3.21	3.32	3.40
21	3.3	3.12	3.22	3.23	3.33
22	3.4	3.13	3.16	3.24	3.34
23	3.5	3.14	3.17	3.25	3.35
24	3.6	3.15	3.18	3.26	3.36
25	3.7	3.10	3.19	3.27	3.37
26	3.8	3.11	3.20	3.28	3.38
27	3.9	3.12	3.21	3.29	3.39
28	3.1	3.13	3.22	3.30	3.40
29	3.2	3.14	3.16	3.31	3.37
30	3.3	3.15	3.17	3.32	3.39

Таблица вариантов задач к разделу «Колебания, волны, оптика»

Вариант	Номер задачи			
1	4.1	4.7	4.8	4.15
2	4.2	4.6	4.9	4.16
3	4.3	4.5	4.9	4.17
4	4.4	4.5	4.10	4.18
5	4.1	4.6	4.11	4.19
6	4.2	4.7	4.12	4.20
7	4.3	4.5	4.13	4.21
8	4.4	4.6	4.14	4.17
9	4.1	4.7	4.8	4.18
10	4.2	4.5	4.9	4.19
11	4.3	4.6	4.9	4.20
12	4.4	4.7	4.10	4.16
13	4.1	4.5	4.11	4.17
14	4.2	4.6	4.13	4.18
15	4.3	4.6	4.14	4.19
16	4.4	4.5	4.14	4.15
17	4.1	4.6	4.8	4.21
18	4.2	4.7	4.9	4.17
19	4.3	4.5	4.9	4.18
20	4.4	4.6	4.8	4.19
21	4.1	4.7	4.10	4.15
22	4.2	4.5	4.11	4.16
23	4.3	4.6	4.12	4.17
24	4.4	4.5	4.13	4.18
25	4.1	4.5	4.14	4.19
26	4.2	4.6	4.9	4.20
27	4.3	4.6	4.9	4.21
28	4.4	4.5	4.8	4.17
29	4.1	4.6	4.10	4.18
30	4.2	4.7	4.11	4.19

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ*

1. *Кунин, В. Н.* Программа по физике / В. Н. Кунин, К. И. Пак ; Владим. гос. техн. ун-т. – Владимир : 1992. – 32 с.
2. *Детлаф, А. А.* Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Наука, 1987. – 607 с.
3. *Савельев, И. В.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 1 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – 432 с.
4. *Он же.* Курс общей физики. В 3 т. Т. 2 / И. В. Савельев. – М. : Наука,1988. – 496 с.
5. *Трофимова, Т. И.* Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1990. – 478 с.
6. *Сивухин, Д. В.* Общий курс физики. В 5 т. Т. 1 / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1974. – 519 с.
7. *Он же.* Общий курс физики. В 5 т. Т. 2 / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1975. – 551 с.
8. *Он же.* Общий курс физики. В 5 т. Т. 3 / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – 687 с.
9. *Он же.* Общий курс физики. В 5 т. Т. 4 / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1980. – 751 с.
10. *Калашников, Э. Г.* Электричество / Э. Г. Калашников. – М. : Наука, 1997. – 590 с.
11. *Ландсберг, Г. С.* Оптика / Г. С. Ландсберг. – М. : Наука, 1976. – 926 с.
12. *Волькенштейн, В. С.* Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1979. – 351 с.
13. *Савельев, И. В.* Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1988. – 288 с.
14. *Иродов, И. Е.* Сборник задач по общей физике / И. Е. Иродов, И. В. Савельев, О. И. Замша. – М. : Наука, 1975. – 319 с.
15. Физика : программа, методические указания и задачи для студентов-заочников (с примерами решения) ; Владим. гос. ун-т. ; сост. : А. Ф. Галкин [и др.] ; под ред. А. А. Кулиша. – Владимир, 2002. – 128 с.
16. *Трофимова, Т. П.* Сборник задач по курсу физики с решениями / Т. П. Трофимова, З. Г. Павлова. – М. : Высш. шк., 1999. – 591 с.
17. *Стрелков, С. П.* Механика / С. П. Стрелков. – М. : Наука, 1975. – 559 с.
18. *Годжаев, Н. М.* Оптика / Н. М. Годжаев. – М. : Высш. шк., 1977. – 432 с.

---

* Можно использовать издания более поздних годов выпуска.

ОГЛАВЛЕНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ, ПРОГРАММА,
ВОПРОСЫ И ЗАДАЧАМИ ПО ФИЗИКЕ

Составили
КУНИН Владимир Николаевич
ГАЛКИН Аркадия Федорович

Подписано в печать 09.02.07.
Формат 60х84/16. Усл. печ. л. ?,??. Тираж ?00 экз.
Заказ
Издательство
Владимирского государственного университета.
600000, Владимир, ул. Горького, 87.