

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Брянский государственный технический университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Ректор университета

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О.Н. Федонин

« » \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2014 г.

**МАТЕМАТИКА**

Методические указания к самостоятельной работе

для студентов I курса очной формы обучения инженерно-технических направлений подготовки бакалавриата

(I семестр)

Брянск 2014

УДК 511

Математика. [Текст]+[Электронный вариант]: методические указания к самостоятельной работе для студентов I курса очной формы инженерно-технических направлений подготовки бакалавриата (I семестр). − Брянск: БГТУ, 2014. − 33 с.

Разработали: Н.А. Ольшевская, доц.

Г.Г. Цуленева, доц.

К.А. Сенько, асс.

Рекомендовано кафедрой “Высшая математика” БГТУ

(протокол № от .14)

Темплан 2014 г., п.

Подписано в печать \_\_.\_\_.13 Формат 60х84х1/16 Бумага офсетная

Офсетная печать Печ. л. Уч.-изд. л. Т. 30 экз. Заказ бесплатно

Издательство Брянского государственного технического университета Брянск, бульвар 50-летия Октября, 7

Лаборатория оперативной печати БГТУ, ул. Харьковская, 9

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Задания к расчетно-графической работе………………………….4
2. Пример заданий контрольной работы №1……………………....22
3. Пример заданий контрольной работы №2……………………....23
4. Теоретические вопросы к экзамену……………………………...23
5. Пример практической части экзаменационного билета………..25
6. Открытый банк экзаменационных заданий……………………..26
7. Список рекомендуемой литературы……………………………..33

**ЗАДАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ**

**Задание №1**

Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя методами:

а) по правилу Крамера; б) методом Гаусса; в) С помощью обратной матрицы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1** |  | **2** |  | **3** |  |
| **4** |  | **5** |  | **6** |  |
| **7** |  | **8** |  | **9** |  |
| **10** |  | **11** |  | **12** |  |
| **13** |  | **14** |  | **15** |  |
| **16** |  | **17** |  | **18** |  |
| **19** |  | **20** |  | **21** |  |
| **22** |  | **23** |  | **24** |  |
| **25** |  | **26** |  | **27** |  |
| **28** |  | **29** |  | **30** |  |

**Задание №2**

Решить следующую задачу.

1. Определить модуль равнодействующей двух равных по модулю сходящихся сил |F1|=|F2|=5Н, образующих между собой угол .

**2.** Определить угол в градусах между равнодействующей двух сил , и осью Ох, если угол (рис.1).

0

y

x

F2



Рис.1

F1

0

R

F1

y

x

F2



Рис.2

**3.** Равнодействующая R двух равных по модулю сходящих сил  направлена по оси Оу и равна по модулю 10Н. Определить в градусах угол, образованный вектором силы  с положительным направлением оси Ох (рис.2).

**4.** Определить модуль равнодействующей сходящихся сил 





0

y

x

F2



Рис.3

F1

F3

, если известны углы, образованные векторами этих сил с осью Ох:

 (рис.3).

**5.** Какую по модулю силу F3 надо приложить к сходящимся силам  образующим с осью Ох углы , чтобы равнодействующая этих трех сил равнялась нулю (рис.4).



0

y

x

F2



Рис.4

F1

F3



0

y

x

F2



Рис.5

F1

R

**6.** Равнодействующая |R|=10Н двух сходящихся сил образует с осью Ох угол . Сила |F1|=5Н образует с этой же осью Ох угол . Определить модуль силы |F2| (рис.5).

А



0

x

y

F2

F1

Рис.6

**7.** На твердое тело в точке А действуют силы F1 и F2, |F1|=6H, |F2|=3H, линии действия которых в плоскости Оху. Определить сумму проекций этих сил на ось Ох, если угол (рис. 6).

**8.** На пресс в точке О действуют силы F1 и F2,  линии действия которых находятся в плоскости чертежа (рис.7). Определить модуль вертикальной силы, сжимающей материал, если заданы углы .

F1





F2

Рис.7

**9.** К столбу в точке А приложена плоская система сходящихся сил . Определить





F3

x



Рис.8

сумму проекций заданных сил на ось Ах, если (рис. 8).

А

Рис.9

0

х

y





F3

F4

F1

**10.** На твердое тело в точке О действует плоская система сходящихся сил 

. Определить сумму проекций заданных сил на ось Оу, если заданы углы (рис. 9).



**11.** Для плоской системы сходящихся сил F1=3*i*+4*j*; F2=5*j*; F3=2*i*, определить модуль равнодействующей силы и угол, который она образует с положительным направлением оси Ох.

**12.** Равнодействующая сходящихся сил F1 и F2 равна по модулю 8Н и образует с горизонтальной осью угол . Вектор силы F1 направлен по оси Ох, а вектор силы F2 образует с этой осью угол . Определить модуль силы F1.

**13.** Плоская система трех сходящихся сил F1, F2 и F3 находится в равновесии.  углы, образованные векторами сил F1 и F2 с положительным направлением горизонтальной оси Ох, соответственно равны . Определить модуль силы F3.

**14.** Задана проекция Rx=5Н равнодействующих двух сходящихся сил F1 и F2 на горизонтальную ось Ох. Проекция силы F1 на эту же ось F1x=7Н. Определить алгебраическое значение проекции на ось Ох силы F2

**15.** Определить модуль равнодействующей сходимости сил F1 и F2 если известны их проекции на декартовы оси координат: F1x=3H, F1y=6H, F2x=5H, F2y=4H.

**16.** Определить сходится ли данная плоская система трех сходящихся сил в равновесии, если известны проекции сил на оси координат: F1x=10H, F1y=2H, F2x= -4H, F2y=3H, F3x= -6H, F3y= -5H.

**17.** Равнодействующая плоской системы сходящихся сил F1 и F2; F3 и F4 равна 0. Определить модуль силы F1, если известны проекции трех других сил на оси координат: F2x= 4H, F2y=7H, F3x= -5H, F3y= -5H, F4x= -2H, F4y=0.

**18.** Известны проекции на оси Rx=18Н, Rу=24Н равнодействующей R плоской системы сходящихся сил F1, F2 и F3, а также проекции сил на F2 и F3 на эти же оси: F2x= -9H, F2y= -7H, F3x= 12H, F3y=0. Определить модуль силы F1.

**19.** Определить в градусах угол между вектором равнодействующей R системы сил F1=3**i**+2**j**; F2=5**i**+7**j** и положительным направлением оси Оу.

β

x

F2

Рис.10

F1

F2

0

y

**20.**Определить модуль равнодействующей двух сил  угол , угол  (рис.10).

**21.** Определить угол, который образует равнодействующие R с положительным направлением оси Оу, если  угол , угол  (рис.11).

**22.** На твердое тело в точке О действует плоская система сходящихся сил. Определить сумму проекций заданных сил на ось Ох, если заданы



Рис.11

F1

F2



0

y

x

,угол (рис.12).





Рис.12



F1

F2



0

y

x

**23.** Равнодействующая R=10Н двух сходящихся сил образует с вертикальной осью угол .  . Найти (рис.13).

**24.** Равнодействующая двух сходящихся сил F1 и F2 образует с осью Ох угол 



R

x

Рис.13

F3

F1



0

y

R=8Н,  . Построить силу , определить ее модуль и направляющие углы (рис. 14).

**25.** Даны три сходящихся силы F1, F2, F3 .  Эти силы образуют с осью Ох углы:  . Найти силу S, уравновешивающую систему сил F1, F2, F3 .

F2

R

F1



0

y

x

Рис.13

Рис.14

**26.** По заданным проекциям силы F на оси координат Fх=20Н, Fу=25Н, Fz=30Н. Определить модуль этой силы.

**27.** Определить косинус угла между вектором силы F и осью координат Оz, если сила F=3**i**+4**j**+5**k**.

**28**. Определить косинус угла между вектором силы F=3**i**+2,45**j**+7**k** и осью координат Ох.

**29.** Модуль равнодействующей R пространственной системы сходящихся сил равен 150Н. Определить ее проекцию на координатную ось Оу, если даны углы  (рис.15).



Рис.14

z

R



0

y

x

Рис.15

**30.**  Определить модуль равнодействующей сил , приложенных к точке А, как показано на рис 16.

**31.** Определить модуль равнодействующей трех сходящихся сил, если заданы их проекции на оси координат: F1x=7H, F1y=10H, F1z=0; F2x= -5H, F2y=15H, F2z=12Н; F3x=6H, F3y=0, F3z= -6Н.



Рис.16

F2

А

F3

F1

z

0

y

**32.** Две силы F1=5i+7j+9k и F2 =4i+9j+11k приложены в центре О системы прямоугольных координат О*хуz*. Определить модуль равнодействующей силы.

**Задание №3**

**Даны**  координаты вершин пирамиды А1, А2, А3, А4.

**Построить** пирамиду.

**Найти**: 1) длину ребра А1, А2;

2) угол между ребрами А1, А2 и А1, А4;

3) площадь грани А1, А2, А3;

4) объем пирамиды.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **А1** | **А2** | **А3** | **А4** |
| **1** | ( 2; 3; 2 ) | (10; 7; 3 ) | ( 6; 6; 3 ) | ( 8; 9; 5 ) |
| **2** | ( 3; 5; 2 ) | ( 1; 7; 5 ) | ( 5; 6; 8 ) | ( 1; 6; 4 ) |
| **3** | ( 6; 1; 4 ) | ( 3;-3; 8) | ( 5;-5; 8 ) | ( 8; 3; 3 ) |
| **4** | ( 2; 5; 4 ) | ( 5; 3; 6 ) | ( 8; 3; 5 ) | ( 8; 2; 10) |
| **Вариант** | **А1** | **А2** | **А3** | **А4** |
| **5** | ( 3; 4; 3 ) | ( 7;-4; 4 ) | ( 6; 0; 4 ) | ( 9; 10; 6) |
| **6** | ( 1; 2; 3 ) | ( 3; 4; 6 ) | (-3; 1; 6 ) | ( 3; 3; 5 ) |
| **7** | ( 3; 5; 1 ) | ( 0; 1; 5 ) | ( 1; 0; 5 ) | ( 7; 9; -1) |
| **8** | ( 5;-2; 4 ) | (7; 1; 6 ) | ( 7; 4; 5 ) | ( 8; 4; 10) |
| **9** | ( 1; 2; 1 ) | ( 9;-2; 2 ) | (-3; 5; 0 ) | ( 7; 8;-2 ) |
| **10** | ( 4; 1; 3 ) | ( 2; 3; 6 ) | ( 5;-3; 6 ) | ( 3; 3; 5 ) |
| **11** | ( 3;-1; 2 ) | ( 7; 2; 6 ) | ( 9; 0; 6 ) | ( 5; 1; 3 ) |
| **12** | ( 3; 5; 4 ) | ( 1; 8; 6 ) | (-1; 2; 6 ) | ( 9;-1; 1 ) |
| **13** | ( 1; 1; 2 ) | (-3;9; 3 ) | (-2; 5; 3 ) | ( 7; 7; -1) |
| **14** | ( 1; 4; 3 ) | ( -1; 6; 6 ) | ( 6; -4; 0 ) | ( 2; 2; 1 ) |
| **15** | ( 2; 4; 1 ) | ( 6; 7; 5 ) | ( 7; 6; 5 ) | ( 6; 8; 3 ) |
| **16** | ( 1; 2; 2 ) | ( 3; 5; 4 ) | ( 5;-1; 4 ) | (7; 8; 5 ) |
| **17** | ( 2;-2; 1 ) | (10; 2; 2 ) | ( 6; 1; 2 ) | ( 8; 4; 4 ) |
| **18** | ( 3; 4;-1 ) | (1; 6; 2 ) | ( 5; 5; 5 ) | ( 1; 5; 1 ) |
| **19** | ( 2; 5; 3 ) | (-1; 1; 7 ) | (1; -1; 7 ) | ( 4; 7; 2 ) |
| **20** | ( 1; 4; 2 ) | ( 4; 2; 4 ) | ( 7; 2; 3 ) | ( 7; 1; 8 ) |
| **21** | ( 3; 1; 4 ) | ( 7; -7; 5; ) | ( 6; -3; 5 ) | ( 9; 7; 7 ) |
| **22** | ( 2; 4; 3 ) | (4; 6; 6 ) | (-2; 3; 6 ) | (4; 5; 5 ) |
| **23** | ( 5;-2;-1 ) | ( 2; -6; 3) | ( 3; -7; 3 ) | ( 9; 2; -3 ) |
| **24** | ( 5; 2; 1 ) | ( 7; 5; 3 ) | ( 7; 8; 2 ) | ( 8; 8; 7 ) |
| **25** | ( 2;-1; 7 ) | ( 10;-5; 8 ) | (-2; 2; 6 ) | (8; 5; 4 ) |
| **26** | ( 4; 7; 8 ) | ( 2; 9; 11 ) | (5; 3; 11 ) | ( 3; 9; 10 ) |
| **27** | ( 2; 1; 3 ) | ( 6; 4; 7 ) | ( 8; 2; 7 ) | ( 4; 3; 4 ) |
| **28** | ( 1; 5; 2 ) | (-1; 8; 4 ) | (-3; 2; 4 ) | ( 7; -1;-1 ) |
| **29** | ( 6; 1; 4 ) | (2; 9; 5 ) | ( 3; 5; 5 ) | (12; 7; 1 ) |
| **30** | ( 6; 5; 1 ) | ( 4; 7; 4 ) | ( 11; -3; -2) | ( 7; 3;-1 ) |
| **31** | ( 3; 1; 5 ) | ( 7; 4; 9 ) | ( 8; 3; 9 ) | ( 7; 5; 7 ) |
| **32** | (3; 2; 6 ) | ( 5; 5; 8 ) | ( 7; -1; 8 ) | ( 9; 8; 9 ) |

**Задание №4**

**Дано: *a=lp+mq*, *b=np-kq*,** угол между векторами ***p*** *и* ***q*** *равен* ***π/f****.*

Значения коэффициентов ***l, m, n, k, f*** и модули векторов ***p***и ***q*** даны ниже для каждого варианта**.**

**Вычислить:**

1. длины диагоналей параллелограмма, построенного на векторах **а** и ***в*** ;
2. угол между диагоналями;
3. площадь параллелограмма.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вар.** | **p** | **q** | **l** | **m** | **n** | **k** | **F** |
| **1** | 2 | 5 | 4 | 1 | 2 | 7 | 6 |
| **2** | 6 | 4 | 1 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| **3** | 3 | 7 | 1 | 4 | 7 | 2 | 4 |
| **4** | 3 | 3 | 4 | 3 | 6 | 7 | 6 |
| **5** | 3 | 7 | 3 | 4 | 6 | 6 | 3 |
| **6** | 1 | 4 | 6 | 4 | 7 | 4 | 4 |
| **7** | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 1 | 6 |
| **8** | 2 | 1 | 4 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| **9** | 1 | 7 | 6 | 7 | 4 | 7 | 4 |
| **10** | 7 | 4 | 7 | 1 | 6 | 4 | 6 |
| **11** | 1 | 2 | 4 | 6 | 6 | 7 | 3 |
| **12** | 2 | 7 | 3 | 6 | 2 | 3 | 4 |
| **13** | 2 | 4 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 |
| **14** | 1 | 6 | 2 | 1 | 5 | 6 | 3 |
| **15** | 5 | 4 | 3 | 6 | 3 | 5 | 4 |
| **16** | 1 | 1 | 3 | 2 | 7 | 4 | 6 |
| **17** | 1 | 3 | 7 | 4 | 6 | 1 | 3 |
| **18** | 1 | 7 | 4 | 7 | 7 | 1 | 4 |
| **19** | 1 | 3 | 3 | 7 | 1 | 2 | 6 |
| **20** | 5 | 7 | 5 | 5 | 7 | 7 | 3 |
| **21** | 5 | 1 | 7 | 5 | 7 | 3 | 4 |
| **22** | 2 | 4 | 6 | 4 | 6 | 4 | 6 |
| **23** | 5 | 7 | 3 | 7 | 1 | 4 | 3 |
| **24** | 4 | 7 | 1 | 4 | 6 | 4 | 4 |
| **25** | 2 | 1 | 3 | 5 | 5 | 2 | 6 |
| **26** | 3 | 5 | 6 | 5 | 1 | 1 | 3 |
| **27** | 7 | 2 | 3 | 5 | 3 | 7 | 4 |
| **28** | 4 | 2 | 3 | 1 | 3 | 7 | 6 |
| **29** | 1 | 2 | 5 | 1 | 5 | 4 | 3 |
| **30** | 2 | 1 | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| **31** | 6 | 2 | 5 | 2 | 4 | 5 | 6 |
| **32** | 5 | 3 | 7 | 3 | 7 | 5 | 3 |

**Задание №5**

Решить следующую задачу.

1. Написать уравнение эллипса, проходящего через точку пересечения гиперболы *х*2-*у*2=2 с прямой *х+у*-2=0, если известно, что фокусы эллипса совпадают с фокусами гиперболы.
2. Составить уравнение гиперболы, имеющие общие фокусы с эллипсом 24*х*2+49*у*2=1176 при условии, что ее эксцентриситет ε=1,25.
3. Написать уравнение окружности такой, чтобы ее диаметром оказался отрезок прямой *х+у*-4=0, заключенный между осями координат.
4. Большая ось эллипса втрое больше его малой оси. Составить каноническое уравнение этого эллипса, если он проходит через точку М(3;).
5. Дана гипербола *х*2-*у*2=8. Составить уравнение эллипса, проходящего через точку М(4;6) и имеющего фокусы, которые совпадают с фокусами данной гиперболы.
6. Найти точки пересечения параболы *у*2=8*х* с эллипсом, у которого правый фокус совпадает с фокусом этой параболы, большая полуось равна 4 и фокусы лежат на оси Ох.
7. Фокусы гиперболы лежат в точках F1(;0) и F2(;0). Гипербола проходит через точку А(2;0). Найти уравнение ее асимптот.
8. Найти параметр *р* параболы *у*2=2*рх*, если известно, что эта парабола проходит через точки пересечения прямой *у=х* с окружностью *х*2+*у*2-6*х*=0.
9. Найти точки пересечения параболы *у*2=*х* с прямой, проходящей через фокус этой параболы параллельно ее директрисе.
10. Через правый фокус гиперболы 4*х*2-5*у*2=20 проведены прямые, параллельные ее асимптотам. Определить точки пересечения этих прямых с гиперболой.
11. Написать уравнение окружности такой, чтобы ее центр совпадал с фокусом параболы *у*2=8*х* и чтобы окружность прошла через начало координат.
12. Оси гиперболы совпадают с осями координат. Гипербола проходит через точки параболы *х*2=2*у* с прямой *х*-2*у*+6=0. Составить уравнение этой гиперболы.
13. Эллипс проходит через точку пересечения прямой 3*х*+2*у*=7 с параболой *у*2=4*х* (взять точку с меньшей абсциссой). Оси эллипса совпадают с осями координат. Составить уравнение этого эллипса, если его эксцентриситет равен 0,6
14. Эксцентриситет гиперболы в 2 раза больше углового коэффициента ее асимптоты. Гипербола проходит через точку М(3;-1), ее действительная ось лежит на оси Ох, а центр в начале координат. Найти точки пересечения этой гиперболы с окружностью *х*2+*у*2=10.
15. Написать уравнение параболы, вершина которой находится в начале координат, а осью симметрии является ось Ох, если известно, что расстояние от ее фокуса до центра окружности *х*2+*у*2-10*х*-8*у*+25=0 равно 5.
16. Составить каноническое уравнение эллипса, правая вершина которого совпадает с правым фокусом гиперболы 8*х*2-*у*2=8. Эллипс проходит через точки пересечения параболы *у*2=12*х* с данной гиперболой.
17. Вычислить расстояние от фокуса гиперболы 4*х*2-5*у*2=20 до ее асимптот. Найти эксцентриситет этой гиперболы.
18. Найти точки пересечения параболы *у*2=*х* с окружностью, которая проходит через начало координат, имеет центр на оси Ох и радиус, равный 5.
19. Составить уравнение эллипса, если его фокусы совпадают с фокусами гиперболы 4*х*2-5*у*2=20, а эксцентриситет эллипса равен 0,6.
20. Окружность имеет центр в левой вершине гиперболы *х*2-4*у*2=16 и радиус, равный вещественной полуоси этой гиперболы. Найти точки пересечения этой окружности с асимптотами данной гиперболы.
21. Составить уравнение гиперболы, имеющей эксцентриситет ε=1,5, если известно, что ее фокусы совпадают с фокусами эллипса 2*х*2+5*у*2=30.
22. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой *х+у*-4=0, вырезанный параболой *у*2=2*х*.
23. Найти расстояние от фокуса параболы 8*у*=*х*2 до прямой 3*х*+4*у*+2=0.
24. Написать уравнение окружности, проходящей через точки А(3;0) и В(-1;2), если известно, что ее центр лежит на прямой *х-у*+2=0.
25. Вычислить расстояние от центра окружности *х*2+*у*2=10*х* до асимптот гиперболы *х*2-4*у*2=20.
26. Составить каноническое уравнение эллипса, сумма полуосей которого равна 8 и расстояние между фокусами равно 8.
27. В эллипс 24*х*2+49*у*2=1176 вписан прямоугольник, две противоположные стороны которого проходят через фокусы. Вычислить площадь этого прямоугольника.
28. Составить уравнение окружности, проходящей через точки А(5;0) и В(1;4), если центр ее лежит на прямой *х+у*=3.
29. Написать каноническое уравнение эллипса, у которой эксцентриситет равен 0,8, а большая полуось больше малой полуоси на 2 единицы.
30. Найти каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точку М(;2) и имеющей асимптоты 3*у*=±*х*.
31. В эллипс *х*2+4*у*2=4 вписан прямоугольник, площадь которого равна 4. Написать уравнения диагоналей этого прямоугольника.
32. Через фокус параболы *у*2=4*х* под острым углом к оси Ох проведена прямая. Написать уравнение этой прямой, если длина образовавшейся хорды равна 4,5.

**Задание №6**

**Даны**  координаты вершин пирамиды А1, А2, А3, А4.

**Построить** пирамиду.

**Найти**: 1) уравнение плоскости А1, А2, А3;

2) уравнения прямой А1, А2;

3) уравнения высоты, опущенной из вершины А4 на грань А1, А2, А3;

4) угол между ребром А1, А4 и гранью А1, А2, А3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **А1** | **А2** | **А3** | **А4** |
| **1** | ( 2; 3; 2 ) | (10; 7; 3 ) | ( 6; 6; 3 ) | ( 8; 9; 5 ) |
| **2** | ( 3; 5; 2 ) | ( 1; 7; 5 ) | ( 5; 6; 8 ) | ( 1; 6; 4 ) |
| **3** | ( 6; 1; 4 ) | ( 3;-3; 8) | ( 5;-5; 8 ) | ( 8; 3; 3 ) |
| **Вариант** | **А1** | **А2** | **А3** | **А4** |
| **4** | ( 2; 5; 4 ) | ( 5; 3; 6 ) | ( 8; 3; 5 ) | ( 8; 2; 10) |
| **5** | ( 3; 4; 3 ) | ( 7;-4; 4 ) | ( 6; 0; 4 ) | ( 9; 10; 6) |
| **6** | ( 1; 2; 3 ) | ( 3; 4; 6 ) | (-3; 1; 6 ) | ( 3; 3; 5 ) |
| **7** | ( 3; 5; 1 ) | ( 0; 1; 5 ) | ( 1; 0; 5 ) | ( 7; 9; -1) |
| **8** | ( 5;-2; 4 ) | (7; 1; 6 ) | ( 7; 4; 5 ) | ( 8; 4; 10) |
| **9** | ( 1; 2; 1 ) | ( 9;-2; 2 ) | (-3; 5; 0 ) | ( 7; 8;-2 ) |
| **10** | ( 4; 1; 3 ) | ( 2; 3; 6 ) | ( 5;-3; 6 ) | ( 3; 3; 5 ) |
| **11** | ( 3;-1; 2 ) | ( 7; 2; 6 ) | ( 9; 0; 6 ) | ( 5; 1; 3 ) |
| **12** | ( 3; 5; 4 ) | ( 1; 8; 6 ) | (-1; 2; 6 ) | ( 9;-1; 1 ) |
| **13** | ( 1; 1; 2 ) | (-3;9; 3 ) | (-2; 5; 3 ) | ( 7; 7; -1) |
| **14** | ( 1; 4; 3 ) | ( -1; 6; 6 ) | ( 6; -4; 0 ) | ( 2; 2; 1 ) |
| **15** | ( 2; 4; 1 ) | ( 6; 7; 5 ) | ( 7; 6; 5 ) | ( 6; 8; 3 ) |
| **16** | ( 1; 2; 2 ) | ( 3; 5; 4 ) | ( 5;-1; 4 ) | (7; 8; 5 ) |
| **17** | ( 2;-2; 1 ) | (10; 2; 2 ) | ( 6; 1; 2 ) | ( 8; 4; 4 ) |
| **18** | ( 3; 4;-1 ) | (1; 6; 2 ) | ( 5; 5; 5 ) | ( 1; 5; 1 ) |
| **19** | ( 2; 5; 3 ) | (-1; 1; 7 ) | (1; -1; 7 ) | ( 4; 7; 2 ) |
| **20** | ( 1; 4; 2 ) | ( 4; 2; 4 ) | ( 7; 2; 3 ) | ( 7; 1; 8 ) |
| **21** | ( 3; 1; 4 ) | ( 7; -7; 5; ) | ( 6; -3; 5 ) | ( 9; 7; 7 ) |
| **22** | ( 2; 4; 3 ) | (4; 6; 6 ) | (-2; 3; 6 ) | (4; 5; 5 ) |
| **23** | ( 5;-2;-1 ) | ( 2; -6; 3) | ( 3; -7; 3 ) | ( 9; 2; -3 ) |
| **24** | ( 5; 2; 1 ) | ( 7; 5; 3 ) | ( 7; 8; 2 ) | ( 8; 8; 7 ) |
| **25** | ( 2;-1; 7 ) | ( 10;-5; 8 ) | (-2; 2; 6 ) | (8; 5; 4 ) |
| **26** | ( 4; 7; 8 ) | ( 2; 9; 11 ) | (5; 3; 11 ) | ( 3; 9; 10 ) |
| **27** | ( 2; 1; 3 ) | ( 6; 4; 7 ) | ( 8; 2; 7 ) | ( 4; 3; 4 ) |
| **28** | ( 1; 5; 2 ) | (-1; 8; 4 ) | (-3; 2; 4 ) | ( 7; -1;-1 ) |
| **29** | ( 6; 1; 4 ) | (2; 9; 5 ) | ( 3; 5; 5 ) | (12; 7; 1 ) |
| **30** | ( 6; 5; 1 ) | ( 4; 7; 4 ) | ( 11; -3; -2) | ( 7; 3;-1 ) |
| **31** | ( 3; 1; 5 ) | ( 7; 4; 9 ) | ( 8; 3; 9 ) | ( 7; 5; 7 ) |
| **32** | (3; 2; 6 ) | ( 5; 5; 8 ) | ( 7; -1; 8 ) | ( 9; 8; 9 ) |

**Задание №7**

Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить ее график.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** |  | **2** |  |
| **3** |  | **4** |  |
| **5** |  | **6** |  |
| **7** |  | **8** |  |
| **9** |  | **10** |  |
| **11** |  | **12** |  |
| **13** |  | **14** |  |
| **15** |  | **16** |  |
| **17** |  | **18** |  |
| **19** |  | **20** |  |
| **21** |  | **22** |  |
| **23** |  | **24** |  |
| **25** |  | **26** |  |
| **27** |  | **28** |  |
| **29** |  | **30** |  |
| **31** |  | **32** |  |

**Пример.** Дана функция Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить ее график.

*Решение.* Функции *у*=2*x*+2, *у*=*х*2+2, *у*=1 непрерывны на всей числовой прямой, поэтому заданная функция *y=f(x)* может иметь разрывы только в точках, где меняется ее аналитическое выражение, то есть в точках *х*=0 и *х*=1.

Исследуем функцию на непрерывность в этих точках. Для этого найдем соответствующие односторонние пределы и значения функции.

Рассмотрим поведение функции при *х*=0:

Так как , то заданная функция непрерывная в точке *х*=0.

Рассмотрим поведение функции при *х*=1:

Так ка пределы и конечны и не равны, то точка разрыва *х*=1 – точка разрыва I рода (функция в этой точке претерпевает «скачок» на 3-1=2 единицы).

Сделаем чертеж (рис.17)

*у*

*у=х*2+2

*у=*1

1

*х*

*у*=2*х*+2

0

1

Рис.17

**Задание №8**

Провести полное исследование функции и построить график.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** | y = ex (2x2-5x+4) | **17** | y = |
| **2** | y =  (lnx-2) | **18** | y = 1-+arctg2x |
| **3** | y =  (3,3 +0,2x-0,3x2) | **19** | y = ln(x2-x+1) |
| **4** | y = | **20** | y = ex(2x2+x+1) |
| **5** | y = -1-arctg(x/2) | **21** | y = x3(3lnx-1) |
| **6** | y = 2x2+5x+ln⏐x⏐ | **22** | y= (3,8+1,3x-0,3x2) |
| **7** | y = e-x(2x2+3x+2) | **23** | y = 2ln(x2+1)-3arctgx |
| **8** | y = x3/2(lnx-) | **24** | y = 0,3x-1-arctg3x |
| **9** | y = (2,8+0,8x-0,3x2) | **25** | y = (x2-5) |
| **10** | y = | **26** | y = ln(x2+9)-arctg |
| **11** | y = 1- +arctg(x/3) | **27** | y = x1/3 |
| **12** | y = 8x2+10x+ln⏐x⏐ | **28** | y = 16x-arcsin2x |
| **13** | y =xln(x2+)-2x+arctg | **29** | y = ln(x2-4x+13) |
| **14** | y = e-x(2x2+9x+11) | **30** | y = |
| **15** | y = x2(2lnx-1) | **31** | y = |
| **16** | y = (1,7+1,4x-0,3x2) | **32** | y = |

**Пример.** Исследовать функцию и построить ее график.

*Решение.* 1) Область определения найдем из условия:

*.*

2) Возьмем любое *.*

Поскольку точка *х*0 любая из области определения, то функция непрерывна.

3) Заметим, что область определения функции симметрична относительно начала координат: *х*∈*Х*⇒-*х*∈*Х*

данная функция нечетная. *f(x)* не периодична, так как не существует *Т*≠0 такого, что *f(x+T)=f(x).*

4)Функция принимает значение, равное нулю, когда т.е. х=0. При *х*∈(-∞;0) функция принимает отрицательные значения, при *х*∈(0;+∞) – положительные.

5) Если *y=kx+b* – наклонная асимптота графика функции *f(x)*, то (обязательно отдельное вычисление пределов *х*→-∞ и *х*→+∞).

Если *х=а* – вертикальная асимптота, то .

Итак, у=0 – горизонтальная асимптота.

Вертикальных асимптот график данной функции не имеет.

6)

В нашем случае имеются 2 точки *х*=-1, *х*=1, в которых не существует *f'(x).* Они разбивают область определения на ряд интервалов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | (-∞;1) | *-*1 | (-1;1) | 1 | (1;+∞) |
| *f'(x)* | *-* |  | *+* |  | *-* |
| *f(x)* | ↓ | *min* | ↑ | *max* | ↓ |

*minf(x)*|*x*=-1=-π/2; *maxf(x)*|*x*=1=π/2.

7).

Заметим, что концами интервалов выпуклости могут быть точки, в которых *f"(x)* либо обращается в нуль, либо не существует. Имеем *х*1=-1, *х*2=0, *х*3=1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | (-∞;-1) | *-*1 | (-1;0) | 0 | (0;1) | 1 | (1;+∞) |
| *f"(x)* | *-* |  | *+* | 0 | - |  | *+* |
| *f(x)* | ∩ |  | ∪ |  | ∩ |  | ∪ |

8) График функции (рис.18)

*у*

1

1

1

*х*

-1

Рис.18

**ПРИМЕР ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №1**

а) построить пирамиду АВСD

б) VABCD - ?

в) SΔABC - ?

г) cos(AB∧AC) - ?

д) прADAC - ?

1. А(4;2;5) В(0;7;1) С(0;2;7) D(1;5;0)

2. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах



3. Найти уравнение м.т., равноудаленных от начала координат и от прямой х+4=0.

4**.** Написать уравнение прямой, проходящей через правый фокус

эллипса 16х2+25у2=400 и точку А(2;3).

5**.** Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую

 параллельно прямой  .

**ПРИМЕР ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ №2**

1. Найти производную функции.

2. Найти вторую производную функции.

3. Написать уравнение касательной и нормали к кривой в

указанной точке. Построить кривую, касательную, нормаль.

4. Дано уравнение движения. Определить траекторию. Найти

скорость и ускорение при заданных значениях (t).

5. Вычислить предел (правило Лопиталя).

6. а) Исследовать функцию на экстремум - нечетные варианты:

1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25;

б) Найти наименьшее и наибольшее значения функции на

указанном отрезке - четные варианты.

1. 

2. у=1/(3x+2)

3. у=ctg2x, х0 - π/4

4. 

5. 

6. у=x4-8x2-9, [0;3]

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

1.Определители 2-го и 3-го порядка, их свойства. Правило Крамера для решения систем линейных уравнений.

2. Векторы и скаляры. Линейные операции над векторами. Базис. координаты вектора .

3.Линейная зависимость и независимость векторов.

4. Радиус – вектор точки. Модуль вектора, расстояние между двумя точками.

5. Скалярное произведение векторов и его свойства.

1. Векторное произведение векторов и его свойства.
2. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
3. Прямая линия на плоскости (основные виды уравнений).
4. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
5. Окружность и эллипс.
6. Гипербола.
7. Парабола.
8. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат.
9. Приведение уравнений кривых 2-го порядка к каноническому виду.
10. Плоскость (основные виды уравнений).
11. Угол между двумя плоскостями, условие их перпендикулярности и параллельности. Расстояние от точки до плоскости.
12. Прямая в пространстве. Угол между прямыми.
13. Прямая и плоскость, угол между ними. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
14. Понятие функции. Основные элементарные функции.
15. Предел функции. Два замечательных предела.
16. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
17. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.
18. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций.
19. Таблица производных элементарных функций (ввод двух формул).
20. Производная сложной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование.
21. Уравнение касательной и нормали к графику функции в точке.
22. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Дифференциалы высших порядков.
23. Производные высших порядков, механический смысл второй производной.
24. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Лагранжа, Коши).
25. Правило Лопиталя .
26. Уравнения линий в параметрической форме (окружность, эллипс, циклоида). Производные параметрически заданных функций.
27. Функции, заданные в неявной форме. Правило их дифференцирования.
28. Векторная функция скалярного аргумента и ее производные (механический смысл 1-й и 2-й производной).
29. Исследование функции. Необходимое и достаточное условие экстремума.
30. Исследование функции. Выпуклость графика функции, точки перегиба.
31. Асимптоты графика функции.
32. Кривизна и радиус кривизны кривой.
33. Формула Тейлора.

39.Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.

**ПРИМЕР ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ**

**ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА**

|  |
| --- |
| **Брянский государственный технический университет**  Кафедра *Высшая математика*  Дисциплина *Математика*  **ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ**   1. Предел функции. Два замечательных предела. 2. Дана матрица , тогда сумма элементов *а*13+*а*22+*а*31 этой матриц равна… 3. Найти скалярное произведение векторов (2, если ={4;-2;4}, ={6;-3;1}. 4. Составьте уравнение прямой, проходящей через нижнюю вершину эллипса под углом 120˚ к оси абсцисс. 5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки А(1;-1;3) и В(1;2;4) перпендикулярно плоскости 2*х*-3*у*+*z*-2=0. 6. Найдите производную функции . 7. Исследуйте функцию и постройте ее график . |

**ОТКРЫТЫЙ БАНК ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ**

**Матрицы**

1. Дана матрица , тогда сумма элементов *а*13+*а*22+*а*31 этой матриц равна…
2. Определитель матрицы равен 0 при α=…
3. Чему равен определитель матрицы ?
4. Решить следующую систему: .
5. Решите уравнение =0.
6. Решите уравнение .
7. Решить систему уравнений .

**Векторная алгебра**

1. Чему равна длина вектора АВ, если А(-2;2;1) и В(0;5;3)?
2. Чему равны направляющие косинусы вектора ={1;-1;-3}
3. Даны точки М(-3;1;2) и N(4;-2;5). Найти направляющие косинусы вектора МN.
4. Если , тогда угол между векторами равен …
5. Векторы перпендикулярны при *m*=?
6. Даны векторы и . Тогда линейная комбинация в этих векторов имеет вид…
7. Чему равно скалярное произведение векторов ={3;2;-1} и ={0;-1;2}?
8. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах: , .
9. Даны векторы ={3;5;3}, ={2;-4;6}. Найти конус угла между векторами .
10. При каких значениях *р* векторы ={*p*;3;6}, ={2;9;-1} перпендикулярны?
11. Даны точки А(-2;3;4), В(3;2;5), С(1;-1;2), Д(3;2;-4). Вычислить: .
12. Вычислить работу, производимую силой F=(3;-2;-5) когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения М1(5;3;27) в положение М2(4;-1;4).
13. Даны вершины треугольника АВС: А(1;2;0), В(3;0;-3), С(6;2;6). Вычислить площадь треугольника.
14. Определите, компланарны или некомпланарны вектора если и .
15. Найти момент силы F(-1;2;3), приложенной в точке А(3;0;-1) относительно начала координат.
16. При каких значениях *p* и *q* векторы ={*p*;3;6}, ={2;9;*q*} коллинеарны?
17. Сила приложена в точке М(1;2;-3). Найти момент этой силы относительно точки А(3;2;-1).
18. Даны координаты вершин пирамиды А(5;1;-4), В(1;2;-1), С(3;3;-4), Д(2;2;2). Определить объем пирамиды.

**Аналитическая геометрия**

1. Выбрать среди прямых параллельные:

l1: x+5y+10=0

l2: 2x+10y-5=0

l3: 2x-10y-10=0

l4: -2x+10y-10=0.

1. Чему равен угол между прямыми х-2у+8=0 и 2х-4у+1=0?
2. Чему равно расстояние от точки А(1;1;-2) до плоскости х-4z+8=0?
3. Если уравнение эллипса имеет вид , то длина его меньшей полуоси равна…
4. Если уравнение гиперболы имеет вид , то длина ее действительной полуоси равна…
5. Радиус окружности, заданной уравнением *х*2+*у*2+4*у*+3=0 равен…
6. Расстояние между фокусами эллипса равно…
7. Построить кривую 2*у*2-*х*-8*у*+9=0, приведя ее уравнение к каноническому виду.
8. Постройте кривую, приведите уравнение к каноническому виду: .
9. Написать уравнение прямой, проходящей через правый фокус гиперболы 16х2-9у2=144 параллельно прямой 3х+2у=0.
10. Составьте уравнение прямой, проходящей через верхнюю вершину эллипса под углом 135˚ к оси абсцисс.
11. Нормальный вектор плоскости 2*х*+*у+z*+1=0 имеет координаты…
12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки М1(0;0;0), М2(1;2;3), М3(5;4;-3).
13. Найти угол между плоскостями: 2*х-у*+3*z*=4 и *x*+5*z*+2=0.
14. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А(1;2;-1) перпендикулярно вектору N=(2;0;3).
15. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А(0;1;3) перпендикулярно вектору N(1;-3;5).
16. Поверхность, определяемая уравнением является...
17. Прямая пересекает плоскость α*х*+*у-z+*15=0 только в том случае, когда α не равно….
18. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку М0(х0,у0,z0) перпендикулярно вектору, если М0(1;1;1).
19. Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку А(0;6;4), перпендикулярно плоскости: 3х-2у+z-4=0.
20. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки М1(1;2;0), М2(2;1;0) параллельно вектору (3;0;1).
21. Через точку М(2;-5;3) провести прямую, параллельную прямой .
22. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку А(2;1;-1) перпендикулярно двум плоскостям *х*-*у*+5*z*+3=0 и 2*x*+*y*-2=0.
23. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки А(1;-1;3) и В(1;2;4) перпендикулярно плоскости 2*х*-3*у*+*z*-2=0.
24. Написать уравнение прямой, проходящей через точку А(0;1;3) параллельно вектору N{1;-3;5}
25. Составьте уравнение плоскости, перпендикулярной плоскостям 2*х*+3*у*-*z*-1=0 и *х*-4*у*+3*z*+1=0, проходящей через начало координат.

**Введение в анализ**

1. Значение предела равно…
2. *limx→-*2-054/(x+2*)*
3. *limx→-*2+054/(x+2)
4. Чему равно значение предела функции
5. Вычислить .
6. Вычислить: .
7. Вычислить .
8. Найдите предел .
9. Найдите пределы функции .
10. Найдите предел .
11. Число точек разрыва функции, заданной на отрезке [*a,b*], график которой имеет вид

*y*

*b*

*x*

*а*

равно….

1. Какая из перечисленных функций: *у=х*3, *y=sinx*+1, *y*=1/*x*, *y=ex* или *у*=3-*х*2 является четной?
2. Найти все асимптоты графика функции .
3. Найдите асимптоты и постройте кривую .
4. Найдите асимптоты и постройте кривую .

**Производная**

1. Найти производную функции:

* *f(x)=ln(x*2-3*x*+2)
* *y=e*5*x*+2+*sin*(3*x*)
* *у*=*х*3*lnx*
* при *х*=0
* при *х*=0

1. Найдите вторую производную функции *y=x*2*ctg*2*x*.
2. Найдите вторую производную функции *y=х∙е*-*х*.
3. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке [*a,b*] одновременно выполняются условия *у*<0 *y*'<0 *y*"<0

*a*

*b*

*x*

*y*

*0*

*0*

*y*

*b*

*a*

*x*

*x*

*b*

*a*

*0*

*y*

*y*

*x*

*0*

*b*

*a*

1. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке [*a,b*] одновременно выполняются условия *у*<0 *y*'>0 *y*">0

*a*

*b*

*x*

*y*

*0*

*0*

*y*

*b*

*a*

*x*

*x*

*b*

*a*

*0*

*y*

*y*

*x*

*0*

*b*

*a*

1. Какой имеет вид уравнение касательной, проведенной к графику функции *у=х*2+2*х* в точке *х*=1?
2. Написать уравнение касательной у графику функции *у=*3*х-х*2-2 в точке *х*=1.
3. Написать уравнение касательной к графику функции в точке его пересечения с осью О*у*.
4. Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой *х*=1.
5. Написать уравнение нормали к графику функции: *y=xlnx* в точке с абсциссой *х*=1.
6. Наибольшее значение функции на отрезке [0,1] равно…
7. При каких значениях *х* функция *f(x)=x*3-3*x*+5 достигает локального максимума?
8. Найдите экстремум функции .
9. Какие координаты имеет точка перегиба графика функции *f(x)=-*3*x*5+5*x*3+2?
10. Исследовать функцию *у=хе*-*х* и построить ее график.
11. Исследуйте функцию и постройте ее график .

**СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Бугров, Я.С. Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учеб. для вузов./ Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Дрофа, 2008.
2. Бугров, Я.С. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. для инж.-техн. спец. вузов./ Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Дрофа, 2009.
3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т. Письменный. – 2-е изд. – М.: Астрис-пресс, 2009. – Ч.1.
4. Минорский, В.П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для втузов/ В.П. Минорский. – М:физ.мат.лит., 2008.
5. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.:Оникс 21 век; Мир и образование, 2009. – Ч.1.