Вариант № 1.

1. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 5.
2. Бросаются одновременно три игральные кости. Найти вероятность того, что на них ни разу не встретится цифра 1.
3. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.6. Определить вероятность того, что команда А победит со счетом 3:1.
4. В урне содержится 5 белых, 8 черных и 4 красных шаров. Шары выбираются наугад, причем вытащенный белый или черный шар в урну не возвращается, а извлеченный из нее красный шар после проверки его цвета укладывается назад в урну. Определить вероятность того, что если выбрать два шара, то оба они будут белыми.
5. Из колоды, в которой содержится 36 карт, выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что будет выбрано две карты одного значения, а две - другого.
6. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.6. Определить вероятность того, что при стрельбе на двух огневых рубежах спортсмен поразит все мишени, израсходовав при этом 12 патронов.
7. Стрелок осуществляет два выстрела по мишени, состоящей из трех концентрических кругов. За попадание в центральный круг дается три очка, в окружающее его кольцо – два и за попадание во внешнее кольцо - одно очко. Вероятности попадания в эти части мишени равны соответственно 0.3, 0.3 и 0.1. Для случайной величины X - числа набранных очков определить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.
8. В каждом из двух таймов футбольного матча обе команды вместе забивают три мяча с вероятностью 0.2, два мяча - с вероятностью 0.2, один мяч - с вероятностью 0.2, и с вероятностью 0.4 не забивают мячей. Для случайной величины X - числа забитых в матче мячей определить дисперсию.
9. Доказать, что

$$\sum_{k=0}^{N} 2^k C_N^k = 3^N$$

10. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при 4 независимых выстрелах равна 0,9984. Найдите вероятность попадания при одном выстреле.
11. На плоскости заданы окружность радиуса R и точка A, находящаяся на расстоянии $d\ (d > R)$ от центра окружности. Найдите вероятность того, что луч, проведенный случайным образом из точки A, пересечет окружность.
12. Бросается монета, и если она падает так, что сверху оказывается герб, вынимаем один шар из урны I; в противном случае – из урны II. Урна I содержит 7 красных и 1 белый шар. Урна II содержит 1 красный и 7 белых шаров. Какова вероятность того, что шар вынимался из I урны, если он оказался красным?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ a(x+2), & -2 \le x < 2 \\ a(-x+6), & 2 \le x < 6 \\ 0, & x \ge 6 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-2x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-16x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^6}, & x\ge 2 \\ 0, & x<2 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Плотность вероятности случайной величины x имеет вид (закон арксинуса):

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x\le -a, \\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}, & \text{если } -a<x\le a \\ 0, & \text{если } x\ge a. \end{cases}$$

Определите дисперсию.

Вариант № 2.

1. Из колоды, в которой содержится 36 карты выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что будет выбрано две карты одного значения, а две - другого.
2. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.4, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Определить вероятность того, что цель будет поражена первыми же двумя выстрелами.
3. В урне содержится 4 белых, 3 черных и 5 красных шаров. Шары выбираются наугад, причем вытащенный белый или черный шар в урну не возвращается, а извлеченный из нее красный шар после проверки его цвета укладывается назад в урну. Определить вероятность того, что если выбрать два шара, то среди них будет один черный.
4. Из колоды, в которой содержится 36 карты выбирается 4 карты. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одной масти, а четвертая - другой.
5. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.8. Определить вероятность того, что все мишени будут поражены первыми же пятью выстрелами.
6. Четыре орудия ведут стрельбу по четырем целям, причем каждое из орудий с равной вероятностью и независимо от других орудий выбирает себе цель и поражает ее с вероятностью 0.7. Определить вероятность того, что все цели будут поражены.
7. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.6. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.
8. В каждом из трех матчей хоккейного турнира команда с вероятностью 0.4 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.3 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.3 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию.
9. Докажите тождество
$$C_{N-k}^{k}+C_{N-k-1}^{k-1}=\frac{N}{N-k}C_{N-k}^{k}, \qquad 0\le k\le N$$
10. На плоскости заданы окружность радиуса R и точка A, находящаяся на расстоянии d (d > R) от центра окружности. Найдите вероятность того, что прямая, проведенная случайным образом через точку A пересечет окружность.
11. Брошены 2 игральные кости, помеченные номерами 1 и 2. Какова вероятность того, что на первой кости очков будет больше, чем на второй?
12. Из 5 стрелков 2 попадают в цель с вероятностью 0,6 и 3 – с вероятностью 0,4. Наудачу выбранный стрелок попал в цель. Что вероятнее: принадлежит он к первым двум или к трем последним?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-1 \\ a(x+1), & -1\le x<2 \\ a(-x+5), & 2\le x<5 \\ 0, & x\ge 5 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-7x}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-6x^2}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^4}, & x\geq 1 \\ 0, & x<1 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Пусть для $\forall x\in\mathbb{R}$ задана плотность распределения $f(x)=\gamma x^{2n-2}e^{-x^2}$, где $\gamma\in\mathbb{R}, n\in\mathbb{N}$. Определить параметр γ и дисперсию.

Вариант № 3.

1. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.4. Определить вероятность того, что команда Б победит со счетом 3:1.
2. В урне содержится 5 белых, 7 черных и 3 красных шаров. Шары выбираются наугад, причем вытащенный белый или черный шар в урну не возвращается, а извлеченный из нее красный шар после проверки его цвета укладывается назад в урну. Определить вероятность того, что если выбрать два шара, то среди них будет один черный.
3. Из колоды, в которой содержится 52 карты выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что все карты будут разных мастей.
4. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 7.
5. Во время эстафетных сореанований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.8. Определить вероятность того, что непораженной останется одна мишень.
6. В ящике содержится 3 деталей типа А, 5 - типа Б и 5 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то среди них будет одна типа Б.
7. В каждом из трех матчей футбольного турнира команда с вероятностью 0.3 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.5 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.2 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
8. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.7. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить $P(X > 3)$ и дисперсию.
9. На отрезок AB длиной 15 см наугад ставят точку M. Найдите вероятность того, что площадь квадрата, построенного на отрезке AM, будет заключена между 25 см^2 и 64 см^2.
10. Точка (x, y) наудачу выбирается из плоской области заданной неравенством: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq 1$. Найти вероятность того, что y не будет превосходить $2x$.
11. Найти:
$$\lim_{N\to\infty} \sum_{k=0}^{N} (-1)^k \frac{C_N^k}{2^k}$$
12. Один добрый преподаватель по теории вероятности, которому надоел глупый студент, решил проучить его. Студенту велено распределить по 2 урнам 4 шара: 2 черных и 2 белых. Преподаватель выберет наугад одну из урн и из нее вытащит один шар. Если шар будет черным, то студент идет на пересдачу, в противном случае экзамен сдан. Каким образом студент должен разместить шары в урнах, чтобы обеспечить себе максимальную вероятность не идти на пересдачу?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-6 \\ a(x+6), & -6\le x<-3 \\ -ax, & -3\le x<0 \\ 0, & x\ge 0 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-3x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-2x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^6}, & x\ge 2 \\ 0, & x<2 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Пусть для $\forall x\in\mathbb{R}$ задана функция $r(x)=Cx^pe^{-x^2}$, где $p\in\mathbb{Z}, C\in\mathbb{R}$. При каких значениях p функцию $r(x)$ можно рассматривать как плотность распределения вероятностей некоторой случайной величины? (Разумеется, необходимо надлежащим образом выбрать константу C).

Вариант № 4.

1. Из колоды, в которой содержится 36 карты выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одного значения, а четвертая - другого**.**
2. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.5, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Определить вероятность того, что цель будет поражена первыми же двумя выстрелами.
3. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что на двух костях вместе цифра 5 присутствует два раза.
4. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 6.
5. Имеется урна, в которой 7 белых и 8 черных шаров. Из урны извлекается шар, после проверки его цвета возвращается назад, а затем извлекается еще один шар. Определить вероятность того, что они окажутся разных цветов.
6. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.8. Определить вероятность того, что в матче победит команда А, если известно, что она проиграла вторую партию.
7. В каждом из трех матчей хоккейного турнира команда с вероятностью 0.5 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.3 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.2 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
8. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.6. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить $P(X < 3)$ и дисперсию.
9. В квадрат с вершинами (0,0), (0,1), (1,1) и (1,0) наудачу брошена точка (a, b). Пусть S – число действительных корней многочлена $f_{a,b}(x) = x^3 - 3a^2x + 3b$. Что вероятнее: S=1 или S=3? Ответ обоснуйте.
10. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы билета равны 0,9; на третий – 0,8. Найдите вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить хотя бы на 2 вопроса.
11. В урну, где находится один белый шар, добавили еще один «вслепую» выбранный шар – либо белый, либо черный (с одинаковыми вероятностями выбора). После этого «случайным» образом вытащили из урны один шар. Он оказался белым. Какова условная вероятность того, что оставшийся в урне шар тоже белый?
12. Для регистрации частицы установлены три счетчика. Первый регистрирует попавшую в него частицу с вероятностью 0.6, второй – с вероятностью 0.8, третий – с вероятностью 0.55. Частица попадает в первый счетчик с вероятностью 0.3, во второй – с вероятностью 0.2, в третий – с вероятностью 0.4. Какова вероятность зарегистрировать частицу?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<-2 \\ a(x+2), & -2\le x<1 \\ a(-x+4), & 1\le x<4 \\ 0, & x\ge 4 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-5x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-4x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^4}, & x\ge 3 \\ 0, & x<3 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Пусть задана плотность распределения $f(x)=\begin{cases}\gamma x^q e^{-\alpha x}, x\ge 0 \\ 0,\ x<0\end{cases}$, где $\gamma\in\mathbb{R}$, $\alpha\ge 0, q\in\mathbb{Z}_+$. Определить параметр γ и дисперсию.

Вариант № 5.

1. Из полного набора костей домино наугад выбираются две. Определить вероятность того, что сумма очков на кости больше 10.
2. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одного значения, а четвертая - другого.
3. Имеется три ящика, в первом из которых 5 стандартных и 6 бракованных деталей, во втором - 4 стандартных и 4 бракованных и в третьей - 5 стандартных и 4 бракованных. Определить вероятность того, что если из каждого ящика выбрать по детали, то все они будут стандартными.
4. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.3, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Определить вероятность того, что за первые три выстрела будет ровно одно попадание.
5. Имеется три ящика, в первом из которых 3 стандартных и 8 бракованных деталей, во втором - 3 стандартных и 5 бракованных и в третьей - 8 стандартных и 7 бракованных. Определить вероятность того, что если из каждого ящика выбрать по детали, то все они будут стандартными.
6. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.6. Определить вероятность того, что команда А победит со счетом 3:1.
7. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.3. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить математическое ожидание и дисперсию.
8. В каждом из трех матчей футбольного турнира команда с вероятностью 0.6 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.3 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.1 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию.
9. Найти:
$$\lim_{N\to\infty}\frac{\sum_{k=0}^{N}C_N^k}{\sum_{k=2}^{N-2}C_N^k}$$
10. Точка (c,q) наудачу выбирается из квадрата с вершинами (-1,-1), (1,-1), (1,1), (-1,1). С какой вероятностью уравнение $y''+cy'+qy=0$, где $y=y(x),\ y\in C^2(\mathbb{R})$ имеет ограниченные колеблющиеся решения?
11. Три завода выпускают одинаковые изделия. Первый производит 50% всей продукции, второй – 20%, третий – 30%. Первый завод выпускает 1% брака, второй – 8%, третий – 3%. Выбранное наугад изделие естественно оказалось бракованным. Какова вероятность, что оно изготовлено на втором заводе?
12. На автобазе имеется 12 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой из них равна 0,8. Найдите вероятность нормальной работы автобазы в ближайший день, если для этого необходимо иметь на линии не меньше 9 автомашин.
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-4 \\ a(x+4), & -4\le x<-1 \\ a(-x+2), & -1\le x<2 \\ 0, & x\ge 2 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^3e^{-3x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^5}, & x\ge 4 \\ 0, & x<4 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Доказать, что функция $F(x)=0{,}5+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ является функцией распределения случайной величины.

Вариант № 6.

1. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что будут выбраны карты одной масти.
2. Из полного набора костей домино наугад выбираются две. Определить вероятность того, что на двух костях вместе цифра 4 присутствует два раза.
3. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.5, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Боекомплект составляет 6 снарядов. Определить вероятность того, что цель будет повреждена, но не поражена.
4. Для поражения трех целей орудие может произвести не более 7 выстрелов. Вероятность поражения цели при любом выстреле равна 0.7. Определить вероятность того, что будут израсходованы все снаряды.
5. В ящике содержится 7 деталей типа А, 4 - типа Б и 6 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то среди них не будет типа А.
6. Четыре орудия ведут стрельбу по четырем целям, причем каждое из орудий с равной вероятностью и независимо от других орудий выбирает себе цель и поражает ее с вероятностью 0.3. Определить вероятность того, что все цели будут поражены.
7. В каждом из трех матчей футбольного турнира команда с вероятностью 0.6 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.2 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.2 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
8. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.7. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить $P(X > 2)$ и дисперсию.
9. Докажите:
$$kC_N^k = NC_{N-1}^{k-1}$$
10. Из отрезка $(1, 5)$ выбраны случайным образом числа x и y. Найти вероятность того, что произведение этих чисел не больше 4, а y не больше $\sqrt[3]{x^2}$.
11. В первой урне находится один белый и 9 черных шаров, а во второй – один черный и 5 белых шаров. Из каждой урны удалили случайным образом по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью (свободную) урну. Найдите вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.
12. Испытание состоит в бросании 3 игральных костей. Найдите вероятность того, что в 5 независимых испытаниях ровно 2 раза выпадет по 3 единицы.
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -4 \\ a(x+4), & -4 \le x < -1 \\ a(-x+2), & -1 \le x < 2 \\ 0, & x \ge 2 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-4x}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-2x^2}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^4}, & x\geq 2 \\ 0, & x<2 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. i) Пусть дисперсия случайной величины равна нулю. Что это значит?

ii) Почему необходимо требование неотрицательности плотности распределения?

iii) Пусть $f(x)$ – плотность распределения. Может ли иметь место неабсолютная сходимость интеграла $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$?

Вариант № 7.

1. Имеется урна, в которой 3 белых и 6 черных шаров. Из урны извлекается шар, после проверки его цвета возвращается назад, а затем извлекается еще один шар. Определить вероятность того, что оба они окажутся черными.
2. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.2, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Боекомплект составляет 8 снарядов. Определить вероятность того, что цель будет повреждена, но не поражена.
3. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.5. Определить вероятность того, что все мишени будут поражены ровно семью выстрелами.
4. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается без возвращения две карты. Определить вероятность того, что будут выбраны карты одной масти.
5. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 4.
6. В ящике содержится 7 деталей типа А, 6 - типа Б и 3 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то они будут разных типов.
7. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.8. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить математическое ожидание и дисперсию.
8. В каждом из двух таймов футбольного матча обе команды вместе забивают три мяча с вероятностью 0.1, два мяча - с вероятностью 0.2, один мяч - с вероятностью 0.3, и с вероятностью 0.4 не забивают мячей. Для случайной величины X - числа забитых в матче мячей определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
9. Найти:

$$\sum_{N=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{N}\frac{5^k C_N^k}{N!}$$

10. При передаче сообщения вероятность искажения для каждого знака равна 0,1. Какова вероятность того, что сообщение из 5 знаков содержит не более 3 искажений?
11. Мишень имеет форму квадрата, в который вписан круг. По мишени наудачу производится 8 независимых выстрелов. Какова вероятность получения ровно 3 попаданий в круг?
12. В прямоугольнике с вершинами (-2, -1), (2, -1), (2, 1), (-2, 1) наудачу выбираются 9 точек. Найти вероятность того, что 5 точек попадут в область задаваемую неравенством $y \le \cos\frac{\pi x}{2}$.
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x<-3 \\ a(x+3), & -3\le x<0 \\ a(-x+3), & 0\le x<3 \\ 0, & x\ge 3 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-4x}, & x \ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-2x^2}, & x \ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^6}, & x \ge 2 \\ 0, & x<2 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Для всех $x \in [1;\, +\infty)$ плотность распределения дается формулой $f(x) = Cx^p \ln x$; $C, p \in \mathbb{R}$ и $f(x) = 0$ для прочих x. При каких параметрах C и p выполняются свойства функции плотности распределения? Найдите дисперсию случайной величины с заданной плотностью $f(x)$.

Вариант № 8.

1. Имеется урна, в которой 5 белых, 8 красных и 6 черных шаров. Определить вероятность того, что при выборе из урны двух шаров они окажутся черными.
2. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается без возвращения 4 карты. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одного значения, а одна - другого.
3. Для поражения трех целей орудие может произвести не более 8 выстрелов. Вероятность поражения цели при любом выстреле равна 0.5. Определить вероятность того, что будет израсходовано ровно 7 снарядов.
4. В ящике содержится 4 деталей типа А, 4 - типа Б и 8 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то среди них не будет типа А.
5. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 6.
6. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.7. Определить вероятность того, что команда А победит со счетом 3:1.
7. В каждом из двух таймов футбольного матча обе команды вместе забивают три мяча с вероятностью 0.1, два мяча - с вероятностью 0.3, один мяч - с вероятностью 0.3, и с вероятностью 0.3 не забивают мячей. Для случайной величины X - числа забитых в матче мячей определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
8. Стрелок осуществляет два выстрела по мишени, состоящей из трех концентрических кругов. За попадание в центральный круг дается три очка, в окружающее его кольцо – два и за попадание во внешнее кольцо - одно очко. Вероятности попадания в эти части мишени равны соответственно 0.1, 0.2 и 0.2. Для случайной величины X - числа набранных очков определить P(X < 3) и дисперсию.
9. Компания из 14 девушек делится на 4 группы: в первую группу входят 3 человека, во вторую – 4 человека, в третью – 2 человека, и в четвертую – 5 человек. Сколькими способами девушки могут разделиться на группы?
10. Точка (c, q) наудачу выбирается из квадрата с вершинами (0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1). С какой вероятностью уравнение $y'' + cy' + qy = 0$, где $y = y(x)$, $y \in C^2(\mathbb{R})$ имеет неограниченные неколеблющиеся решения?
11. В круг вписан квадрат. Найдите вероятность того, что среди 7 точек, наудачу брошенных в круг, не более трех попадет внутрь квадрата.
12. На экзамене по теории вероятности преподаватель задает вопросы до тех пор, пока студент отвечает правильно. Студент отвечает правильно на любой вопрос с вероятностью p, $p \in (0,1)$. Для случайной величины $X-$ числа заданных студенту вопросов найти дисперсию, производящую и характеристическую функцию.
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -6 \\ a(x+6), & -6 \le x < -3 \\ -ax, & -3 \le x < 0 \\ 0, & x \ge 0 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-6x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-4x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^4}, & x\ge 9 \\ 0, & x<9 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Плотность распределения случайной величины ξ равна $p(x)=\frac{1}{2\alpha}e^{-\frac{|x-a|}{\alpha}}$

Найдите дисперсию.

Вариант № 9.

1. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается 4 карты, причем каждая из них после определения масти и значения возвращается в колоду. Определить вероятность того, что все карты будут разных мастей.
2. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.4, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Боекомплект составляет 5 снарядов. Определить вероятность того, что цель будет повреждена, но не поражена.
3. В ящике содержится 6 деталей типа А, 5 - типа Б и 5 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то среди них будет одна типа Б.
4. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что на обеих костях нет цифр 4 и 2.
5. Четыре орудия ведут стрельбу по четырем целям, причем каждое из орудий с равной вероятностью и независимо от других орудий выбирает себе цель и поражает ее с вероятностью 0.3. Определить вероятность того, что все цели будут поражены.
6. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.6. Определить вероятность того, что матч будет состоять из пяти партий.
7. Стрелок осуществляет два выстрела по мишени, состоящей из трех концентрических кругов. За попадание в центральный круг дается три очка, в окружающее его кольцо - два и за попадание во внешнее кольцо - одно очко. Вероятности попадания в эти части мишени равны соответственно 0.3, 0.3 и 0.1. Для случайной величины X - числа набранных очков определить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.
8. В каждом из двух таймов футбольного матча обе команды вместе забивают три мяча с вероятностью 0.2, два мяча - с вероятностью 0.2, один мяч - с вероятностью 0.2, и с вероятностью 0.4 не забивают мячей. Для случайной величины X - числа забитых в матче мячей определить дисперсию.
9. В микроавтобусе 15 мест, включая место водителя. Сколькими способами 15 человек может разместиться в микроавтобусе, если место водителя могут занять только 4 из них?
10. Имеются три урны с белыми и черными шарами, причем отношение числа белых шаров к числу черных равно $p_1,\ p_2,\ p_3$ для 1-й, 2-й, 3-й урн соответственно. Наудачу выбирается урна и из нее шар. Какова вероятность того, что он белый?
11. Случайная величина X_N принимает любое значение из множества $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ с одинаковой вероятностью, пусть $D_N = D(X_N)$. Доказать, что $\lim\limits_{N\to\infty} D_N = \infty$ и D_N зависит только от мощности множества Ω.
12. Пусть вероятность появления события A в одном испытании равна p. Доказать, что дисперсия случайной величины $X-$ числа появлений события A в n независимых испытаниях равна $n(p-p^2)$.
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -5 \\ a(x+5), & -5 \le x < -1 \\ a(-x+3), & -1 \le x < 3 \\ 0, & x \ge 3 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-3x}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-2x^2}, & x\geq 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^5}, & x\geq 2 \\ 0, & x<2 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Случайная величина ξ распределена логарифмически нормально: $p(x)=\begin{cases} \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln x-a)^2}{2\sigma^2}}, \text{при } x>0 \\ 0, \text{при } x\leq 0 \end{cases}$. Найдите дисперсию.

Вариант № 10.

1. Из колоды, в которой содержится 52 карты выбирается без возвращения 4 карты. Определить вероятность того, что будут выбраны карты одной масти.
2. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.6. Определить вероятность того, что все мишени будут поражены ровно семью выстрелами.
3. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.4. Определить вероятность того, что в матче победит команда А, если известно, что она проиграла вторую партию.
4. Из полного набора костей домино наугад выбираются две. Определить вероятность того, что сумма цифр на каждой из костей меньше 7.
5. Имеется три ящика, в первом из которых 5 стандартных и 7 бракованных деталей, во втором - 8 стандартных и 8 бракованных и в третьей - 3 стандартных и 3 бракованных. Определить вероятность того, что если из каждого ящика выбрать по детали, то все они будут стандартными.
6. Для поражения трех целей орудие может произвести не более 6 выстрелов. Вероятность поражения цели при любом выстреле равна 0.3. Определить вероятность того, что будет поражено две цели.
7. Из колоды в 52 карты выбирается 4 карты. Для случайной величины X - количества карт пиковой масти определить закон распределения, математическое ожидание и дисперсию.
8. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.5. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить математическое ожидание и дисперсию.
9. Точка (x, y) наудачу выбирается из плоской области заданной неравенством: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{49}\leq 1$. Найти вероятность того, что y не будет превосходить $3x^2$.
10. В n независимых испытаниях вероятность появления события k раз подчиняется формуле Бернулли $P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$, где $p, q-$ вероятность появления и не появления события в единичном испытании соответственно. Найти $\lim_{n\to\infty} P_n(k)$, при $np=Const$.
11. Найти $\lim_{n\to\infty} D(X_n)$, если

$$\begin{array}{ccc} X_n & a & -a \\ p & \dfrac{n}{2n+1} & \dfrac{n+1}{2n+1} \end{array}$$

12. В первой урне N_1 белых и M_1 черных шаров, во второй $-N_2$ белых и M_2 черных шаров. Из первой урны без возвращения извлекают n_1 шаров, а из второй $-n_2$ шаров. Все извлеченные шары кладутся в третью урну, из которой наудачу извлекается один шар. Какова вероятность, что он белый?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-5 \\ a(x+5), & -5\leq x<-2 \\ a(-x+1), & -2\leq x<1 \\ 0, & x\geq 1 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax\ e^{-4x}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-4x^2}, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^5}, & x\ge 2\\ 0, & x<2\end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Доказать, что функция $F(x)=\begin{cases}0, & если\ \ x\le 0,\\ 1-e^{-\alpha x}, & если\ \ x>0.\end{cases}$ (α - положительный параметр) является функцией распределения некоторой случайной величины.

Вариант № 11.

1. Имеется урна, в которой 8 белых, 7 красных и 4 черных шаров. Определить вероятность того, что при выборе из урны двух шаров они окажутся белыми.
2. Из колоды, в которой содержится 52 карты выбирается без возвращения 4 карты. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одного значения, а одна - другого.
3. Имеется три ящика, в первом из которых 8 стандартных и 3 бракованных деталей, во втором - 7 стандартных и 4 бракованных и в третьей - 6 стандартных и 4 бракованных. Определить вероятность того, что если из каждого ящика выбрать по детали, то все они будут стандартными.
4. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.9. Определить вероятность того, что непораженной останется одна мишень.
5. Имеется урна, в которой 3 белых, 4 красных и 8 черных шаров. Определить вероятность того, что при выборе из урны двух шаров они окажутся разных цветов.
6. В волейбольном матче игра происходит до тех пор, пока одна из команд не выиграет трех партий. Вероятность победы команды А в каждой партии равна 0.4. Определить вероятность того, что команда Б победит со счетом 3:0.
7. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.6. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение.
8. В каждом из трех матчей хоккейного турнира команда с вероятностью 0.4 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.3 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.3 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию.
9. Из цифр 5, 6, 7, 8 составляются всевозможные числа, каждое из которых содержит не менее двух цифр. Сколько таких чисел можно составить, если повторения цифр в числах запрещены?
10. Доказать, что дисперсии случайных величин X_n равномерно ограничены, если

$$\begin{array}{cccc} X_n & -na & 0 & na \\ p & \frac{1}{2^n} & 1-\frac{1}{2^{n-1}} & \frac{1}{2^n} \end{array}$$

11. Имеются три урны. В первой урне находится N_1 белых и M_1 черных, во второй $-$ N_2 белых и M_2 черных, в третьей $-$ N_3 белых и M_3 черных шаров. Наудачу выбирается одна из урн и из нее выбираются без возвращения 2 шара. Один из них оказывается белым, другой – черным. Найти вероятность того, что выбор производился из второй урны.
12. В первой урне N_1 белых и M_1 черных шаров, во второй $-$ N_2 белых и M_2 черных шаров. Из первой урны во вторую переложили шар. После тщательного перемешивания из второй урны извлекают один шар. Какова вероятность, что он белый?
13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-4 \\ a(x+4), & -4\le x<0 \\ a(-x+4), & 0\le x<4 \\ 0, & x\ge 4 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-2x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} axe^{-3x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^4}, & x\ge 3 \\ 0, & x<3 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Плотность распределения абсолютной величины скорости молекул дается распределением Максвелла $p(x)=\begin{cases} \frac{4x^2}{\alpha^3\sqrt{\pi}}e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}}, \text{при } x>0 \\ 0, \text{при } x\le 0 \end{cases}$. Найдите среднюю скорость молекулы и ее дисперсию.

Вариант № 12.

1. Из колоды, в которой содержится 36 карт выбирается без возвращения 4 карты. Определить вероятность того, что будет выбрано три карты одного значения, а одна - другого.
2. Из полного набора костей домино наугад выбирается кость, затем она возвращается обратно и извлекается еще одна кость. Определить вероятность того, что на обеих костях нет цифр 6 и 1.
3. Для поражения трех целей орудие может произвести не более 6 выстрелов. Вероятность поражения цели при любом выстреле равна 0.6. Определить вероятность того, что будет израсходовано ровно 5 снарядов.
4. В ящике содержится 5 деталей типа А, 4 - типа Б и 6 - типа В. Детали выбираются наугад, причем вытащенная деталь типа А или Б откладывается в сторону, а извлеченная деталь типа В возвращается назад в ящик. Определить вероятность того, что если выбрать две детали, то обе они будут типа А.
5. Во время эстафетных соревнований по биатлону каждому участнику требуется поразить на огневом рубеже 5 мишеней, имея для этого 7 патронов. Вероятность попадания в мишень при выстреле составляет 0.9. Определить вероятность того, что все мишени будут поражены первыми же пятью выстрелами.
6. Орудие осуществляет стрельбу по цели, для поражения которой необходимо попасть в нее дважды. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0.3, а в дальнейшем она не меняется при промахах, но после первого попадания вероятность промаха при дальнейших выстрелах уменьшается вдвое. Определить вероятность того, что за первые три выстрела будет ровно одно попадание.
7. В каждом из трех матчей футбольного турнира команда с вероятностью 0.3 одерживает победу, получая за нее 2 очка, с вероятностью 0.5 играет вничью, получая одно очко и с вероятностью 0.2 терпит поражение, не получая за это очков. Для случайной величины X - количества набранных очков – определить дисперсию и среднеквадратическое отклонение.
8. Стрелок производит 7 выстрелов по различным мишеням, причем выстрелы по каждой мишени производятся до первого попадания в нее, после чего выстрелы производятся по следующей мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0.7. Для случайной величины X - числа пораженных мишеней определить P(X > 3) и дисперсию.
9. Пусть группа студентов состоит из 14 человек. Какова вероятность, что хотя бы два человека родились в один день?
10. Найти:

$$\sum_{N=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{N}\frac{(-1)^k C_N^k}{2^k N!}$$

11. Имеется урна, в которой N белых шаров и M черных. Из урны извлекают случайным образом p шаров. Для случайной величины X —числа белых шаров в выборке найти математическое ожидание.
12. Случайная величина $\xi \in \mathbb{Z}_+$ принимает заданное значение k с вероятностью

$$P(\xi = k) = \left(\frac{\alpha\lambda}{1+\alpha\lambda}\right)^k \frac{(1+\alpha)\dots(1+(k-1)\alpha)}{k!}(1+\alpha\lambda)^{-1/\alpha}, \text{где } \alpha, \lambda \in \mathbb{R}_+$$

Найдите дисперсию.

13. Плотность распределения непрерывной случайной величины X равна

$$f(x)=\begin{cases} 0\,, & x<-3 \\ a(x+3), & -3\le x<1 \\ a(-x+5), & 1\le x<5 \\ 0, & x\ge 5 \end{cases}$$

Определить значение константы a, функцию распределения $F(x)$ и математическое ожидание X.

14. Для случайной величины X из задания 13 найдите характеристическую функцию и математическое ожидание.

15. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax^2e^{-3x}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

16. Для случайной величины X из задания 15 найдите характеристическую функцию.

17. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} ax\ e^{-3x^2}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

18. Плотность распределения непрерывной случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{a}{x^6}, & x\ge 1 \\ 0, & x<1 \end{cases}$$

Определить математическое ожидание X, дисперсию X и среднеквадратическое отклонение X.

19. Плотность вероятности случайной величины X задана формулой

$$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если} \ \ x<0, \\ \dfrac{x^m\,e^{-x}}{m!}, & \text{если} \ \ x\ge 0. \end{cases}$$

Найдите дисперсию, используя характеристическую функцию случайной величины X.